Le centre de glissement

Autor(en): **Maillart, Robert**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Bulletin technique de la Suisse romande**

Band (Jahr): **99 (1973)**

Heft 20

PDF erstellt am: **24.05.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-71702

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

Le centre de glissement

par ROBERT MAILLART

Quand il s'agit des principes fondamentaux de la Statique, sur lesquels tous les traités sont d'accord, nous sommes habitués à les accepter sans les soumettre à un examen critique.

En statique, la plus large place est faite à l'étude des solides prismatiques (poutres, colonnes...) sollicités par des forces extérieures. Le problème est réduit à la recherche des tensions maxima d'une section normale qui équilibrent ces actions extérieures. A cet effet, on a remplacé le système des forces extérieures par les résultantes et les couples de forces suivants [1] :

1° Une résultante F, appelée *l'effort normal*, dont la direction est normale au plan de la section et qui passe par son centre de gravité. L'effort normal fait travailler le matériau à la compression simple ou à l'extension simple.

2° Une résultante V, appelée *l'effort tranchant*, située dans le plan de la section et *passant par son centre de gravité*. L'effort tranchant fait travailler le matériau au glissement simple.

3° Un couple X, situé dans un plan perpendiculaire à la section transversale et contenant l'axe du prisme. Ce couple est appelé *moment fléchissant* : il fait travailler la pièce à la flexion et tend à imprimer à la section un mouvement de rotation autour d'un axe situé dans son plan et passant par le centre de gravité.

4° Un couple T, situé dans le plan de la section et appelé *couple de torsion*. Il fait travailler le matériau au genre de glissement dit torsion et tend à imprimer à la section un mouvement de rotation dans son plan.

...

Il est évident que toute théorie n'a de valeur que pour autant qu'elle est confirmée par l'expérience. Or nous allons décrire une épreuve qui a donné des résultats vraiment surprenants [2].

Un fer en ⊏, profil normal allemand, a été chargé dans l'axe passant par le centre de gravité de la manière indiquée dans notre figure 1. Nous voyons que dans la partie médiane B-C (B, C, points d'application de P) intervient uniquement un moment fléchissant. Or, selon l'énoncé 3°, on devrait y constater uniquement « un mouvement de rotation de la section autour d'un axe situé dans son plan et passant par le centre de gravité » *(flexion régulière)*.

On s'est borné à mesurer les tensions en quatre points M_1, M_2, M_3, M_4, de la section médiane, tous distants de 145 mm de l'axe neutre, lequel, pour des raisons évidentes, se confond avec l'axe de symétrie. En calculant d'après la théorie usuelle, les tensions en ces points, on trouve -273 kg/cm² (en compression) aux deux points supérieurs M_1 et M_2 et $+273$ kg/cm² (en extension) aux deux points inférieurs M_3 et M_4.

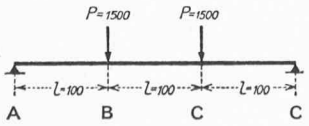

Fig. 1.

Le tableau suivant fait ressortir les différences entre les tensions calculées et les tensions effectives observées :

	Tensions calculées kg/cm²	Tensions observées kg/cm²	Différences en kg/cm²	Différences en pour cent
M_1	-273	-518	245	89 %
M_2	-273	$+104$	377	134 %
M_3	$+273$	$+456$	183	66 %
M_4	$+273$	-16	289	105 %

Les diagrammes des tensions calculées et observées sont reportés dans la figure 2. L'aire ombrée représente les différences.

Nous voyons que ces différences sont fondamentales et qu'elles ne peuvent être attribuées à des inexactitudes d'observations. Force nous est donc d'admettre une divergence essentielle entre la théorie et l'expérience. En vérité, il n'y a pas de « rotation autour de l'axe horizontal » et l'on chercherait en vain un autre axe de rotation, c'est-à-dire un autre axe neutre correspondant aux tensions observées.

