Zeitschrift: Bulletin technique de la Suisse romande

Band: 95 (1969)

Heft: 7: Foire de Bâle, 12-22 avril 1969

Artikel: Portiques à poteaux d'inertie variable articulés en pied: méthode de

calcul et tableau

Autor: Racoillet, C.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-70226

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 13.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

BULLETIN TECHNIQUE DE LA SUISSE ROMANDE

Paraissant tous les 15 jours

ORGANE OFFICIEL

de la Société suisse des ingénieurs et des architectes de la Société vaudoise des ingénieurs et des architectes (SVIA) de la Section genevoise de la SIA de l'Association des anciens élèves de l'EPFL (Ecole polytechnique

fédérale de Lausanne)

et des Groupes romands des anciens élèves de l'EPFZ (Ecole polytechnique fédérale de Zurich)

COMITÉ DE PATRONAGE

Président: E. Martin, arch. à Genève Vice-président: E. d'Okolski, arch. à Lausanne Secrétaire: S. Rieben, ing. à Genève

Membres:

Membres:

Fribourg:
Genève:
G. Bovet, ing.; M. Waeber, arch.: J.-C. Ott, ing.
Neuchâtel:
J. Béguin, arch.; M. Chevalier, ing.
Valais:
G. de Kalbermatten, ing.; D. Burgener, arch.
A. Chevalley, ing.; A. Gardel, ing.;
M. Renaud, ing.; J.-P. Vouga, arch.

CONSEIL D'ADMINISTRATION

de la Société anonyme du « Bulletin technique »
Président: D. Bonnard, ing.
Membres: Ed. Bourquin, ing.; G. Bovet, ing.; M. Bridel; M. Cosandey, ing.; J. Favre, arch.; A. Métraux, ing.; A. Rivoire, arch.; J.-P. Stucky, ing.
Adresse: Avenue de la Gare 10, 1000 Lausanne

RÉDACTION

F. Vermeille, rédacteur en chef; E. Schnitzler, ingénieur, et M. Bevilacqua, architecte, rédacteurs Rédaction et Editions de la S.A. du « Bulletin technique »

Tirés à part, renseignements Avenue de Cour 27, 1000 Lausanne

ABONNEMENTS

| l an | | | Suisse | Fr. | 46.— | Etranger | Fr. | 50.— |
|----------------|--|---|--------|-----|------|----------|-----|------|
| Sociétaires | | ÷ | >> | >> | 38.— | >> | >> | 46 |
| Prix du numéro | | | >> | >> | 2.30 | >> | >> | 2.50 |

Chèques postaux: «Bulletin technique de la Suisse romande» N° 10 - 5775, Lausanne

Adresser toutes communications concernant abonnement, vente au numéro, changement d'adresse, expédition, etc., à: Imprimerie numéro, changement d'adresse, expéditi La Concorde, Terreaux 29, 1000 Lausanne

ANNONCES

| Idl | n des | d. | uu | OII | CE | S . | | |
|-----|-------|----|----|-----|----|-----|-----|-------|
| 1/1 | page | | | | | | Fr. | 495.— |
| 1/2 | | | | | | | >> | 260 |
| 1/4 | >> | | 4 | 4 | | | >> | 132 |
| 1/0 | ** | | | | | | ** | 00 |

Adresse: Annonces Suisses S.A. Place Bel-Air 2. Tél. (021) 22 33 26, 1000 Lausanne et succursales

Portiques à poteaux d'inertie variable articulés en pied, méthode de calcul et tableau, par C. Racoillet, directeur technique du bureau SETIB. d'ingénieurs suisses et l'activité à l'étranger, principalement dans les pays en voie de développement, par Jean-Pierre Chavaz, PF-SIA. — Bibliographie. — Société suisse des ingénieurs et des architectes. — Documentation générale. — Documentation du ingénieur EPF-SIA. bâtiment. - Informations diverses

PORTIQUES À POTEAUX D'INERTIE VARIABLE ARTICULÉS EN PIED MÉTHODE DE CALCUL ET TABLEAU

par C. RACOILLET, directeur technique du bureau SETIB

Introduction

Nous nous proposons d'exposer une méthode d'un emploi simple et rapide pour le calcul des portiques à poteaux d'inertie variable articulés en pied.

Remarquons que cette hypothèse de l'articulation en pied est en pratique peu restrictive, car les formes architecturales courantes de poteaux à inertie variable impliquent des sections réduites à la base, peu susceptibles d'absorber des moments d'encastrement importants.

