Zeitschrift: Bulletin technique de la Suisse romande
Band: 85 (1959)
Heft: 21

Artikel: Quelques problèmes résolus par le centre de calcul IBM Zurich
Autor: Bobiller, P.A.
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-64142

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 11.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

automatiquement n'importe quel livre. Jusqu'à présent, seules quelques personnes qualifiées pouvaient stéréotyper en caractères Braille un texte original, car cette méthode est complexe et ses règles souffrent de nombreuses exceptions. La possibilité d'effectuer ce travail automatiquement permettra la traduction d'un grand nombre d'ouvrages qui pourront ainsi être mis à la disposition des aveugles.

Dans le domaine de l'art de l'ingénieur, les machines apportent la solution à de nombreux problèmes, tels que ceux évoqués dans l'article suivant. Il faut remarquer qu'il est maintenant possible de résoudre rapidement non seulement les problèmes qu'on résolvait auparavant avec d'autres méthodes, mais surtout d'aborder des problèmes extrêmement compliqués et, d'une manière générale, d'introduire dans la résolution autant de paramètres qu'il sera nécessaire pour approcher le problème d'aussi près que possible.

Il apparaît donc que certaines habitudes vont être bouleversées. Pensons simplement à tous les problèmes que l'ingénieur hésitait à mettre en équations, pour la raison bien simple qu'il était persuadé que ces équations seraient si compliquées qu'elles seraient insolubles pratiquement. On peut dès lors se demander si l'introduction rapide des moyens de calcul modernes ne va pas obliger à repenser l'enseignement ou, en d'autres termes, s'il ne va pas être nécessaire de procéder à une refonte des programmes d'enseignement à tous les échelons, afin de tenir compte précisément de ces développements considérables. Ceci s'est traduit déjà dans plusieurs pays par l'introduction dans les programmes de disciplines nouvelles ayant trait à ce domaine.

Actuellement le calcul automatique est relativement peu répandu ; il existe encore, dans de nombreux bureaux, des ingénieurs qui passent une partie importante de leur temps en calculs numériques ou graphiques. Ceci constitue, en même temps qu'un gaspillage de moyens intellectuels, une perte nette pour le propriétaire du dit bureau et il est certain que cet état de choses évoluera positivement dès que les ingénieurs prendront vraiment conscience des moyens de plus en plus puissants mis à leur disposition pour résoudre leurs problèmes. Non que les machines, peu à peu, viennent se substituer à l'ingénieur ; cette crainte qu'on entend parfois formuler est infondée. En effet, les ordinateurs électroniques sont des machines arithmétiques et logiques qui effectuent très rapidement et exactement les instructions que leur utilisateur leur a données, mais qui ne font strictement que ce que l'utilisateur a voulu.

L'aspect important de l'introduction du calcul automatique est le suivant : l'ingénieur, libéré de l'obligation de procéder aux calculs numériques longs et fastidieux, dégagé par conséquent d'une grande partie des travaux de routine, va pouvoir s'élever sur un plan supérieur, consacrer tout son temps à la réflexion et à la recherche d'idées et de solutions nouvelles. Il aura le temps de penser et de poser mieux ses problèmes et retirera sans aucun doute plus encore de satisfaction de son travail et de son métier d'ingénieur que par le passé.

QUELQUES PROBLÈMES RÉSOLUS PAR LE CENTRE DE CALCUL IBM ZURICH [1]

par P. A. BOBILLIER, ingénieur EPUL, licencié ès sciences

Après une courte introduction précisant les buts, les possibilités et les expériences du Centre de Calcul de Zurich, deux problèmes pratiques sont exposés, l'un relatif au calcul des chambres d'équilibre, l'autre à la détermination des vitesses critiques d'arbres en rotation. Certains résultats numériques sont mentionnés. L'article se termine par des considérations générales relatives à la programmation des ordinateurs et aux systèmes de simulation.

Introduction

Le Centre de Calcul IBM a été créé à Zurich, il y a plus de deux ans déjà. Il vient s'intégrer dans le réseau mondial des Centres de Calcul IBM, dont le nombre dépasse aujourd'hui 26. En Europe, de tels centres existent en France, Allemagne, Angleterre, Belgique, Hollande, Suède et Suisse.

Ces centres de calcul poursuivent les buts suivants :

- Résoudre les problèmes de calcul qui leur sont confiés dans les domaines scientifiques, industriels et commerciaux.
- Mettre à la disposition des utilisateurs des machines puissantes pour des temps quelconques (même pour quelques minutes). Ces utilisateurs peuvent, s'ils le désirent, programmer eux-mêmes leurs problèmes et venir les résoudre sur l'ordinateur du Centre.
- Propager les méthodes de calcul à l'aide des machines modernes par des cours fréquents sur la programmation des ordinateurs.

Pour être à même d'atteindre ces buts, les Centres de Calcul IBM disposent :

- d'une équipe de mathématiciens, d'ingénieurs et d'employés commerciaux qui sont spécialement formés dans le domaine des applications des ordinateurs électroniques aux problèmes techniques et commerciaux ;
- d'un ordinateur électronique. Dans la plupart des cas, l'ordinateur IBM 650 constitue le noyau de l'installation (fig. 1). Dans quelques centres, à Paris par exemple, un ordinateur particulièrement puissant, l'ordinateur IBM 704, est installé (fig. 2) ;
- d'une bibliothèque qui contient des programmes qui ont été établis par la Compagnie IBM pour des problèmes généraux. Pour ne citer que quelques exemples, cette bibliothèque offre les programmes suivants : Fonctions transcendantes (trigonométriques, de Bessel, etc.).

[1] Exposé présenté le 26 juin 1958, à l'aula de l'Ecole polytechnique de Lausanne, dans le cadre des Troisièmes Journées d'information de l'*Association suisse pour l'automatique*, sur « Les calculateurs arithmétiques et leur utilisation dans le secteur scientifique et technique ».

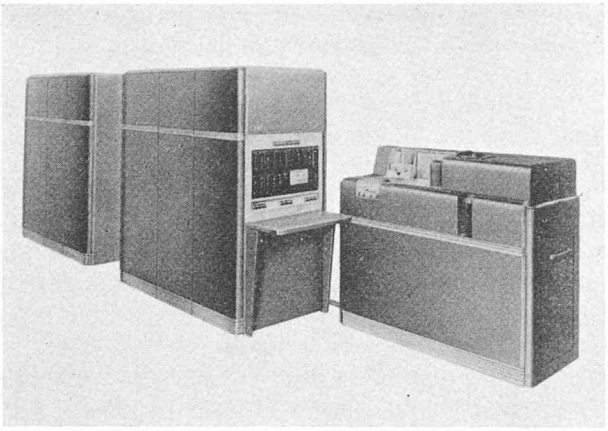


Fig. 1. — L'ordinateur IBM 650 à tambour magnétique.

