Zur Wählerberechnung

Autor(en): **Wyss, H. / Engel, H.**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Technische Mitteilungen / Schweizerische Telegraphen- und Telephonverwaltung = Bulletin technique / Administration des télégraphes et des téléphones suisses = Bollettino tecnico / Amministrazione dei telegrafi e dei telefoni svizzeri**

Band (Jahr): **5 (1927)**

Heft 5

PDF erstellt am: **20.05.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-873843

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

enthalten, die dem Kabelmantel schädlich sein könnten. Aehnliche Massen sind jahrelang zum Ausgiessen von Abschlussmuffen verwendet worden. Wenn das Produkt so aufgetragen wird, dass eine unmittelbare Berührung zwischen Kabelmantel und Erdreich ausgeschlossen ist, so wird der Korrosion vermutlich vorgebeugt werden können.

An einem Kabelstück aus Chatham, Illinois, das vor 16 Jahren, mit einer Teerhülle versehen, untergegraben worden war, war keine Zersetzung festzustellen, soweit die Umhüllung unversehrt geblieben war. An einer einzigen Stelle, wo die Teerschicht eine Berührung zwischen Mantel und Beton nicht verhindert hatte, war das Kabel stark angegriffen. Ob dieser Fehler von Selbstkorrosion oder von Elektrolyse herrührte, ist nicht untersucht worden. Der Vorfall zeigt, wie schwierig es ist, eine einwandfreie Asphaltumhüllung herzustellen, wenn nicht besondere Massnahmen getroffen werden. Ueber den Preis der Schutzhülle stehen keine Angaben zur Verfügung; doch darf angenommen werden, dass er verhältnismässig niedrig ist.

Verschiedene Forscher haben herausgefunden, dass die Schutzschicht aus Karbonaten, Silikaten und Phosphaten, die sich an bleiernen Wasserröhren bildet, ein Weitergreifen der Korrosion verhindert. Unseres Wissens werden in der Praxis keine Schutzschichten dieser Art verwendet, doch dürfte sich auf dem angedeuteten Wege eine Lösung finden lassen.

XIII. Zusammenfassung und Schlussfolgerungen.

Der vorstehende Bericht über die Korrosion von Bleikabeln, die unmittelbar mit dem Boden in Berührung stehen, umfasst zwei Reihen von Untersuchungen, nämlich Untersuchungen im Gelände und Untersuchungen im Laboratorium. Die auf diesen zwei Wegen erzielten Ergebnisse stimmen im allgemeinen miteinander überein. Es ist den Verfassern möglich gewesen, Einblick in die Ursachen und das Wesen der Korrosion zu erhalten und ein beschleunigtes Verfahren auszubilden, das Anhaltspunkte bietet für den Grad der Korrosion, den ein Mantel von bestimmter Zusammensetzung in einem bestimmten Boden erleidet.

Ursachen der Korrosion. Hauptursache der Korrosion sind im allgemeinen die im Erdreich vorhandenen organischen Stoffe. Bei der Zersetzung dieser Stoffe entstehen Säuren, die das Material des Kabelmantels angreifen. Bei 80% der inspizierten Kabel wurden Korrosionserscheinungen festgestellt, und sozusagen in allen Fällen war Essigsäure nachweisbar. Da diese Säure beim Verfaulen von Holz und pflanzlichen Stoffen entsteht, so ist es nicht ratsam, zum Schutz der Kabel rohe Bretter zu verwenden.

Auch alkalische Substanzen in Form von Kalkstein, Beton, Gips usw. sind in gewissen Fällen als unmittelbare Ursache der Korrosion zu betrachten; jedenfalls bewirken sie ein stärkeres Auftreten der Korrosionserscheinungen. Salze, insbesondere das gewöhnliche Kochsalz, können ebenfalls die Ursache von Korrosionserscheinungen sein, wenn diese auf örtliche galvanische Vorgänge zurückzuführen sind.

Verhältnisse, die eine Zunahme des Korrosionsgrades bewirken. Im allgemeinen wächst die Korrosion mit den im Boden vorhandenen organischen Substanzen. Dies ergab sich sowohl aus den Beobachtungen im Gelände als auch aus den Laboratoriumsversuchen. Die Reihenfolge, wie sie im Laboratorium festgestellt wurde, ist: 1. Schlamm, 2. Asche, 3. Sand, 4. Lehm. Korrosionserscheinungen treten leicht und rasch auf in Böden, die Kalkstein und andere kalkartige Substanzen oder Asche enthalten. Sie schreiten in ungenügend entwässerten Böden rascher vorwärts als in solchen mit guten Abflussverhältnissen.