L'auteur de ces essais, le professeur Bach, en tire la conclusion que toute la théorie de la flexion, même celle de la flexion simple, n'est applicable qu'aux poutres à section symétrique et chargées dans un plan de symétrie. Les profils asymétriques sont donc mis à l'index. Mais cette mesure est-elle justifiée et la pratique doit-elle se contenter de cette conclusion ? Les fers en ⊏, par exemple, sont d'un emploi fréquent et commode, et leur suppression rendrait difficiles nombre de solutions pratiques.

En observant les diagrammes des tensions, il appert que les deux ailes sont sollicitées d'une manière tout à fait excentrique. A la flexion régulière vient se superposer un fléchissement latéral et de sens contraire dans chaque aile.

Ce fléchissement est plus intense dans l'aile supérieure, ce qui conduit à admettre un léger déplacement général vers la gauche ; autrement dit, la section s'est déversée à gauche. Cette constatation nous porte à croire que nous sommes en présence d'un *phénomène de torsion, bien que la poutre soit chargée dans un plan contenant le centre de gravité*.

Devant l'incompatibilité manifeste entre la théorie exprimée par l'énoncé 2° et l'expérience de Bach, on peut se demander si la conception, selon laquelle il y a glissement simple quand la résultante des actions tangentielles passe par le centre de gravité de la section, est bien fondée, en d'autres termes, si la résultante des efforts tranchants, en cas d'absence de torsion, contient le centre de gravité. En cherchant des éclaircissements dans les traités, on ne trouve rien de précis à ce sujet. Il semble bien qu'en conférant au centre de gravité un rôle important quant à l'équilibre des efforts tranchants, on ait procédé en quelque sorte par analogie avec l'alinéa 1°, qui a trait aux actions normales. Ceci serait justifié, si l'on pouvait attribuer à chaque élément de la section une part de l'effort tranchant proportionnelle à l'aire de l'élément et dirigée parallèlement à cet effort.

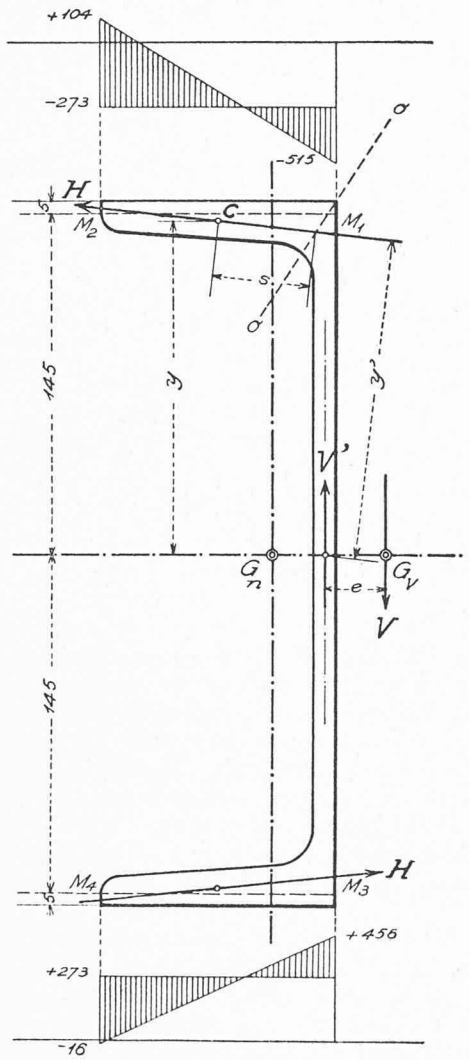

Fig. 2.

...

Il faut bien se rendre compte que « la tension de glissement » n'est autre chose que la composante tangentielle de la tension maximum, tension qui a généralement une direction oblique.

Aussi M. Résal dit-il très clairement [1] :

« Un corps ne saurait travailler à l'effort tranchant que s'il travaille en même temps à la flexion », car « le moment fléchissant ne peut être nul en deux sections successives sans que l'effort tranchant soit également nul. »

$$dM = Vdx$$

Cette considération permet de se rendre compte de la distribution des efforts tranchants dans la section. A cette fin, on fait une coupe parallèlement à l'axe du prisme et on envisage l'équilibre de l'une des deux parties de la tranche du prisme limitée par les deux sections successives.