Une seconde hypothèse restrictive consiste à supposer une variation linéaire de la hauteur de la section transversale des poteaux, la largeur de cette section restant constante, ce qui est généralement le cas pour des raisons de simplicité constructive des coffrages.

Ces portiques se rencontrent fréquemment dans les bâtiments industriels de grande portée, dans les salles de gymnastique, dans les locaux vastes sans points d'appui intermédiaires. Ils sont généralement soumis à des efforts importants qui rendent nécessaires des calculs précis. La méthode ci-dessous exposée permet de faire ces calculs très rapidement.

Principe de la méthode

La méthode consiste à calculer une inertie moyenne équivalente pour se ramener au cas d'un portique à poteaux d'inertie constante qui est justiciable des formules de Kleinlogel.

Cette inertie moyenne est d'un calcul immédiat grâce à des tableaux établis une fois pour toutes.

Précisons que la méthode a été mise au point pour des cas de charges symétriques appliquées à la traverse.

Elle n'est donc pas parfaitement rigoureuse du point de vue théorique pour des charges transversales sur les poteaux (effet du vent, par exemple) ou pour des charges dissymétriques sur la traverse.

Soit le portique défini par la figure 1, de portée l et de hauteur h mesurées par rapport aux fibres moyennes.

Les poteaux, d'épaisseur constante b, ont une hauteur de section variable de a à leur base à a+d à leur

Nous calculons l'inertie moyenne équivalente J en écrivant que, sous l'effet d'un couple quelconque ${}^{M}B$ appliqué au nœud B du poteau, la rotation en ce point

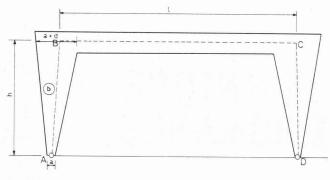


Fig. 1.

est la même pour le poteau d'inertie variable I(x) que pour le poteau d'inertie constante J. (figure 2)

A partir des équations de Bresse, on peut écrire :

- pour le poteau à inertie variable :

$$w_B = \frac{1}{h} \int_a^b \frac{hM(x)x}{EI(x)} dx.$$

Du fait de l'articulation en $A,\ M(x)=\frac{{}^{M}B}{h}\ x$

d'où
$$w_B = \frac{MB}{Eh^2} \int_0^h \frac{x^2}{I(x)} dx;$$

— pour le poteau à inertie constante J:

$$w_B = \frac{{}^MB}{EJh^2} \int\limits_{a}^{h} x^2 dx$$

$$w_B = \frac{{}^MBh}{3EJ}$$
 d'où
$$J = \frac{h^3}{3\int\limits_{a}^{h} \frac{x^2}{I(x)} dx.$$

En faisant intervenir le paramètre $\rho = \frac{d}{a}$, I(x) s'écrit

$$\begin{split} I(x) &= \frac{ba^3}{12} \left(1 + \rho \, \frac{x}{h} \right)^3 \\ &\int \limits_{o}^{h} \frac{x^2 dx}{I(x)} &= \frac{1}{\frac{ba^3}{12}} \int \limits_{o}^{h} \frac{x^2}{\left(1 + \rho \frac{x}{h} \right)^3} \, dx. \end{split}$$

Procédons au changement de variable défini par :

$$1+\rho\,\frac{x}{h}=X$$
 soit
$$x=(X-1)\,\frac{h}{\rho}$$

$$dx=\frac{h}{\rho}\,dX$$

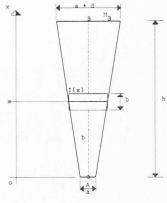


Fig. 2.

$$\begin{split} &\int_{o}^{h} \frac{x^{2}}{\left(1 + \frac{x}{h}\right)^{3}} dx = \frac{h^{3}}{\rho^{3}} \int_{1}^{1 + \rho} \frac{(X - 1)^{2}}{X^{3}} dX \\ &= \frac{h^{3}}{\rho^{3}} \int_{1}^{1 + \rho} \left(\frac{1}{X} - \frac{2}{X^{2}} + \frac{1}{X^{3}}\right) dX \\ &= \frac{h^{3}}{\rho^{3}} \left[LX + \frac{2}{X} - \frac{1}{2X^{2}} \right]_{1}^{1 + \rho} \\ &= \frac{h^{3}}{\rho^{3}} \left[LX + \frac{4X - 1}{2X^{2}} \right]_{1}^{1 + \rho} \\ &= \frac{h^{3}}{\rho^{3}} \left[L(1 + \rho) + \frac{4(1 + \rho) - 1}{2(1 + \rho)^{2}} - 1.5 \right] \\ &= \frac{h^{3}}{\rho^{3}} \left[L(1 + \rho) - 1.5 + \frac{3 + 4\rho}{2(1 + \rho)^{2}} \right] \end{split}$$