Résolution des systèmes d'équations linéaires.
Calcul de vitesses critiques d'arbres en rotation.
Calcul de trajets optiques.
Problème du transport.
Etc.

A Zurich, le Centre de Calcul, qui fonctionne depuis 1956, occupe aujourd'hui plus de dix personnes, pour la plupart universitaires. Les problèmes qui ont été résolus jusqu'ici se rapportent à tous les domaines : mathématiques, technique, statistiques commerciales, planning, assurances, etc...

La liste résumée ci-dessous donne une idée de la diversité des problèmes traités à Zurich.

Résolution de systèmes d'équations linéaires
Inversion de matrices
Valeurs propres de matrices
Intégration d'équations différentielles
Systèmes d'inéquations linéaires
Calcul de vitesses critiques
Calcul de réacteurs nucléaires
Calcul de profils d'engrenages
Choix de combinaisons d'engrenages ayant un rapport de vitesse donné
Analyse de vibrations
Mouvement d'un bogie de véhicule
Problème de conduction calorifique
Dépouillement de résultats de mesures de toutes natures
Calcul de trajets optiques
Calcul de chambres d'équilibre
Calcul de courbes de remous
Régulation de lacs communicants
Calcul de constructions hyperstatiques
Calcul de lignes à haute tension
Calcul de trajectoires d'engins, de tables de tir
Calculs de photogrammétrie
Etablissement de tabelles de fonctions quelconques
Lissage de courbes
Calculs de corrélations
Fonctions de répartition
Calcul de plans d'affouragement
Prévision du trafic automobile
Problème du transport
Calcul de tarifs d'assurance
Calcul de prix
Statistiques
Calculs d'impôts
Etc.

La plupart de ces travaux furent résolus sur un ordinateur IBM 650 installé en Suisse. Quelques-uns d'entre eux, de plus grande envergure, furent résolus sur l'ordinateur IBM 704 installé à Paris.

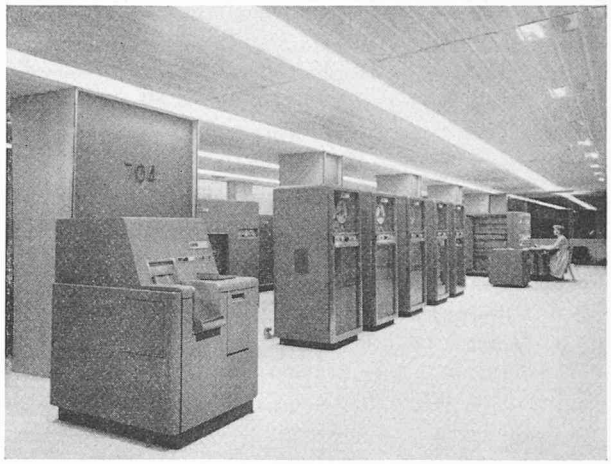


Fig. 2. — L'ordinateur IBM 704. Il comporte une mémoire centrale à tores magnétiques, des mémoires auxiliaires à tambours magnétiques et à bandes magnétiques.

Exemples de problèmes traités

Parmi les nombreux types de problèmes que nous avons eus à traiter, il nous a paru intéressant de choisir deux exemples particuliers, l'un dans le domaine du génie civil, l'autre dans la mécanique. Tous deux illustrent bien la manière dont se traite un problème au moyen d'un ordinateur. Ces deux problèmes seront : le calcul d'oscillations dans une chambre d'équilibre et la détermination des vitesses critiques d'arbres en rotation.

Calcul de chambre d'équilibre [1]

Les adductions des usines hydro-électriques sont généralement constituées par des galeries sous pression et des conduites forcées ayant l'aspect de la figure 3.

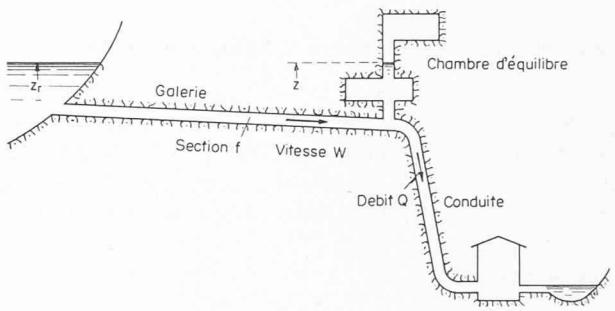


Fig. 3. — Schéma d'installation hydro-électrique.

Afin d'éviter, lors des manœuvres des turbines à l'usine, les inconvénients du coup de bélier dans les galeries sous pression et afin de permettre à l'exploitant une gamme de manœuvres aussi large que possible, on prévoit, au sommet de la conduite forcée, une chambre d'équilibre. Une variation du débit de l'usine libère (lorsqu'on ferme les turbines) ou absorbe (lorsqu'on les ouvre) une énergie que la chambre d'équilibre va temporairement absorber ou fournir.

[1] Nous remercions très vivement la direction de la maison Motor Colombus S. A., à Baden, qui nous a autorisé à publier ces renseignements ainsi que les diverses figures qui l'accompagnent.

L'ingénieur chargé du projet d'une chambre d'équilibre dispose aujourd'hui d'une documentation étendue et il lui est, en général, assez aisé de fixer les dimensions approximatives de l'ouvrage. Dès que ces dimensions ont été fixées, il est nécessaire de vérifier que les manœuvres autorisées lors de l'exploitation ne feront pas varier le niveau du plan d'eau en dehors des limites supérieures et inférieures prévues. De même, lors de l'étude d'extensions d'usines existantes, il est nécessaire de déterminer si l'extension projetée est compatible avec le bon fonctionnement de la chambre d'équilibre ou, au contraire, s'il sera nécessaire de l'agrandir ou d'apporter des restrictions aux manœuvres permises à l'exploitant.