Einfluss der Zusammensetzung des Kabelmantels. Sowohl aus den Versuchen im Gelände als aus den Laboratoriumsversuchen geht hervor, dass Zinnblei viel widerstandsfähiger ist als Reinblei, im Gegensatz zu Antimonblei, das weniger widerstandsfähig ist. Dies scheint sich daraus zu erklären, dass die Korrosion an interkristallinischen Stellen einsetzt. Das Antimon setzt sich hauptsächlich zwischen den Kristallen fest, während das Zinn grösstenteils in eine feste Lösung übergeht. Zinn setzt der Korrosion an und für sich schon grösseren Widerstand entgegen und liegt in der Spannungsreihe so nahe beim Blei, dass nur mit geringen örtlichen Wirkungen zu rechnen ist. Antimon dagegen liegt weiter vom Blei weg, weshalb solche Wirkungen wahrscheinlicher sind.

Vorbeugende Massnahmen gegen das Auftreten von Korrosion. Das einzige Mittel, der Korrosion vorzubeugen, besteht darin, zwischen dem Kabelmantel und dem Boden eine Trennung herzustellen. Einen wirksamen Schutz bilden die Rohranlagen, bei denen die Tonröhren das Auftreten der Korrosion fast vollständig verunmöglichen. Einige wenige Versuche haben gezeigt, dass auch ein Teer- oder Asphaltüberzug der Korrosion vorzubeugen vermag, vorausgesetzt, dass die Schutzschicht keine Unterbrechungsstellen aufweist. Dagegen sollten Beton, Kalkstein oder rohes Holz nicht in unmittelbare Berührung mit dem Kabelmantel oder in dessen Nähe verbracht werden.

Zur Wählerberechnung.

Von Dr. H. Wyss und H. Engel, Bern.

I.

Der Automatisierung eines Telephonbetriebes muss jeweils eine einlässliche Beurteilung der Wirtschaftlichkeit vorangehen. Eine hervorragende Bedeutung für diesbezügliche Rentabilitätsberechnungen, die sich auf die Verkehrszahlen stützen, besitzt die Zahl der benötigten Wähler oder Verbindungswege; denn von dieser Zahl hängen schliesslich die Kosten für Räumlichkeiten, Linienbau, Betriebsbatterie, Unterhalt und andere Komponenten ab.

Die Verkehrszahlen lassen sich mit der wünschbaren Genauigkeit statistisch erfassen. Um von ihnen auf die Wählerzahl zu schliessen, wird meistens ein spezielles Kurvenblatt benützt, aus dem anhand

der Verkehrskurve (TC-Kurve) zu jedem Verkehrswert die notwendige und günstige Wählerzahl abgelesen werden kann. Man wird also auf eine Kurve verwiesen, über deren Verlauf man sich meist keine Rechenschaft zu geben vermag. Natürlich wird für ihre Zuverlässigkeit genügende Gewähr geboten durch die Tatsache, dass sie von führenden Firmen benützt und ausgegeben wird.

Immerhin mag es ein gewisses Interesse besitzen, zu verfolgen, wie eine solche Verkehrskurve durch abstrakte Rechnung bestimmt werden kann.

Verschiedene Autoren haben dieses Problem bereits behandelt[1]). Wir verweisen auf die uns vorliegenden Arbeiten von Merker[2]), Lubberger und Müller[3]). Um aber deren Resultate einem grösseren Interessentenkreise zugänglich zu machen, versuchen wir im folgenden, eine möglichst übersichtliche, schrittweise Ableitung zu geben.

II.