$$\begin{split} \text{d'où: } J &= \frac{ba^3}{12} \frac{h^3}{\frac{3 \; h^3}{\rho^3} \left\lfloor L(1+\rho) - 1, 5 + \frac{3+4\rho}{2(1+\rho)^2} \right\rfloor} \\ J &= \frac{ba^3}{12} \frac{\rho^3}{3 \left\lfloor L(1+\rho) - 1, 5 + \frac{3+4\rho}{2(1+\rho)^2} \right\rfloor} \end{split}$$

$$J=\frac{ba^{\mathbf{3}}}{12}\,\mathbf{\varphi}\left(\mathbf{\mathbf{\rho}}\right)$$

 $\frac{ba^3}{12}$ représente l'inertie de la section de base du poteau, au droit de l'articulation;

$$\begin{split} \varphi(\rho) &\text{ est la fonction} \\ \varphi(\rho) &= \frac{\rho^3}{3 \left[L(1+\rho)-1.5+\frac{3+4\,\rho}{2(1+\rho)^2}\right]} \\ \rho &\text{ désignant le paramètre } \frac{d}{a} \end{split}$$

Le tableau ci-dessous donne les valeurs de la fonction $\varphi(\rho)$ pour des valeurs de ρ allant jusqu'à $\rho=10$.

La figure 3 montre la courbe représentative des variations de la fonction $\phi(\rho)$. Elle permet le contrôle immédiat des valeurs déterminées par interpolation entre des résultats du tableau.

Conduite pratique des calculs :

- 1) Calcul du paramètre $\frac{d}{a} = \rho_1$.
- 2) Recherche de la valeur $\phi_1(\rho_1)$ dans le tableau.
- 3) Calcul de l'inertie moyenne équivalente du poteau $J_{1}=rac{ba^{3}}{12}\ \mathbf{q_{1}}\ (\mathbf{p_{1}}).$
- 4) Calcul des valeurs fixes de Kleinlogel

$$\begin{cases} k = \frac{J_2}{J_1} \cdot \frac{h}{l} \end{cases}$$

 J_1 désignant l'inertie de la traverse

N = 2k + 3

5) Calcul des moments, réactions et poussées suivant les formules de Kleinlogel et d'après les cas de charge.

Exemple numérique

Portiques selon figure 4, supportant une toiture (dalle B.A. 12 cm). — Entre axes portiques 4,10 m.

1)
$$\rho_1 = \frac{d}{a} = \frac{90 - 30}{30} = 2.$$

2)
$$\varphi_1(\rho_1) = \varphi(2) = 12,72.$$

3)
$$J_1 = \frac{25 \times \overline{30^3}}{12} \times 12{,}72$$
 $J_1 = 715\ 300\ \mathrm{cm^4}.$

4) Largeur utile de la dalle $b = b_0 + 20d$ (norme 162 — article 11)

> b = 2,65 m(Figure 4 b.)

 $J_2 = 2.945\ 000\ \mathrm{cm^4}$

k = 1,72 N = 6,44

5) Cas de charge répartie :

4,10 m²/m¹ de dalle :

poids propre (épr. 12) 300 kg/m^2 étanchéité-protection. neige. 100 kg/m^2 500 kg/m^2

 $4,10 \times 500$ 2050 kg/m¹ poids traverse (25×73) . 450 kg/m^{1} agrès appareils (salle de gymnastique) 100 kg/m^1

 2600 kg/m^{1}

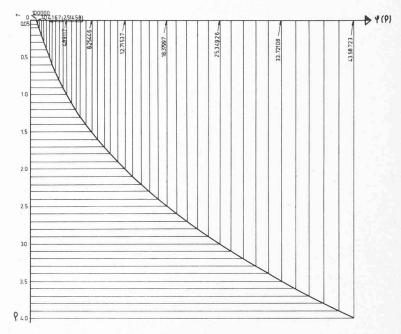


Fig. 3 a. — Courbe représentative des variations de la fonction $\phi(\rho) \quad 0 < \rho < 4.$

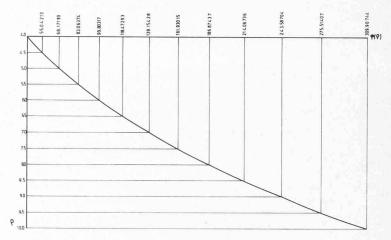


Fig. 3 b. — Courbe représentative des variations de la fonction $\varphi(\rho)$ 4 < ρ < 10.