Le mouvement de l'eau dans une chambre d'équilibre conventionnelle est régi par les deux équations différentielles suivantes, l'une exprimant le bilan de l'énergie, l'autre la continuité :

$$(1) \qquad \frac{L}{g}\frac{dw}{dt} + (z - z_r) + Aw^2\frac{w}{|w|} = 0$$

$$(2) \qquad F(z)\frac{dz}{dt} + Q(t) - wf = 0$$

où

L, f, A = longueur, section et coefficient de perte de charge de la galerie
z_r = cote de la retenue
$w(t)$ = vitesse dans la galerie en fonction du temps
$z(t)$ = cote du plan d'eau dans la chambre en fonction du temps
$Q(t)$ = débit des turbines en fonction du temps
$F(z)$ = surface de la chambre en fonction de la hauteur

Ces équations sont en général résolues par des méthodes graphiques ou analytiques qui nécessitent évidemment la répétition d'un grand nombre d'opérations identiques d'où un travail long, fastidieux et surtout coûteux.

Il est en effet nécessaire de calculer l'évolution du plan d'eau causée par plusieurs manœuvres critiques (au moins deux) telles que, par exemple :

— fermeture totale à partir du niveau de retenue maximum ;
— ouverture totale à partir du niveau minimum ou fermeture totale suivie d'une réouverture au moment critique.

Ces calculs doivent évidemment être refaits chaque fois qu'une modification est apportée aux dimensions de la chambre d'équilibre. La figure 4 montre schématiquement l'évolution du plan d'eau et de la vitesse dans le cas d'une chambre conventionnelle lors d'une manœuvre de fermeture suivie d'une réouverture.

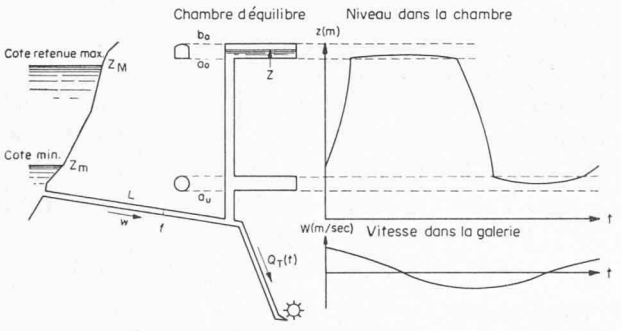
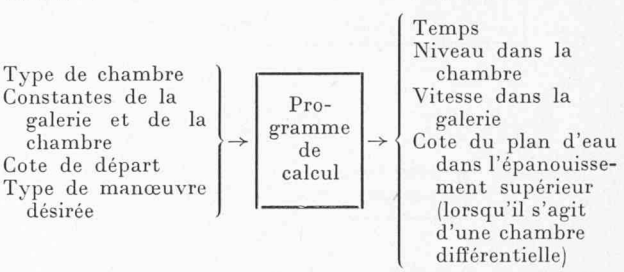


Fig. 4. — Exemple d'oscillation du plan d'eau et de la vitesse.

La solution de ce problème est extrêmement aisée sur un ordinateur. En effet, la grande souplesse du programme enregistré permet de modifier très aisément un ou plusieurs paramètres et de constater immédiatement la répercussion de ces changements sur le déroulement du phénomène. La possibilité d'introduire dans le programme de calcul des décisions logiques en très grand nombre autorise l'utilisateur de l'Ordinateur 650 à une liberté totale dans le choix des fonctions qui interviennent dans le calcul. Il n'y a pas de difficultés à utiliser des fonctions discontinues ou expérimentales. En effet, le dispositif automatique de consultation de tables permet de traiter des courbes d'allure quelconque.

Avant de discuter de la méthode employée pour la solution de ce problème, voyons comment il se présente à l'utilisateur. Le programme étant établi, on doit pouvoir donner d'une manière aussi simple que possible tous les renseignements relatifs à la chambre d'équilibre étudiée et recevoir automatiquement les résultats demandés ; on peut schématiser ce processus de la manière suivante :



A partir de ce schéma, on établit un organigramme (ou schéma logique du calcul) qui indique la succession des opérations que devra effectuer la machine. La figure 5 représente un organigramme simplifié se rapportant à une chambre d'équilibre à épanouissement supérieur avec orifice et déversoir. Dans ce schéma figurent toutes les opérations qui seront effectuées lors du déroulement du calcul, à savoir : enregistrement des données et calcul des conditions initiales puis, pour chaque pas d'intégration : détermination de la surface de la chambre, calcul du débit en fonction du temps, puis intégration. Les interrogations (ou tests) sont indiquées conventionnellement par un losange. La machine contrôlera à chaque étape si la condition posée pour l'arrêt du calcul est réalisée. Si tel n'est pas le cas, le calcul passe à l'intervalle suivant. Il est clair qu'on peut appliquer n'importe quelle méthode d'intégration numérique. Sur la figure 5, on a indiqué simplement la méthode de la tangente.

La liste de résultats, consistant par exemple dans les grandeurs énumérées plus haut, peut avoir la forme de la fig. 6. Dans ce cas, on a également indiqué à titre de contrôle la surface de la chambre en fonction du niveau z correspondant.

Le calcul d'une oscillation totale (fermeture-réouverture par exemple) dure environ 10 minutes sur la machine. Le programme de calcul peut s'adapter sans autre au calcul de tous les types de chambre d'équilibre