Cette étude n'est faite généralement que pour des profils symétriques, en se bornant à des coupes parallèles à l'axe neutre. Il va de soi que la résultante des tensions tangentielles se trouve alors dans l'axe de symétrie et qu'elle contient par conséquent le centre de gravité.

Mais nous pouvons appliquer la même méthode à des sections de forme quelconque, et admettre des directions obliques du plan de séparation des deux parties de la tranche.

La résolution générale de ce genre de problème est certainement très ardue. Par contre, lorsque la section est composée de rectangles ou de trapèzes minces, il est possible de résoudre assez exactement le problème qui s'énonce ainsi :

Quelle est la position du point d'application G_v de V, telle que le moment fléchissant $dM = Vdx$ ne soit accompagné d'aucun phénomène de torsion ?

Considérons par exemple (fig. 2) la section d'un fer en ⊏ soumis à un effort tranchant vertical. Il y aura absence de torsion — ceci pour des raisons de symétrie — si les résultantes des tensions tangentielles des trois rectangles composant la section, contiennent les centres respectifs. Les actions tangentielles étant parallèles à la périphérie, à proximité de celle-ci, on conçoit que pour un rectangle mince leur résultante sera dirigée à peu près dans le sens de la longueur du rectangle. Dans l'âme, les tensions transversales sont donc dirigées verticalement et leur résultante V' est verticale aussi. Dans les ailes, par contre, les tensions ont une direction sensiblement horizontale et leurs résultantes sont deux forces H de même grandeur. Pour déterminer la force H, agissant dans l'aile séparée de l'âme par une coupe oblique *o-o*, il suffit de constater que le moment fléchissant

$$dM = Vdx$$

engendre dans l'aile un effort normal moyen

$$d\sigma = \frac{dM}{J} \cdot y = \frac{Vdx}{J} \cdot y,$$

où y est la distance entre le centre de gravité C de l'aile et l'axe de symétrie, et J le moment d'inertie total de la section par rapport au même axe.

L'effort normal dans l'aile de surface A

$$A \cdot d\sigma = \frac{Vdx}{J} \cdot A \cdot y$$

doit être équilibré par une force égale mais de signe contraire appliquée en *o-o*, soit à la distance s, et par un couple

$$H \cdot dx = A \cdot d\sigma \cdot s\,,$$

ce qui nous donne

$$H = \frac{V}{J} \cdot A \cdot s \cdot y.$$

En établissant maintenant les conditions d'équilibre par rapport au centre de l'âme, nous obtenons

$$V \cdot e = 2H \cdot y' = \frac{V}{J} \cdot A \cdot s \cdot y \cdot y'$$

et

$$e = \frac{2A}{J} \cdot s \cdot y \cdot y'.$$

La position de V excluant toute torsion est déterminée, si outre A, J et y nous connaissons s et y'. Ces deux valeurs dépendent de la répartition des tensions dans la section *o-o*, répartition qui n'est guère uniforme. Les tensions sont certainement plus grandes à la face intérieure, ce qui semble indiquer une direction de H correspondant plutôt à la diagonale qu'à la ligne médiane de l'aile. Mais, en tous cas, l'inexactitude qui pourrait résulter de cette évaluation n'influencera pas le résultat d'une manière essentielle.

Ces vues ayant été exposées par l'auteur dans quelques notes antérieures [3, 4, 5], la Commission technique de l'Association des constructeurs suisses de ponts et charpentes métalliques a fait procéder à un essai [6] qui a pleinement confirmé ce qui précède. En effet, en chargeant un fer ⊏ de 20 cm de hauteur en deux points symétriques par rapport aux appuis, les anomalies que présentait l'essai de Bach disparaissaient complètement lorsqu'on appliquait la charge *en dehors du profil*, à une distance $e = 22$ mm du centre de l'âme.