Die Entwicklung wird mit Hilfe der Wahrscheinlichkeitsrechnung durchgeführt. Es sei deshalb vor der Behandlung der vorliegenden Aufgaben an einige im folgenden benützte Sätze über Wahrscheinlichkeiten erinnert:

1. Unter der mathematischen Wahrscheinlichkeit des Eintreffens eines Ereignisses versteht man den Quotienten aus der Anzahl der günstigen durch die Anzahl aller möglichen Fälle:

$$p = \frac{\text{günstige Fälle}}{\text{mögliche Fälle}}$$

Ist die Anzahl der günstigen gleich jener der möglichen Fälle, so ist $p = 1$ der Ausdruck der Gewissheit. Ist aber kein Fall günstig, so wird $p = o$ und kennzeichnet die Unmöglichkeit. Zwischen diesen Grenzen bewegt sich die Wahrscheinlichkeit. Es ist ferner sofort ersichtlich, dass die Wahrscheinlichkeit q, dass das Ereignis *nicht* eintrifft, dargestellt wird durch:

$$q = 1 - p$$

so dass gilt:

$$q + p = 1$$

2. Die Wahrscheinlichkeit, dass von zwei Ereignissen das eine *und* das andere zugleich eintreten, ist gleich dem *Produkt* der Wahrscheinlichkeiten für das Eintreten jedes Ereignisses für sich allein.

3. Die Wahrscheinlichkeit, dass von zwei Ereignissen das eine *oder* das andere eintritt, ist gleich der *Summe* der Wahrscheinlichkeiten für das Eintreffen jedes der beiden Ereignisse für sich allein.

4. Stehen n Elemente irgendwelcher Art zur Verfügung, aus denen je x Elemente herausgegriffen werden sollen, so ist bei Ausschluss von Wiederholungen die Summe aller Kombinationsmöglichkeiten bestimmt durch das Symbol:

$$\binom{n}{x} \text{ [spr. n tief x]}$$

welches bedeutet:

$$\binom{n}{x} = \frac{n\,(n-1)\,(n-2)\cdots(n-x+1)}{x!} = \frac{n\,(n-1)\,(n-2)\cdots(n-x+1)}{1\cdot 2\cdot 3\cdots x}$$

Es wird z. B. ausgewertet:

$$\binom{6}{3} = \frac{6\cdot 5\cdot 4}{1\cdot 2\cdot 3} = 20$$

und bedeutet, dass aus 6 Elementen 20mal eine Dreiergruppe von verschiedener Zusammensetzung gebildet werden kann.

Die Begründung und nähere Ausführung der oben angeführten Sätze findet sich in jedem elementaren Lehrbuche über Wahrscheinlichkeitsrechnung.

III.

Gestützt auf diese einfachen Elemente treten wir an die Lösung der folgenden Aufgabe:

Die Zahl der Abonnenten einer Zentrale ist N; die mittlere Belegungszeit in der Hauptverkehrsstunde pro Abonnent wurde bestimmt als T Stunden.

Die Zahl der Wähler oder Verbindungsleitungen ist x. Wie gross ist nun die Wahrscheinlichkeit, dass in einem Zeitpunkt t während der Hauptverkehrsstunde ein aufläutender Abonnent keinen freien Verbindungsweg finden kann?

Vor der schrittweisen Lösung sei noch bemerkt, dass zuweilen nicht T bestimmt wird, sondern C = die Zahl der in der HVSt von allen N Abonnenten verursachten Belegungen und T^1 = die mittlere Dauer einer solchen Belegung.

Es ist sofort ersichtlich, dass die gesamte Belegungszeit während der HVSt im ersteren Falle durch NT, im zweiten durch CT^1 dargestellt wird. Somit gilt:

$$NT = CT^1$$

wodurch der Zusammenhang der verschiedenen Beobachtungswerte hergestellt ist.

Nun kann zur Lösung der Aufgabe geschritten werden.

1. Die Wahrscheinlichkeit, dass im Zeitpunkt t der Abonnent I seine Linie benutzt, ist

$$p_I = T$$

wo T in Bruchteilen einer Stunde gegeben ist.

Wird nämlich die Stunde in M Momente von beliebiger Kürze zerlegt, so spricht im Durchschnitt ein Abonnent während M . T Momenten. Die Wahrscheinlichkeit, dass ein beliebiger Stichmoment ein Gesprächsmoment des Abonnenten I sei, ist

$$p_I = \frac{\text{günstige Fälle} = \text{Gesprächsmomente}}{\text{mögliche Fälle} = \text{Summe aller Momente}} = \frac{M\cdot T}{M}$$

so dass wirklich besteht:

$$p_I = T.$$

Die Grenzfälle stellen sich folgendermassen dar: für $T = 1$ telephoniert jeder während der ganzen Stunde; im Zeitpunkt t ist also die Linie des I sicher besetzt; es ist aber auch $p_I = 1$ der Ausdruck der Sicherheit. Ist $T = O$, wird überhaupt nicht telephoniert, so ist die Linie des I sicher unbesetzt, was eben ausgesagt wird durch $p_I = o$. Wie für den

---

[1]) Ausführliches Literaturverzeichnis: F. Lubberger, Die Wirtschaftlichkeit der Fernsprechanlagen, München 1927.