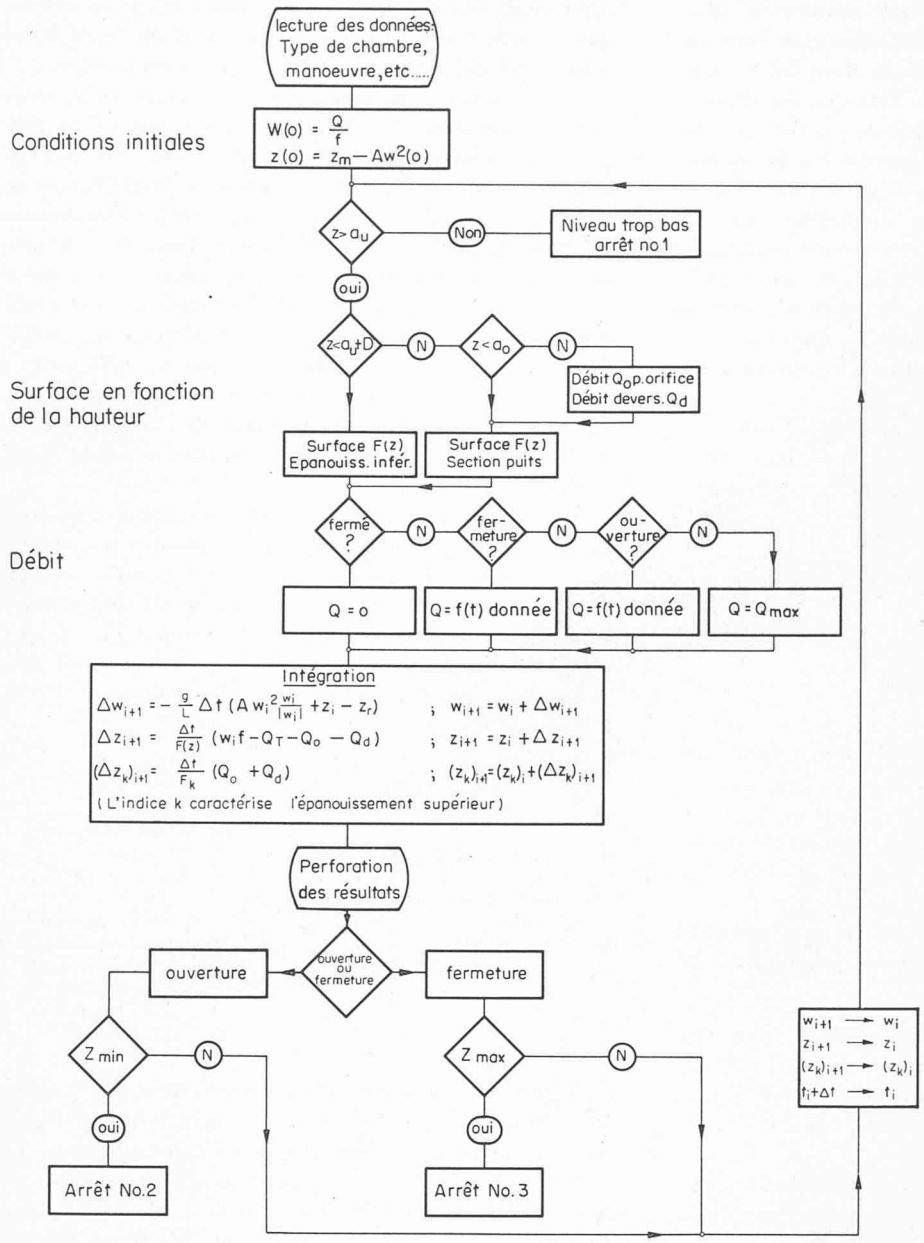


Fig. 5. — Organigramme simplifié relatif au calcul d'oscillations du plan d'eau dans une chambre avec épanouissement supérieur, orifice et déversoir.

rencontrés pratiquement. Le déroulement étant très rapide, l'ingénieur chargé de l'étude de l'ouvrage peut pousser plus loin ses investigations et définir à coup sûr les dimensions optima en étudiant toutes les possibilités de fonctionnement. Ceci peut conduire à une économie importante si l'on pense au fait que le prix d'une chambre d'équilibre est proportionnel à son volume. De plus, il est possible, pour un coût modique, d'étudier les répercussions de manœuvres compliquées qu'il n'était pas possible de calculer à la main, faute de temps.

Calcul de vitesses critiques d'arbres en rotation

Il est inutile d'insister sur l'importance de ce problème lorsqu'on pense au fait que des groupes de gros volume tournent très souvent au-delà de la première vitesse critique et parfois même au-delà de la seconde. Or, s'il est relativement aisé de déterminer la première vitesse critique lorsque l'arbre étudié n'est pas trop compliqué (par la méthode graphique de Stodola ou des méthodes analogues), le problème change d'aspect lorsqu'on désire calculer les vitesses critiques d'ordre supérieur. Le calcul devient vite inextricable et la probabilité d'obtenir un résultat représentatif de la réalité de plus en plus faible.

Ces raisons font que nous avons été amené à l'étude d'une méthode pouvant s'adapter à la résolution par un ordinateur électronique. Après examen de plusieurs méthodes, nous avons décidé d'appliquer celle dite de Holzer qui se prête particulièrement bien au traitement par une machine automatique. Nous ne donnerons ici que quelques éléments qui permettront de se faire une idée sur le principe de la méthode.

L'équation générale de la vibration d'une poutre est une équation aux dérivées partielles du quatrième ordre qui, lorsque le mouvement est harmonique, se réduit à l'équation différentielle du quatrième ordre suivante :

$$\frac{d^2}{dx^2}\left(EI\,\frac{d^2y}{dx^2}\right) = \rho\,\omega^2 y$$

à laquelle s'ajoutent les conditions aux limites, correspondant aux extrémités de la poutre par exemple.

Dans cette équation, x représente l'abscisse, y la flèche, EI la rigidité de l'arbre à la flexion, ρ la masse spécifique par unité de longueur et ω la vitesse angulaire de rotation.

Mathématiquement, le problème revient à chercher les valeurs propres ω_i de cette équation qui correspondent précisément aux vitesses critiques de l'arbre.

La méthode de Holzer consiste à choisir une déformée qui satisfait trois des quatre conditions aux limites, puis à faire varier la vitesse de rotation jusqu'à ce que la quatrième soit satisfaite. On obtiendra alors une fonction, le « résidu » de la quatrième condition, dont les zéros détermineront les valeurs propres ω_i.

Pour fixer les idées, choisissons un arbre simple, de longueur l supporté par deux paliers. Les conditions aux limites seront :

Pour $x = 0$: $y = 0$: flèche nulle, arbre dans le palier

$y'' = 0$: moment fléchissant nul

Pour $x = l$: $y = 0$: $y'' = 0$: idem.

Afin de pouvoir appliquer une méthode d'intégration numérique, il est nécessaire avant toutes choses de transformer l'arbre physique étudié en un arbre idéal, avec des masses concentrées aux points qui auront été choisis. La figure 7 illustre une telle réduction.

Choisissons les groupes de conditions initiales suivantes au début de l'arbre ($x = 0$) :

$$(1)\quad \begin{matrix} y_1(0) = 0 \\ y_1'(0) = 0 \\ y_1''(0) = 0 \\ y_1'''(0) = 1 \end{matrix} \qquad (2)\quad \begin{matrix} y_2(0) = 0 \\ y_2'(0) = 1 \\ y_2''(0) = 0 \\ y_2'''(0) = 0 \end{matrix}$$

En intégrant le long de l'arbre, nous obtiendrons à l'extrémité ($x = l$) deux séries de valeurs :

$$(1)\quad \begin{matrix} y_1(l) \\ y_1'(l) \\ y_1''(l) \\ y_1'''(l) \end{matrix} \qquad (2)\quad \begin{matrix} y_2(l) \\ y_2'(l) \\ y_2''(l) \\ y_2'''(l) \end{matrix}$$

Les conditions aux extrémités sont des fonctions linéaires des valeurs initiales ; nous pouvons choisir comme conditions initiales une combinaison linéaire des conditions initiales (1) et (2) telle que nous obtenions à l'extrémité de l'arbre $y_2 = 0$. Nous aurons alors satisfait à trois des conditions initiales, à savoir : $y(0) = y''(0) = y(l) = 0$.