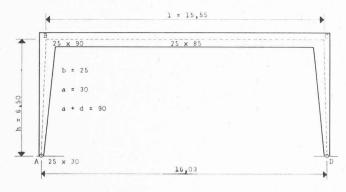
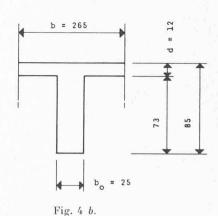


Fig. 4.



Moment d'encastrement traverse-poteaux :

$$\begin{split} M_B &= M_C = -\frac{q l^2}{4N} \\ M_B &= M_C = -24\,500 \text{ kgm} \end{split}$$

Poussée maximum en pied des poteaux:

$$H_A = H_D = -\frac{M_B}{h}$$

$$H_A = H_D = 3800 \text{ kg}$$

Moment positif maximum dans la travée:

$$M = \frac{ql^2}{8} + M_B$$

$$M = 53500 \text{ kgm}$$

Courbe des moments: voir figure 5.

Esquisse d'une généralisation

Reprenons la formule générale

$$J = \frac{h^3}{3 \int_{a}^{h} \frac{x^2}{I(x)} dx.}$$

L'inertie moyenne équivalente J pourra se calculer pour différents cas de lois de variation d'inertie des poteaux en fonction d'un paramètre σ convenablement choisi de cas en cas et à condition que l'expression

$$\int_{a}^{h} \frac{x^{2}}{I(x)} dx \text{ soit intégrable.}$$

J pourra alors s'exprimer sous la forme

$$J = \frac{ba^3}{12} \, \Phi(\sigma),$$

 $\frac{ba^3}{12}$ désignant l'inertie de la section de base du poteau au droit de l'articulation et $\Phi(\sigma)$ une fonction du paramètre choisi.

Les valeurs de la fonction $\Phi(\sigma)$ pourront figurer dans un tableau ou sur une courbe représentative.

Exemple

Poteaux avec une hauteur de section constante et une largeur variant linéairement (figures 6).

$$I(x)=\,b(x)\;\frac{a^3}{12}$$

En posant
$$\sigma = \frac{e}{b}$$
 $b(x) = b\left(1 + \sigma \frac{x}{h}\right)$

$$J = \frac{ba^3}{12} - \frac{h^3}{3\int_{a}^{h} \frac{x^2}{1 + \sigma_{\overline{h}}^x} dx.}$$

Procédons au changement de variable défini par :

$$1 + \sigma \frac{x}{h} = X$$

soit
$$x = (X - 1) \frac{h}{\sigma}$$

$$dx = \frac{h}{\sigma} dX$$

$$\int\limits_{o}^{h}\frac{x^{2}}{1+\sigma _{\overline{h}}^{x}}\,dx=\frac{h^{3}}{\sigma ^{3}}\int\limits_{1}^{1+\frac{\sigma }{(X-1)^{2}}}\frac{(X-1)^{2}}{X}\,dX$$

$$=\frac{h^3}{\sigma^3}\int\limits_1^{1+\sigma}\!\!\left(\!X-2+\frac{1}{X}\!\right)dX$$

$$=\frac{h^3}{\sigma^3} \left[LX + \frac{X^2 - 4X}{2} \right]_1^{1+\sigma}$$

$$=\frac{h^3}{\sigma^3} \ \left[L(1+\sigma) + \frac{\sigma^2}{2} - \sigma \right]$$

d'où
$$J=rac{ba^3}{12}$$
 $rac{\sigma^3}{3\left[L(1+\sigma)+rac{\sigma^2}{2}-\sigma
ight]}$

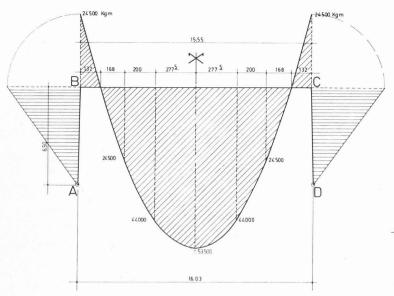


Fig. 5.

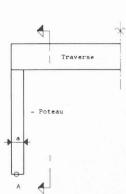


Fig. 6.