Si l'effort tranchant V a une direction oblique, il devra toujours, pour que le moment de torsion soit nul, passer par le point G_v situé sur l'axe de symétrie et distant de e. Car nous pouvons décomposer l'effort oblique V en deux composantes, l'une verticale, l'autre située dans l'axe de symétrie.

Cette dernière composante ne produira aucune torsion, et pour qu'il en soit de même de la force oblique, il faut que la composante verticale agisse à une distance e de l'âme.

Il en découle que le point G_v est un point fixe, dépendant uniquement de la forme de la section. Ce point a une certaine analogie avec le centre de gravité ou « centre des tensions normales uniformément réparties » G_n ; nous l'appellerons *le centre de glissement*. Si la distance de ce centre à l'effort tranchant V, au lieu d'être nulle, accuse une valeur a, il faudra tenir compte du moment de torsion $T = V \cdot a$.

Il est évident que toute aire plane, régulière ou irrégulière, possède un tel point fixe. La détermination de ce point est plus ou moins aisée.

...

L'énoncé 2°, qui se trouve dans tous les traités, est donc inexact et doit être corrigé de la manière suivante :

« 2° Une résultante V, située dans le plan de la section et passant par le *centre de glissement*. L'effort tranchant fait travailler le matériau au glissement simple. »

L'énoncé ainsi corrigé étant valable pour des sections de forme quelconque, on pourra donc, contrairement à l'opinion de Bach, appliquer aux profils asymétriques les règles générales de la théorie de la flexion. Nous avons constaté qu'il se manifeste de la torsion quand l'effort tranchant est appliqué au centre de gravité de la section d'un profil en ⊏. Si l'énoncé 4° était valable sans restrictions, aucune altération de la « flexion régulière » ne serait possible. Il ne se produirait donc pas d'autres tensions normales, mais uniquement un « genre de glissement » dit torsion. Ce genre de glissement se distingue du glissement simple en ce que le sens des tensions tangentielles sur les deux faces est opposé, tandis qu'il est le même dans le cas du glissement simple. Mais il s'agit là de tensions tangentielles, tandis que l'essai de Bach dénote la présence de tensions normales élevées, étrangères à la flexion régulière. D'où proviennent ces tensions supplémentaires ?

Rappelons-nous que la théorie de la torsion se borne généralement à traiter le cas simple, où deux moments de torsion de sens inverse agissent *aux deux extrémités* d'un prisme. Mais c'est là un cas spécial qui ne se rencontre guère en pratique, car en général le couple de torsion n'a pas la même valeur dans toutes les parties du prisme considéré. On paraît admettre qu'il suffit de considérer indépendamment chaque partie à couple constant. Pour démontrer l'inexactitude de cette conception, nous avons représenté (fig. 3 et 4) deux prismes dont les deux moitiés sont sollicitées à la torsion, en sens inverse l'une de l'autre. Nous avons indiqué, en les exagérant, les déformations que subiraient les deux moitiés supposées séparées. Ces

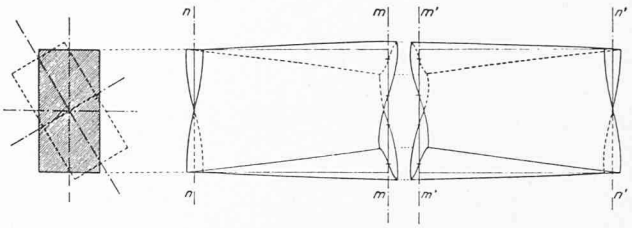

Fig. 3.