En général $y''(l)$, qui est une grandeur proportionnelle au moment fléchissant M à l'extrémité, sera $\neq 0$. Si nous faisons varier ω en appliquant le même procédé, nous obtiendrons une fonction

$$y''(l) = f(\omega)$$

dont il faudra trouver les zéros. Les valeurs ω_i ainsi obtenues sont les valeurs propres (ou vitesses critiques) cherchées (fig. 8).

Lorsque les conditions aux limites sont différentes, par exemple lorsqu'une extrémité d'arbre est libre, le principe est exactement le même, mais les valeurs initiales choisies sont modifiées en conséquence.

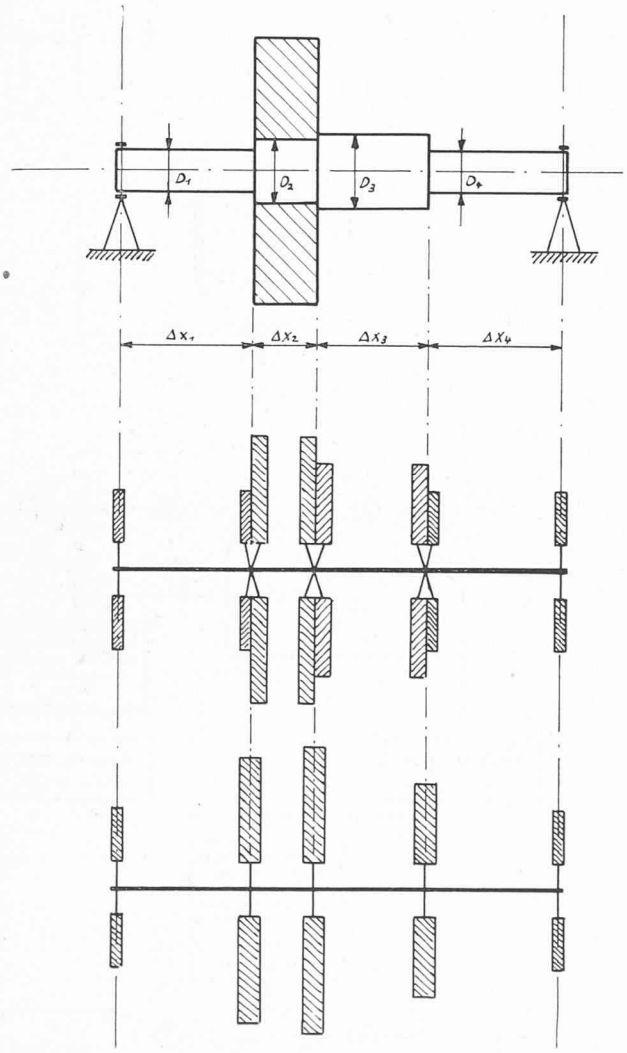


Fig. 7. — Schéma de réduction d'un arbre en masses réduites.

①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧
0	92391254	231884	93800000	1600000	1590000		
1	92391254	231884	93800000	1520000	1590000		
2	92396285	231884	93800000	1440000	1590000		
3	92406347	231884	93800000	1360000	1590000		
4	92421441	231874	93800000	1280000	1590000		
5	92441562	231845	93800000	1200000	1590000		
6	92466702	231796	93800000	1120000	1590000		
7	92496852	231718	93800000	1040000	1590000		
8	92532000	231610	93800000	960000	1590000		
9	92572132	231463	93800000	880000	1590000		
10	92617232	231277	93800000	800000	1590000		
11	92667283	231042	93800000	720000	1590000		
12	92722263	230748	93800000	640000	1590000		
13	92782147	230395	93800000	560000	1590000		
14	92846909	229983	93800000	480000	1590000		
15	92916524	229502	93800000	400000	1590000		
16	92960961	228953	93800000	320000	1590000		
17	93070192	228325	93800000	240000	1590000		
18	93154182	227619	93800000	160000	1590000		
19	93242897	226824	93800000	80000	1590000		
20	93336298	225941	93800000		1590000		
21	93434347	224960	93800000		1590000		
22	93531971	223881	93800000		1590000		
23	93629126	222704	93800000		1590000		
24	93725771	221439	93800000		1590000		
25	93821867	220075	93800000		1590000	182372	
26	93905901	218623	93800704		1590000	400011	
27	93975617	217093	93802248		1590000	513509	
28	94037531	215504	93804230		1590000	595690	
29	94093586	213856	93806529		1590000	660765	
30	94144833	212169	93809080		1590000	714617	
31	94191961	210442	93811839		1590000	760375	
32	94235462	208676	93814774		1590000	799917	
33	94275710	206881	93817862		1590000	834499	
34	94313004	205056	93821084		1590000	864989	
35	94347588	203212	93824423		1590000	892039	
36	94379671	201348	93827867		1590000	916130	
37	94409430	199464	93831404		1590000	937642	
38	94437018	197571	93835024		1590000	956885	
39	94462574	195658	93838718		1590000	974107	
40	94486217	193735	93842479		1590000	989504	
41	94508057	191802	93846299		1590000	1003259	51229
42	94524971	189869	93850370		1590000	1012947	279507
43	94526080	187936	93855360		1590000	1010030	298346
44	94525350	186013	93860411		1590000	1005670	285891
45	94524843	184110	93865397		1590000	1001504	277357
46	94524309	182226	93870334		1590000	997343	268464
47	94523778	180362	93875221		1590000	993201	259728
48	94523248	178508	93880058		1590000	989083	251082
49	94522716	176674	93884846		1590000	984984	242525
50	94522185	174859	93889585		1590000	980909	234058
51	94521655	173054	93894275		1590000	976853	225725
52	94521121	171269	93898918		1590000	972812	217437
53	94520587	169493	93903513		1590000	968795	209238
54	94520051	167737	93906831		1590000	965765	201107
55	94519455	165991	93910117		1590000	962703	192214
56	94518853	164264	93913370		1590000	959654	183366
57	94518250	162547	93916589		1590000	956619	174630
58	94517642	160850	93919775		1590000	953601	165984
59	94517031	159163	93922928		1590000	950594	157427
60	94516415	157495	93926049		1590000	947599	148982

désignation des colonnes :

1. temps en s.
2. cote dans le puits (altitude) en 10^5 m.
3. vitesse en 10^5 m/s.
4. cote dans la chambre supérieure (altitude) en 10^5 m.
5. débit Q(t) en 10^5 m³/s.
6. section du puits, en 10^5 m².
7. débit par les orifices, en 10^5 m³/s.
8. débit déversant, en 10^5 m³/s.