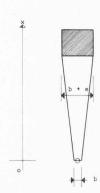


Tableau des valeurs de la fonction $\phi(\rho)$

| ρ | φ(ρ) | ρ | φ(ρ) | ρ | $\phi(\rho)$ | ρ | $\Phi(\rho)$ |
|--|--|--|--|--|--|---|---|
| 0,00 0,05 0,1 0,2 0,3 0,4 0,5 0,6 0,7 0,8 0,9 1,0 | 1,00000 1,04167 1,23457 1,51515 1,81452 2,14621 2,51458 2,91616 3,35485 3,82918 4,34084 4,89117 | 3,1 3,2 3,3 3,4 3,5 3,6 3,7 3,8 3,9 4,0 | 26,90856 28,52393 30,19814 31,92955 33,72108 35,57182 37,48243 39,45525 41,49023 43,58723 | 6,1 6,2 6,3 6,4 6,5 6,6 6,7 6,8 6,9 7,0 | 103,38088 107,03530 110,76868 114,58044 118,47293 122,44710 126,49910 130,63612 134,85425 139,15428 | 9,1 9,2 9,3 9,4 9,5 9,6 9,7 9,8 9,9 10,0 | $\begin{array}{c} 249,77908 \\ 256,06735 \\ 262,45008 \\ 268,93318 \\ 275,51407 \\ 282,19084 \\ 288,96963 \\ 295,84952 \\ 302,82855 \\ 309,90744 \end{array}$ |
| 1,1 1,2 1,3 1,4 1,5 1,6 1,7 1,8 1,9 2,0 | 5,48210 6,11205 6,73988 7,49788 8,25446 9,05514 9,90125 10,79280 11,73020 12,71537 | 4,1 4,2 4,3 4,4 4,5 4,6 4,7 4,8 4,9 5,0 | 45,74878 47,97482 50,26426 52,62072 55,04213 57,53127 60,08797 62,71414 65,40743 68,17190 | 7,1 7,2 7,3 7,4 7,5 7,6 7,7 7,8 7,9 8,0 | 143,54048 148,00857 152,56287 157,20249 161,93015 166,74112 171,64185 176,62941 181,70658 186,87427 | | |
| 2,1 2,2 2,3 2,4 2,5 2,6 2,7 2,8 2,9 3,0 | 13,74872 14,83091 15,96279 17,14605 18,37997 19,66589 21,00528 22,39840 23,84626 25,34926 | 5,1 5,2 5,3 5,4 5,5 5,6 5,7 5,8 5,9 6,0 | 71,00737 73,91357 76,89134 79,94152 83,06374 86,26261 89,53399 92,88128 96,46282 99,80317 | 8,1 8,2 8,3 8,4 8,5 8,6 8,7 8,8 8,9 9,0 | $192,13132 \\ 197,47855 \\ 202,91677 \\ 208,44684 \\ 214,06736 \\ 219,78362 \\ 225,59430 \\ 231,49556 \\ 237,49524 \\ 243,58704$ | | |

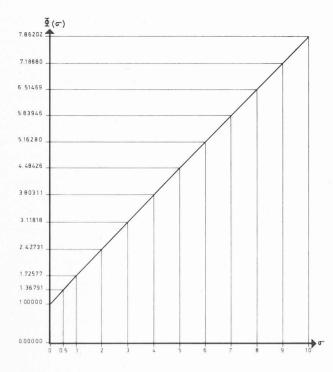


Fig. 7. — Courbe représentative des variations de la fonction $\Phi(\sigma).$

Tableau des valeurs de la fonction $\Phi(\sigma)$

| σ | Φ(σ) |
|-----|---------|
| 0,0 | 1,00000 |
| 0,1 | 1,07527 |
| 0,2 | 1,14943 |
| 0,5 | 1,36791 |
| 1 | 1,72577 |
| 2 | 2,42731 |
| 3 | 3,11818 |
| 4 | 3,80311 |
| 5 | 4,48426 |
| 6 | 5,16280 |
| 7 | 5,83946 |
| 8 | 6,51469 |
| 9 | 7,18880 |
| .0 | 7,86202 |

$$J=rac{ba^3}{12}~\Phi(\sigma)$$
 avec $\Phi(\sigma)=rac{\sigma^3}{3\left[L(1+\sigma)+rac{\sigma^2}{2}-\sigma
ight]}$ ableau ci-dessus donne quelques valeurs de la

Le tableau ci-dessus donne quelques valeurs de la fonction $\Phi(\sigma)$.

La figure 7 représente la courbe représentative des variations de cette fonction.