[2]) M. Merker, Quelques remarques sur l'emploi du calcul des probabilités dans la détermination du nombre des sélecteurs d'un bureau téléphonique automatique. Annales des Postes, Télégraphes et Téléphones No. 3, Paris 1924.

[3]) Lubberger & Müller, Fernmeldetechnik, Band 1924.

Abonnenten I gilt natürlich für jeden andern bestimmten Abonnenten N:

$$p_N = T.$$

Die Wahrscheinlichkeit, dass ein bestimmter Abonnent im Zeitpunkt t seine Linie benutzt, ist = T.

2. Die Wahrscheinlichkeit, dass I und II im Zeitpunkt t sprechen, setzt sich zusammen aus p_I und p_{II}; und zwar wird sie nach dem zweiten Satz des Abschnittes II dargestellt durch das Produkt:

$$p_I \cdot p_{II} = T^2.$$

So kann allgemein festgestellt werden:
Die Wahrscheinlichkeit, dass n *bestimmte Abonnenten zur Zeit* t *sprechen, ist* = T^n.

3. Die Wahrscheinlichkeit, dass ein bestimmter Abonnent I nicht spricht im Stichmoment, wird bewertet durch:

$$q_I = 1 - T$$

so dass richtigerweise besteht:

$$p_I + q_I = T + (1 - T) = 1$$

und allgemein gilt:
Die Wahrscheinlichkeit, dass n *bestimmte Abonnenten nicht sprechen, ist* = $(1-T)^n$.

4. Die Wahrscheinlichkeit, dass der Abonnent I allein spricht, während alle übrigen Linien frei sind, ist zusammengesetzt aus:

p_I (dass er überhaupt spricht)

und q_{N-1} (dass die übrigen N—1 nicht sprechen).

Somit wird unter Anwendung des 2ten Satzes aus Abschnitt II =

$$P_I = T \cdot (1-T)^{N-1}.$$

Aehnlicherweise wird die Wahrscheinlichkeit, dass zwei bestimmte Linien besetzt, die übrigen frei sind, dargestellt durch

$$T^2 \ (1-T)^{N-2}$$

womit die Verallgemeinerung dieses Resultates angedeutet ist.

5. Die Wahrscheinlichkeit, dass irgend ein Abonnent, d. h. dass der Abonnent I oder II oder III..... oder N seine Linie benützt, ist nach dem dritten Satz des Abschnittes II:

$$p_1 = p_I + p_{II} + p_{III} + \cdots + p_N = N \cdot T.$$

Es bestehen in diesem Falle, wo es sich nicht um einen bestimmten Abonnenten handelt, N mal mehr Möglichkeiten.

Die entsprechende Wahrscheinlichkeit, dass *nur* einer spricht, kann aus den früheren Ergebnissen sofort erkannt werden als:

$$P_1 = NT \ (1-T)^{N-1}.$$

6. Die Wahrscheinlichkeit, dass 2 beliebige Abonnenten im Zeitpunkt t sprechen, alle andern Linien aber frei sind, ist:

$$P_2 = \binom{N}{2} T^2 (1-T)^{N-2}.$$

Sie entsteht aus der Wahrscheinlichkeit, dass zwei bestimmte Abonnenten sprechen (vgl. Punkt 4), vermehrt um die Zahl der Kombinationsmöglichkeiten von je 2 aus N Abonnenten (vgl. Ziffer 4 des Abschnittes II).

Wird dieses Resultat verallgemeinert, so entsteht für die Wahrscheinlichkeit, dass x beliebige Linien gleichzeitig besetzt, alle übrigen frei sind, der Ausdruck

$$(1) \qquad P_x = \binom{N}{x} T^x \ (1-T)^{N-x}.$$

7. Merker erwähnt in der zitierten Schrift, dass verschiedene Autoren dieses Ergebnis als Lösung des eingangs gestellten Problems betrachteten. Tatsächlich stellt es aber noch nicht die Antwort auf unsere Frage dar. Denn wir suchen die Wahrscheinlichkeit, dass beim Aufruf eines Abonnenten die verfügbaren Linien schon besetzt sind.