Fig. 6. — Liste des résultats relatifs à une chambre d'équilibre avec épanouissement supérieur, pourvue d'un déversoir et d'orifices.

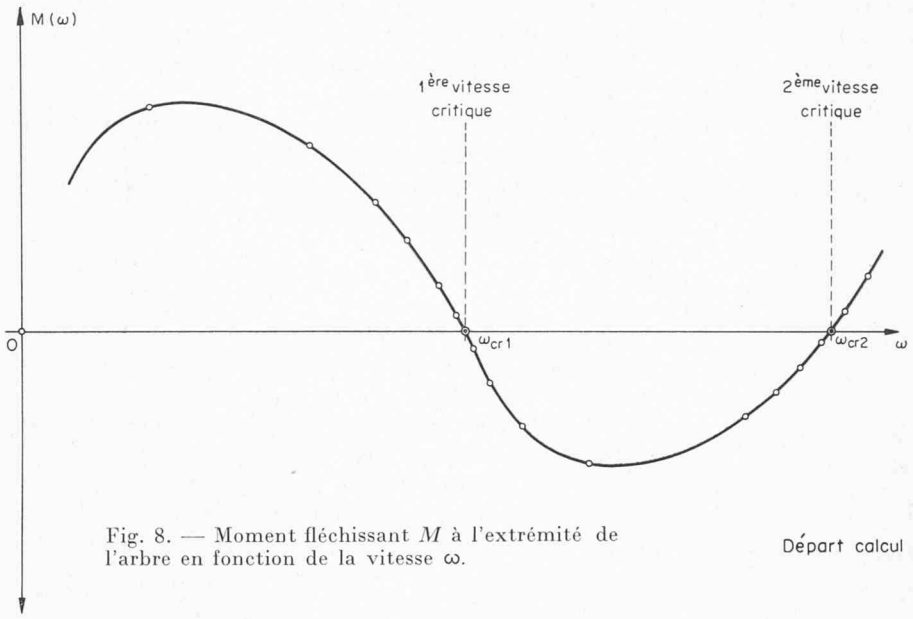


Fig. 8. — Moment fléchissant M à l'extrémité de l'arbre en fonction de la vitesse ω.

Dans le cas particulier du début d'arbre libre, on choisira comme groupes de conditions initiales :

$$y\ (0) = 1 \qquad y\ (0) = 0$$
$$y'\ (0) = 0 \qquad y'\ (0) = 1$$
$$y''\ (0) = 0 \qquad y''\ (0) = 0$$
$$y'''\ (0) = 0 \qquad y'''\ (0) = 0$$

Le procédé s'applique alors sans difficulté.

De même, si la fin de l'arbre est libre, on aura comme condition aux limites résiduelle non plus $y''(l)$, mais $y'''(l) = f(\omega)$ dont on cherchera les zéros.

Il est évident que, lorsque l'arbre comporte plusieurs paliers, ce procédé peut être poursuivi de palier en palier, jusqu'à l'extrémité de l'arbre. Le programme de calcul a été établi pour le cas tout à fait général d'un arbre à m paliers, avec début et fin soit libres, soit dans un palier (voir fig. 9). L'organigramme de principe (fig. 10) montre comment la machine choisit le chemin correspondant au traitement d'un problème particulier.

Il est intéressant de noter, par exemple, que le programme exécutant les deux intégrations a été écrit sous la forme de sous-programme, afin de permettre de l'utiliser à plusieurs endroits du programme général. Ceci est d'ailleurs une des caractéristiques du calcul au moyen de machines automatiques où l'on essaie toujours de tirer parti au maximum de ce que l'on a déjà programmé.

Pratiquement, le calcul se déroule de la manière sui-

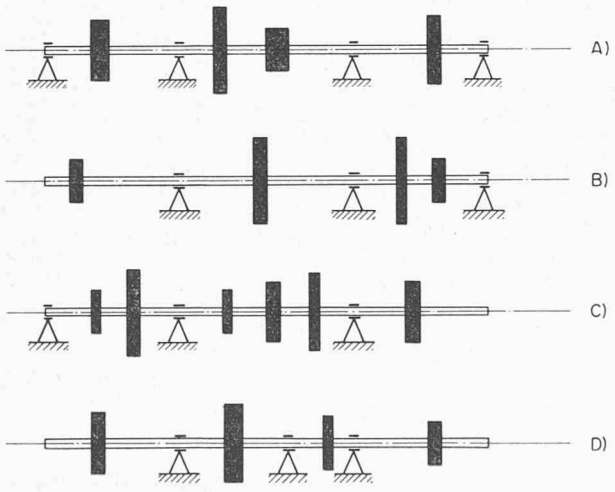
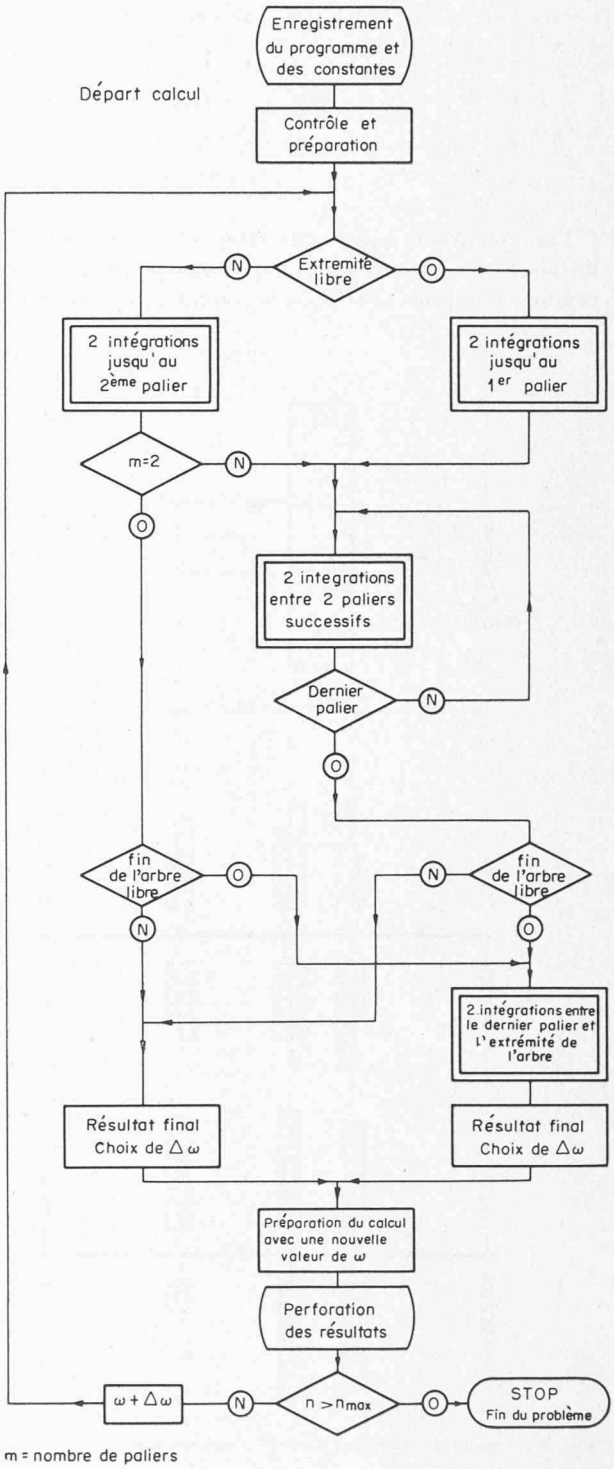