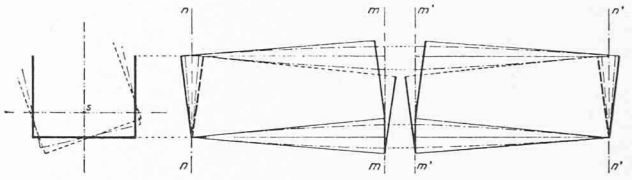

Fig. 4.

dernières sont soumises chacune à la torsion simple, sans sollicitation normale, puisque les sections successives subissent des déformations uniformes. Mais les sections médianes m-m et m'-m' ne concordent pas du tout, et le fait qu'elles doivent être identiques implique nécessairement la présence d'efforts normaux, dont le sens et l'intensité peuvent être appréciés à vue d'œil. Il s'agit d'un fléchissement latéral (fig. 4) des ailes semblable à celui que nous venons de constater dans l'expérience de Bach.

L'énoncé 4° doit-il donc être modifié à son tour ? Afin de ne pas être conduit à envisager cette nécessité on peut avancer qu'il s'agit là d'efforts locaux et évoquer le principe de Saint-Venant, suivant lequel ces efforts ne sauraient influencer la poutre sur toute son étendue. Mais si le principe est applicable à une poutre à section pleine, l'essai de Bach montre qu'il n'en est plus ainsi quand les deux zones de la section, sur lesquelles agissent les deux couples, ne sont que faiblement reliées entre elles. Dans l'essai de Bach, la source des perturbations est située aux points B et C (points d'application de P), où un segment déformé de la poutre se trouve juxtaposé à un segment exempt de torsion. Or les tensions normales ont été mesurées au milieu de la poutre, c'est-à-dire à une grande distance de ces points. Puisque ces tensions sont très élevées, on est forcé d'admettre qu'elles ne disparaîtraient pas entièrement, même en allongeant la partie médiane de la poutre.

Il est donc certain qu'en pareils cas l'énoncé 4° n'est plus valable.

...

Remarquons encore que les tensions normales provoquées par le couple de torsion dépassent sensiblement celles dues au moment fléchissant pourtant quinze fois plus grand ! Il semble donc désirable d'être à même de déterminer les tensions normales supplémentaires dues au couple de torsion.

Pour certains profils simples on peut employer la méthode suivante, basée sur les formules usuelles de la déformation angulaire en cas de torsion simple.

Considérons, par exemple, le figure 1 en admettant que deux couples de torsion T de même sens agissent en B et C, ce qui a lieu quand le plan de la charge V ne contient pas le centre de glissement. Deux couples de sens inverse

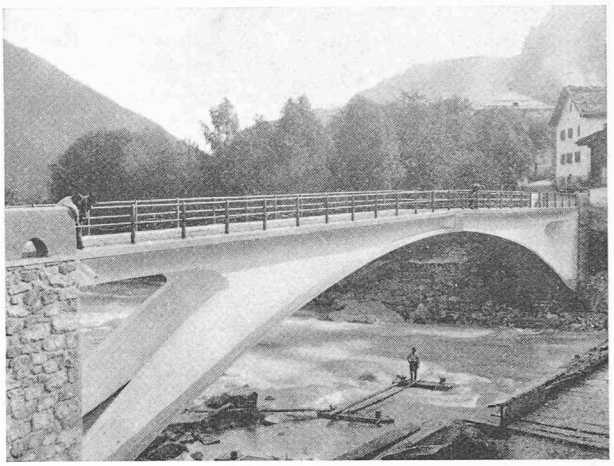

Fig. A. — *Pont sur le Rhin antérieur à Tavanasa* (GR), construit en 1905, détruit en 1927 par les blocs de rocher entraînés par la crue d'un torrent.