Dieses Ereignis tritt also noch nicht ein, wenn die Linien benützt werden, sondern erst wenn ausserdem noch ein oder zwei oder mehr Abonnenten sprechen möchten. Die Wahrscheinlichkeit, dass (x + 1) Abonnenten sprechen, ist aber nach der soeben erreichten Gleichung (1):

$$P_{x+1} = \binom{N}{x+1} T^{x+1} (1-T)^{N-x-1}$$

und jene, dass x + 2, x + 3 oder mehr Linien besetzt sind, wird dargestellt durch

$$P_{x+2}, \ P_{x+3}, \ \cdots \text{ usw.}$$

Die gesuchte Wahrscheinlichkeit eines Fehlaufrufes, d. h. dass ein Aufruf keine freie Linie mehr findet, ist also zusammengesetzt aus der Wahrscheinlichkeit, dass (x + 1) oder (x + 2) oder (x + 3) usw. Abonnenten gleichzeitig sprechen. Gestützt auf den dritten Satz des Abschnittes II wird sie somit dargestellt durch die Summe:

$$P = P_{x+1} + P_{x+2} + P_{x+3} + \cdots$$

Werden die oben für P_{x+1}, P_{x+2}, ··· usw. gefundenen Werte eingesetzt, so ergibt sich für P die Reihe:

$$(2) \qquad P = \binom{N}{x+1} T^{x+1} (1-T)^{N-x-1} + \binom{N}{x+2} T^{x+2} (1-T)^{N-x-2} + \cdots$$

Die Glieder der Reihe nehmen ab bis 0. Da sich aber die Auswertung dieses Ausdruckes sehr umständlich gestaltet, ist es angezeigt, ihn zur Rechnung etwas umzuformen.

8. Um die Schreibweise zu vereinfachen, entwickeln wir vorerst den Ausdruck

$$\binom{N}{x} T^x \ (1-T)^{N-x}$$

Die Verallgemeinerung ist dann leicht durchführbar, indem am Schluss jeweils x ersetzt werden darf durch x + 1 bzw. x + 2 usw.

Wie in Abschnitt II bemerkt wurde, bedeutet das Symbol

$$\binom{N}{x} = \frac{N \cdot (N-1)\,(N-2) \cdots (N-x+1)}{x!}$$

Wird der Zähler dieses Bruches ausmultipliziert, so treten Glieder mit verschiedenen Potenzen von N auf, wie die folgende geordnete Zusammenfassung andeutet:

$$\text{Zähler} = N^x - N^{x-1} - 2\,N^{x-1} - 3\,N^{x-1} - \cdots - (x-1)\,N^{x-1} + 2\,N^{x-2} + 2 \cdot 3\,N^{x-2} + 3 \cdot 4\,N^{x-2} + \cdots - \cdots \text{ usw.}$$

Für den Zähler entsteht jedenfalls ein Ausdruck von der Form

$N^x + AN^{x-1} + BN^{x-2} + CN^{x-3} + \cdots + YN + Z$

wo A, B . . Z gewisse endliche Zahlen bedeuten, die vorläufig nicht bestimmt werden müssen. Mit dieser Einsetzung wird

$$\binom{N}{x} = \frac{N^x + AN^{x-1} + BN^{x-2} + \cdots + Z}{x!}$$

oder wenn noch N^x ausgeklammert wird:

$$\binom{N}{x} = \frac{N^x}{x!}\left[1 + \frac{A}{N} + \frac{B}{N^2} + \cdots \frac{Y}{N^{x-1}} + \frac{Z}{N^x}\right]$$

Setzen wir noch:

$$N \cdot T = m.$$

Es kann also T ersetzt werden durch

$$T = \frac{m}{N}$$

Mittels dieser beiden Einsetzungen wird der Ausdruck:

$$\binom{N}{x} T^x (1-T)^{N-x} =$$

$$= \frac{N^x}{x!}\left[1 + \frac{A}{N} + \frac{B}{N^2} + \cdots + \frac{Z}{N^x}\right] \frac{m^x}{N^x}\left(1 - \frac{m}{N}\right)^{N-x}$$

$$= \frac{m^x}{x!}\left[1 + \frac{A}{N} + \frac{B}{N^2} + \cdots + \frac{Z}{N^x}\right]\left(1 - \frac{m}{N}\right)^{N-x}$$