Fig. 9. — Configurations possibles d'un arbre avec ses paliers.

Fig. 10. — Organigramme simplifié pour le calcul des vitesses critiques d'arbres en rotation.



vante : l'utilisateur fixe soit une limite maximum de la vitesse de rotation à étudier, soit le nombre de vitesses critiques désirées, soit les deux simultanément. La machine s'arrêtera lorsqu'une de ces conditions sera atteinte. Le système utilisé pour déterminer les zéros de la fonction est une sorte de « fourchette » consistant à serrer de plus en plus près le point cherché et à le déterminer finalement par interpolation. Lorsqu'une vitesse critique a été ainsi déterminée, la machine passe plus loin pour déterminer la suivante, etc. Une carte-résultat est perforée par valeur de ω. Ces cartes une fois ordonnées selon les vitesses croissantes de ω sont listées et fournissent une tabelle de résultats telle que celle de la figure 11. La fonction qui nous intéresse est $M(\omega)$ qu'on peut représenter graphiquement (fig. 8) à partir des résultats numériques de la tabelle.

Lors de la mise au point d'un programme nouveau, il est intéressant de contrôler l'exactitude des résultats obtenus. C'est la raison pour laquelle nous avons calculé les deux premières vitesses critiques d'un arbre lisse de 12 cm de diamètre et de 3 m de longueur, ceci en faisant varier le nombre de segments élémentaires pour l'intégration. Le tableau ci-dessous montre les résultats obtenus :

Division en 60 segments
($\Delta x =$ 5 cm) ; $n_1 = 1614{,}91$; $n_2 = 6458{,}54$ t/min.
Division en 15 segments
($\Delta x =$ 20 cm) ; $n_1 = 1614{,}64$; $n_2 = 6458{,}17$ t/min.
Division en 3 segments
($\Delta x = 100$ cm) ; $n_1 = 1615{,}56$; $n_2 = 6456{,}95$ t/min.

On sait que pour un tel arbre, la première vitesse critique est donnée par la formule

$$n_{\text{crit. théorique}} = \frac{1}{2\pi}\frac{\pi^2}{l^2}\sqrt{\frac{EI}{\rho}}$$

qui donne la valeur suivante : $n_{1\,\text{th}} = 1614{,}47$ t/min.

La seconde vitesse critique est, dans ce cas simple, égale à quatre fois la première, soit $n_{2\,\text{th}} = 6457{,}87$ t/min.

Nous pouvons donc conclure que la méthode numérique que nous avons appliquée donne d'excellents résultats.

Il va sans dire que des essais ont également été faits avec des arbres plus compliqués. On a, par exemple, traité un arbre très dissimétrique en commençant successivement par les deux bouts ; les résultats ont montré une concordance remarquable. De même, le calcul de rotors existants a permis de vérifier pratiquement les résultats obtenus.

Un aspect intéressant est évidemment le temps de calcul utilisé par l'Ordinateur pour résoudre ce problème. A titre d'exemple, l'ordinateur 650 a déterminé les trois premières vitesses critiques d'un turbo-générateur, divisé en 12 segments d'intégration, en cinq minutes. Le même travail aurait pris à un opérateur exercé plusieurs semaines sans qu'on puisse finalement être sûr des résultats (spécialement des deuxième et troisième vitesses critiques).

En résumé, le programme de calcul établi pour l'Ordinateur IBM 650 permet de calculer exactement et économiquement les vitesses critiques d'un rotor de machine quelconque, avec un nombre de paliers quelconque. Grâce à ce moyen, l'ingénieur-constructeur peut refaire le calcul chaque fois que, pour une raison quelconque, un détail constructif aura été modifié. Il donne pour une dépense modique l'incidence exacte, sur les vitesses critiques, d'une modification projetée à telle ou telle partie de la machine.

	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨
	2100	21990990	20610	186975	817945 –	3	1	1	44
	2172	22744967	12117	44133	681881 –	3	1	1	44
	2193	22964877	9886	9038	638193 –	3	1	1	44
1	2199	23027708	Vitesse critique			3	1	1	44
	2209	23132427	8283	15528 –	604256 –	3	1	1	44
	2216	23205730	7627	25344 –	589790 –	3	1	1	44
	2232	23373281	6113	47257 –	553714 –	3	1	1	44
	2500	26179750	10626 –	195305 –	166331 –	3	1	1	44
	2620	27436378	13297 –	141772 –	540495	3	1	1	44
	2730	28588287	13676 –	41803 –	904223	3	1	1	44
	2756	28860556	13469 –	10749 –	993503	3	1	1	44
2	2764	28944332	Vitesse critique			3	1	1	44
	2772	29028107	13275 –	10005	1047813	3	1	1	44
	2780	29111882	13136 –	20795	1073549	3	1	1	44
	2790	29216601	13022 –	32924	1106452	3	1	1	44
	2900	30368510	10640 –	194959	1475673	3	1	1	44
	3300	34557270	8512	995693	2743093	3	1	1	44

désignation des colonnes :

1. Vitesse de rotation. en tours/min.
2. Vitesse de rotation, en 10^6 rad/s.
3. Tangente y'
4. moment y'' en bout d'arbre
5. réaction y'''
6, 7, 8 et 9 : mots de contrôle (code), ayant pour signification :
   6 : nombre de paliers (ici trois paliers)
   7 : condition en début d'arbre (ici, dans un palier)
   8 : condition en bout d'arbre (ici, dans un palier)
   9 : numéro du problème traité (ici, no. 44)

Fig. 11. — Tabelle des résultats donnant la flèche et ses dérivées en bout d'arbre (voir *fig. 9*, configuration A avec un seul palier intermédiaire.)