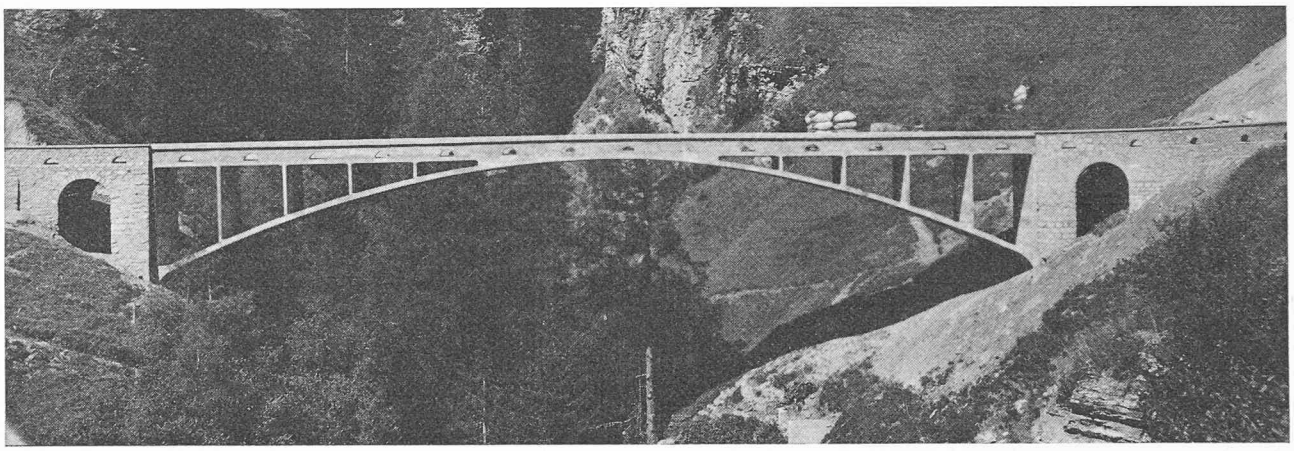

Fig. B. — *Pont sur le Val Tschiel, près de Donath (Andeer, GR)*, construit en 1925.

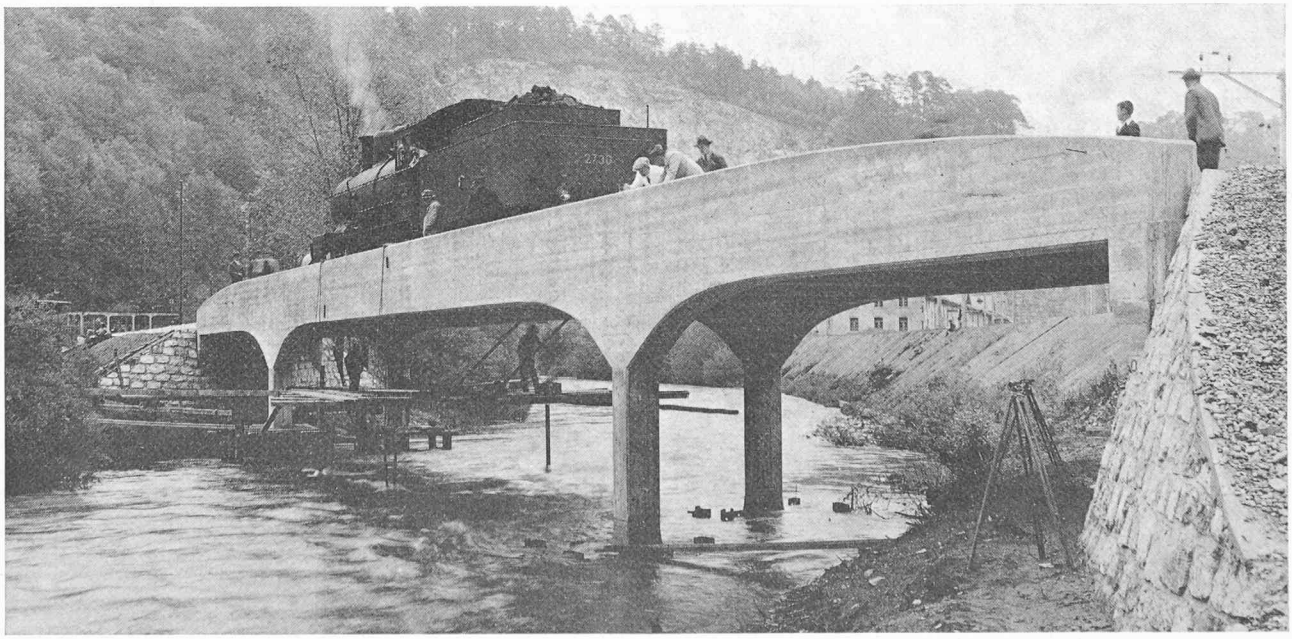

Fig. C. — *Pont-rail sur la Birse à Liesberg* (accès à la fabrique de ciment), construit en 1935 (photo prise lors de l'épreuve de charge).