Diese Beziehung wird durch einen Grenzübergang weiter vereinfacht. Es würde jedoch zu weit führen, im folgenden alle mathematischen Mittel genau zu begründen. Es mögen einige Andeutungen genügen: Die Grösse m ist ein bestimmtes Beobachtungsergebnis und muss unverändert in unserer Rechnung erhalten bleiben, da es als Charakteristik der zu untersuchenden Zentrale auftritt. Hingegen begehen wir keinen praktisch fühlbaren Fehler, wenn wir N, die Zahl der Abonnenten, wachsen und zugleich T, die durchschnittliche Gesprächsdauer, abnehmen lassen, so dass immer ihr Produkt m konstant bleibt. Schliesslich kann N über alle Grenzen wachsen, theoretisch also zu ∞ werden, wobei immer noch der beobachtete Wert für m erhalten bleibt. Hingegen verändert sich der zuletzt erreichte Ausdruck im Grenzfall zu

$$\lim_{N=\infty} \binom{N}{x} T^x (1-T)^{N-x} =$$

$$= \lim_{N=\infty} \frac{m^x}{x!}\left[1 + \frac{A}{N} + \cdots + \frac{Z}{N^x}\right]\left(1 - \frac{m}{N}\right)^{N-x}$$

Für $N = \infty$ wird die Summe in der eckigen Klammer zu 1, da alle Brüche mit N oder Potenzen von N im Nenner zu 0 werden. Es wird somit:

$$\lim_{N=\infty} \binom{N}{x} T^x (1-T)^{N-x} = \frac{m^x}{x!} \lim_{N=\infty} \left(1 - \frac{m}{N}\right)^{N-x}$$

Ein wichtiger Satz der Algebra lehrt aber ferner, dass

$$\lim_{n=\infty} \left(1 + \frac{x}{n}\right)^n = e^x$$

ist; wo e die transzendente Zahl 2,7182818 . . . . bedeutet. Somit wird unser Ausdruck vereinfacht zu

$$\lim_{N=\infty} \binom{N}{x} T^x (1-T)^{N-x} = \frac{m^x}{x!} e^{-m}$$

Diese Einsetzung bringt unsere Gleichung (2) auf die Form

$$P = \frac{m^{x+1}}{(x+1)!} e^{-m} + \frac{m^{x+2}}{(x+2)!} e^{-m} + \cdots$$

oder

$$P = e^{-m}\left[\frac{m^{x+1}}{(x+1)!} + \frac{m^{x+2}}{(x+2)!} + \cdots\right]$$

Endlich erscheint noch eine weitere Umformung für die Auswertung von Vorteil. Aus der Algebra ist bekannt, dass sich als Reihe entwickeln lässt:

$$e^m = 1 + \frac{m}{1!} + \frac{m^2}{2!} + \cdots$$

Wird nun in der letzten Beziehung der Klammerausdruck ergänzt und die Zufügung von Gliedern gleich wieder korrigiert, so gilt:

$$P = e^{-m}\left[1 + \frac{m}{1!} + \frac{m^2}{2!} + \cdots + \frac{m^x}{x!} + \frac{m^{x+1}}{(x+1)!} + \cdots\right] -$$

$$- e^{-m}\left[1 + \frac{m}{1!} + \frac{m^2}{2!} + \cdots + \frac{m^x}{x!}\right]$$

Nun ist aber der erste Klammerausdruck $= e^m$ und das Produkt

$e^{-m} \cdot e^m = 1$, so dass wird:

$$(3) \quad P = 1 - e^{-m}\left[1 + \frac{m}{1!} + \frac{m^2}{2!} + \cdots + \frac{m^x}{x!}\right]$$

Diese Gleichung erschien uns als die geeignetste zur Berechnung der Wahrscheinlichkeit eines Fehlaufrufes bei gegebenem m und der Wählerzahl x.

9. Für ein bestimmtes m ist die Anlage der Zentrale im Hinblick auf Fehlaufrufe um so günstiger, je kleiner P wird. Fehlaufrufe sind ausgeschlossen, wenn $P = 0$ wird. Das ist aber der Fall für $x = \infty$, denn damit wird der Klammerausdruck in (3) zu e^m, und P geht über in

$$P = 1 - e^{-m} \cdot e^m = 1 - 1 = 0.$$

In diesem Falle ist also wegen $x = N = \infty$ die Linienzahl = der Abonnentenzahl, und es besteht offensichtlich keine Möglichkeit, dass ein Abonnent keine freie Linie findet.