Remarques générales

Les deux exemples cités dans la section précédente montrent bien les possibilités d'un ordinateur à résoudre des problèmes particuliers. Un peu d'imagination nous laisse deviner les domaines innombrables dans lesquels il peut trouver des applications, mais c'est d'un aspect plus général que nous voudrions dire encore quelques mots.

Si nous considérons, d'une part, l'être humain, ingénieur, mathématicien, chargé d'utiliser une machine électronique, et, d'autre part, la machine elle-même, il est facile de concevoir que le mathématicien aura un gros effort à faire pour poser ses problèmes et les exprimer de telle manière qu'il puisse les donner à la machine. Ceci est évident puisque le niveau des possibilités de la machine est le plus souvent celui des quatre opérations élémentaires. La réduction d'un problème (si l'on suppose qu'une méthode numérique a déjà été trouvée) consiste dans l'écriture du programme de calcul, suite d'instructions élémentaires qu'il est nécessaire d'écrire, puis de perforer afin de pouvoir le faire lire par la machine. De gros efforts ont été faits déjà pour libérer l'homme de ce travail long et, il faut le dire, fastidieux.

C'est ainsi que des *systèmes interprétatifs* (ou système d'interprétation) ont été mis au point. Ces systèmes ont pour but d'élever en quelque sorte le niveau de la machine et lui apprendre, par exemple, à calculer la racine carrée, les rapports trigonométriques, etc. En utilisant de tels systèmes, le mathématicien aura beaucoup moins à écrire, la machine se chargeant d'une grande partie du travail. En contre-partie, le temps de

calcul utilisé par la machine sera sensiblement augmenté.

Un pas de plus a été franchi par l'invention des programmes d'assemblages tels que FORTRAN (programme de *For*mulation *Trans*posée). Dans ce système, le mathématicien n'a plus à faire que le 15 à 20 % du travail total nécessaire au passage des problèmes en machine. Il lui suffira d'écrire les formules mathématiques en respectant certaines règles (qui peuvent d'ailleurs être apprises en quelques heures) et la machine, dans une phase préalable d'assemblage, construira le programme, écrit dans son langage propre, nécessaire pour le calcul des formules qui lui auront été données. Le programme ainsi établi automatiquement par l'ordinateur sera un « bon programme », c'est-à-dire qu'il utilisera la machine au maximum ou, en d'autres termes, qu'il nécessitera un temps minimum lors de l'exécution des calculs. Un énorme avantage de ces systèmes est de permettre à des personnes ne connaissant pas une machine de pouvoir l'utiliser après quelques heures d'étude.

Lorsqu'un système interprétatif est tellement perfectionné qu'il transforme réellement la machine pour laquelle il est écrit en une autre machine, on peut l'appeler un *programme de simulation*. C'est un tel système qui a été développé pour l'Ordinateur IBM 650 et qui le transforme en une machine capable de faire de l'algèbre matricielle. Dans ce système, une opération matricielle telle que :

— addition ou soustraction de deux matrices ;
— multiplication de deux matrices l'une par l'autre ou d'une matrice par un nombre ;
— transposition, inversion d'une matrice ;
— etc.

peut être programmée au moyen d'une seule instruction. Une suite d'opérations matricielles qui, sur une machine normale, nécessite l'utilisation successive de plusieurs programmes (un par opération) peut être effectuée sans autre par la machine munie de son programme de simulation, et surtout entièrement automatiquement. Il est inutile d'insister sur la puissance d'un tel programme et les services qu'il peut rendre pour la résolution de tous les problèmes faisant intervenir des matrices.

Nous avons voulu, par cet exemple, mettre en évidence le fait que l'emploi des ordinateurs modernes dépasse le cadre de la résolution de problèmes particuliers, même très difficiles et que, considérés sous un aspect plus général, ils peuvent nous amener à forger de puissants instruments de travail.

ÉTUDE THÉORIQUE DES CONDITIONS DE STABILITÉ DES DISPOSITIFS DE RÉGLAGE SECONDAIRE

PAR ANALYSE DE LA REPRÉSENTATION LOGARITHMIQUE, GAIN-PHASE, DE LA FONCTION DE TRANSFERT A BOUCLE OUVERTE, DES ÉLÉMENTS CONSTITUTIFS DES DIVERSES CHAÎNES DE RÉGLAGE [1]

par H. DE WATTEVILLE, ingénieur à la Société Les Télétransmissions Electroniques, Paris

Sommaire :

L'interconnection des grands réseaux électriques a posé le problème du réglage de la puissance produite à l'intérieur de chaque réseau, de façon à limiter les échanges entre réseaux à des valeurs de consigne, tout en permettant le libre jeu de l'entraide apportée par la mise en commun des statismes des réseaux (1).

L'étude des conditions de stabilité de tels dispositifs de réglage secondaire est assez complexe, du fait du grand nombre d'éléments mis en jeu (régulateurs secondaires — dispositifs d'asservissement — réseaux, etc.). L'établissement des diagrammes de représentation logarithmique gain-phase de la fonction de transfert à boucle ouverte (2) *des éléments constitutionnels des chaînes d'asservissement permet de mettre en évidence le rôle joué par les divers paramètres entrant en action.*

[1] Exposé présenté le 5 septembre 1957, à Zurich, dans le cadre des 2mes Journées d'informations de l'Association suisse pour l'Automatique.

INTRODUCTION

Principe de la représentation logarithmique gain-phase (Diagramme de Bode)

Dans une chaîne asservie, chaque élément constitutif peut être représenté par sa fonction de transfert, en calcul symbolique :

$$G(p) = \frac{y}{x}$$

$p = \sigma + j\omega$ fréquence complexe
y = signal de sortie
x = signal d'entrée

Cette fonction de transfert se présente pour les éléments courants sous forme d'un polynome en p.

La représentation de Bode conduit à figurer en regard d'une échelle des abscisses communes (en log ω) les variations du gain et de la phase de la fonction $G(p)$.