agissant en A et D (points d'appui de la poutre) devront rétablir l'équilibre. Quelles sont les tensions normales dans les différents points M de la section médiane ?

Admettons pour un instant que le prisme ne soit pas à même de supporter des tensions longitudinales, ou, ce qui revient au même, que son module d'élasticité soit nul, tandis que le module de glissement subsiste. Le prisme se déformera alors comme s'il était coupé en B et C, et l'on pourra calculer le déplacement horizontal f_1 des points M au moyen des formules usuelles pour la détermination de l'angle de torsion simple.

Supposons ensuite que le matériau constituant le prisme n'offre aucune résistance au glissement, mais résiste uniquement aux efforts longitudinaux et déterminons de nouveau le déplacement f_2 des quatre points M, après avoir décomposé le couple en deux forces horizontales, égales et de sens contraire, agissant l'une sur la moitié supérieure et l'autre sur la moitié inférieure de la poutre. Cette opération présente une certaine complication du fait que les deux ailes ne peuvent fléchir librement en sens inverse l'une de l'autre, reliées qu'elles sont par l'âme. Néanmoins on arrivera assez facilement à un résultat satisfaisant [3].

Mais, puisque le matériau résiste aussi bien aux actions normales qu'aux actions transversales, il s'ensuivra une inflexion horizontale f déterminée par la relation

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}$$

L'inflexion f étant déterminée, on pourra en déduire la valeur des tensions normales supplémentaires.

Cette méthode quelque peu primitive, appliquée à l'essai de Bach, a donné de bons résultats [3]. On obtient naturellement les mêmes valeurs pour M_1 et M_3 que pour M_2 et M_4, tandis qu'en réalité ces valeurs diffèrent quelque peu pour l'essai, vu que, par l'effet de la torsion, la direction de V n'est plus strictement parallèle à l'âme.

En partant du même principe, nous pourrons aussi déterminer les tensions tangentielles dues au couple de torsion. Ce couple sera équilibré d'une part par des tensions de glissement simple et de l'autre par des tensions de glissement de torsion. Pour évaluer ces torsions, nous partirons de la courbe d'inflexion latérale $f = F(x)$ dont la dérivée nous fournit immédiatement l'angle de torsion dans chaque section, ce qui nous permettra de calculer les tensions tangentielles selon les formules usuelles.

Une fois les tensions normales et tangentielles ainsi déterminées, on pourra en déduire les tensions maximales.

Il est clair que la pratique ne peut pas s'accommoder de ce genre de calculs.

...

Des tensions longitudinales supplémentaires seront donc toujours à craindre dans le cas d'une poutre isolée. Par contre, en présence d'une série de poutres parallèles, nous n'aurons, pour éviter un surcroît notable de tensions, qu'à les entretoiser convenablement. L'angle de torsion ne pourra alors dépasser une certaine valeur en rapport avec la rigidité des entretoises.

...

Comme conclusion pratique, on peut dire qu'il faut éviter d'employer des poutres isolées, sauf à réduire considérablement le travail admissible, afin de conserver une marge suffisante en vue des effets de la torsion. Cette réserve concerne indistinctement les profils symétriques ou asymétriques. Considérons, par exemple, un profil I ; il est évident qu'une répartition inégale des surcharges peut provoquer des tensions supplémentaires du même ordre de grandeur que celles trouvées dans l'essai décrit plus haut sur un profil en [.