Aber ein solcher Ausbau, dass $P = 0$ wird, ist natürlich nicht notwendig. Es genügt, um einen günstigen Betrieb zu bieten, dass P recht klein, etwa = 0,001 ist, d. h. dass nur auf 1000 Aufrufe 1 Fehlaufruf zu erwarten ist.

10. Beim Bau einer Zentrale stellt sich nun die Frage nach der Zahl der Wähler, welche benötigt werden, um nicht mehr als $1^0/_{00}$ Fehlaufrufe erwarten zu lassen. Aus der Gleichung

$$P = 0 \cdot 001 = 1 - e^{-m}\left[1 + \frac{m}{1} + \frac{m^2}{2!} + \cdots + \frac{m^x}{x!}\right]$$

ist bei gegebenem m das x zu bestimmen.

Infolge ihrer komplizierten Form ist es nicht einfach möglich, die Gleichung nach x aufzulösen. Es ist jeweils eine schrittweise Auswertung vorzunehmen, indem der Reihe nach x = 1, 2, 3. . usw. gesetzt wird, bis der gewünschte Wert für P erreicht ist. Im IVten Abschnitte lassen wir ein solches Berechnungsbeispiel folgen.

IV.

In einer Zentrale von 400 Abonnenten wurde die mittlere Dauer einer Belegung statistisch zu 2 Minuten festgestellt, und die Zahl der Belegungen in der HVSt zu 48.

Für die zu untersuchende Zentrale gilt also

$$N = 400$$
$$C = 48$$
$$T^1 = \frac{1}{30}$$

und $m = CT^1 = 1{,}6$.

Es soll die notwendige Wählerzahl berechnet werden, die weniger als $1^0/_{00}$ Fehlaufrufe erwarten lässt.

Wir haben also in der Schlussgleichung des Abschnittes III

$$(3) \qquad P = 1 - e^{-m}\left[1 + \frac{m}{1} + \frac{m^2}{2!} + \cdots + \frac{m^x}{x!}\right]$$

für $m = 1{,}6$ zu setzen.

Dann wird die Gleichung der Reihe nach für $x = 1, 2, 3$ usw. ausgewertet, wozu die folgende Tabelle dient:

$m = 1{,}6$, $\log m = 0{,}204\,1200$, $e^{-m} = 0{,}201\,8965$

x	log x	$\sum_1^x \log x$	x log m	$x \log m - \sum_1^x \log x = \log \frac{m^x}{x!}$	$\frac{m^x}{x!}$	$1 + \sum_1^x \frac{m^x}{x!}$	$P = 1 - e^{-m}\left[1 + \sum_1^x \frac{m^x}{x!}\right]$
(0)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
1	0	0	0,204 1200	0,204 1200	1,6	2,6	0,47507
2	0,301 0300	0,301 0300	0,408 2400	0,107 2100	1,28	3,88	0,21664
3	0,477 1213	0,778 1513	0,612 3600	0,834 2087—1	0,68267	4,56267	0,07881
4	0,602 0600	1,380 2113	0,816 4800	0,436 2687—1	0,27307	4,83574	0,02368
5	0,698 9700	2,079 1813	1,020 6000	0,941 4187—2	0,08738	4,92312	0,00604
6	0,778 1513	2,857 3326	1,224 7200	0,367 3874—2	0,02330	4,94642	0,00134
7	0,845 0980	3,702 4306	1,428 8400	0,726 4094—3	0,00533	4,95175	0,00026

Zur Erläuterung kann beigefügt werden:

Es ist $x! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots x$

also $\log x! = \log 1 + \log 2 + \cdots + \log x = \sum_1^x \log x$

was in Kolonne (1) und (2) berechnet wird; dieser log. des Nenners vom log. des Zählers m^x in Kolonne (3) abgezogen, ergibt in Kolonne (4) den log. und in Kol. (5) den Wert der einzelnen Glieder unserer Gleichung (3). Die Summe dieser Glieder ist aus Kolonne (6) ersichtlich für fortschreitendes x und Schlusskolonne (7) führt den Wert für P auf.