Nous devons conclure que l'entretoisement, considéré souvent comme mesure d'ordre purement pratique, est parfaitement justifié au point de vue théorique, si l'on veut réaliser le degré de sécurité que le calcul ordinaire est censé nous garantir.

BIBLIOGRAPHIE

[1] J. Résal : *Résistance des matériaux*, Paris, 1922.

[2] C. Bach : *Elastizität und Festigkeit*, 8e édition, Berlin, 1920.

[3] R. Maillart : *Zur Frage der Biegung*, Schweiz. Bauzeitung, *77*, 18 (30 avril 1921).

[4] R. Maillart : *Bemerkungen zur Frage der Biegung*, SBZ *78*, 2 (9 juillet 1921).

[5] R. Maillart : *Über Drehung und Biegung*, SBZ, *79*, 20 (20 mai 1922).

[6] R. Maillart : *Der Schubmittelpunkt*, SBZ, *83*, 10 (8 mars 1924).

[7] R. Maillart : *Le centre de glissement*, dans Bull. tech. Suisse rom., *50*, 13 (21 juin 1924).

[8] G. H. Béguin : *Robert Maillarts Einführung des Schubmittelpunktes*, Teilwiedergabe von Original-Texten, SBZ, *90*, 10 (9 mars 1972).

Appendice

Liste des articles publiés par R. Maillart en français

Maillart, R. : Le béton armé à la galerie du Ritom. *Bulletin technique de la Suisse romande*, *47*, 17, p. 198-201 (20 août 1921).

— De la construction des galeries sous pression intérieure. *Ibid.*, *48*, p. 256-260, p. 271-274, p. 290-293 (1922). *Ibid.*, *49*, p. 41-45, p. 53-58 (1923).

— Dispositif de sécurité pour la circulation sur les ponts. *Revue suisse de la route*, 5, du 8 mars 1923, p. 70-71.

— Le centre de glissement. *BTSR*, *50*, 13 (21 juin 1924).

— Questions relatives à l'exportation d'énergie électrique et à la mise en valeur de nos forces hydrauliques. *Ibid.*, *51*, 4, p. 41-45 (1925) (mémoire présenté le 11 février 1924 à la section genevoise de la SIA).

— Note sur les ponts voûtés en Suisse. 1er Congrès international du béton et du béton armé, Liège, 1930, 7 p.

— Théorie des dalles à champignon — Discussion, rapport final, 1er Congrès AIPC, Paris, 1932, p. 197-208.

— Ponts-voûtes en béton armé — De leur développement et de quelques constructions spéciales exécutées en Suisse. *Travaux*, février 1935, p. 64-71.

— La construction des ponts en béton armé envisagée du point de vue esthétique. *Genie civil*, *CVI*, 11, p. 262-263 (16 mars 1935).

Maillart, R. et Stettler, E. : Passage supérieur de la route cantonale à son croisement au km 1,603 avec la ligne Huttwil-Wolhusen. *L'Entreprise*, 19, du 9 mai 1936, p. 160-162.

Maillart, R. : L'ingénieur et les autorités. *Vie, Art et Cité*, janv.-fév. 1940, 3 p. (numéro consacré aux ingénieurs suisses — article reproduit dans le livre de Max Bill).

Quelques articles en français décrivant l'œuvre de Maillart :

Moser, A. : Les planchers champignons. *La Technique des Travaux*, mars 1938, 16 p. (décrit le système « Maillart »).

Bulletin technique de la Suisse romande : Evolution de la construction des ponts en béton armé. *BTSR*, *65*, 7, p. 85-93 (8 avril 1939) (aperçu imagé de l'œuvre de Maillart publié à l'occasion de sa nomination au titre de membre d'honneur par le Royal Institute of British Architects).

Paris, A. : Nécrologie de R. Maillart. *BTSR*, *66*, 11 p. 126-127 (1er juin 1940).

Adresse de l'auteur :
G. H. Béguin, Dr ing.,
32, rue des Noirettes,
1227 Genève-Acacias.