Man erkennt aus dieser Aufstellung, dass bei 6 Wählern noch etwas mehr als $1^0/_{00}$ Fehlaufrufe zu erwarten sind, bei 7 Wählern aber bloss noch $1/4^0/_{00}$. Der Verlauf der Wahrscheinlichkeit P ist aus Figur 1 ersichtlich und zeigt, dass die Hinzufügung von Wählern über 7 hinaus keine wesentliche Verbesserung der Anlage mehr bedeutet.

Es braucht nicht besonders betont zu werden, dass diese Ergebnisse reine Nettozahlen darstellen, da hier keine Rücksicht auf Bündelung, Staffelung, Gruppenzuschläge und andere Faktoren genommen wurde.

V.

Wird die Wahrscheinlichkeit $P = 0{,}001$ als Norm angenommen, so kann für jedes beobachtete m das zugehörige x bestimmt werden, so dass

$$1 - e^{-m}\left[1 + \frac{m}{1} + \frac{m^2}{2!} + \cdots + \frac{m^x}{x!}\right] = 0{,}001$$

wird. Die durch den obigen Ausdruck bestimmte Funktion kann als Kurve aufgetragen werden und stellt gewissermassen eine Normalkurve dar, die alle Kombinationen von Belegungszeit und Wählerzahl enthält, die auf 1000 Aufrufe bloss einen Fehlaufruf erwarten lassen.

Um den Verlauf dieser Kurve zu erkennen, haben wir für einige Wert von m eine Berechnung, wie sie

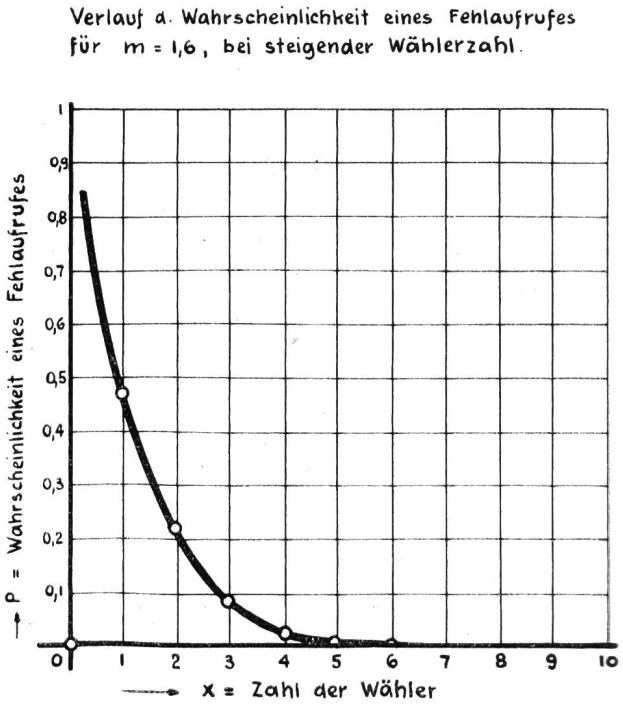

Fig. 1.

in Abschnitt IV angedeutet wurde, durchgeführt. Für P nahezu = 0,001 wurden folgende Kombinationen gefunden:

Für eine Belegungszeit m von	benötigt man eine Wählerzahl von
0,1	2
0,5	3,5
1	5
2	7
3	9
4	11
5	13
10	21
20	35

Diese Ergebnisse werden in Figur 2 dargestellt und zeigen den Verlauf der Normalkurve für P = 0,001. Man erkennt, dass der Verlauf ein sehr regelmässiger, für m grösser als 1 fast geradliniger ist.

Einzeln berechnete Kombinationspunkte werden nicht immer auf der Kurve liegen, da die Rechnung nur für ganzzahlige x ausgeführt wird, andererseits aber P meist nicht gerade für ein ganzzahliges x den Wert 0,001 annimmt.

Sobald aber jeweils jenes ganzzahlige x verwendet wird, das für P den ersten Wert kleiner als 0,001 liefert, ist die Kombination eine günstige. Das Zeichnungsfeld, dessen Punkte alle Kombinationen von m und x umfassen, wird durch die Kurve in zwei Abschnitte getrennt. Die ganze Fläche unterhalb der Normalkurve enthält die ungünstigen, die ganze obere Fläche die günstigen Kombinationen.

Zum Schlusse kann festgestellt werden, dass die hier abstrakt berechnete Normalkurve durchaus übereinstimmt mit der gebräuchlichen, eingangs erwähnten Verkehrs- oder TC-Kurve. Dieses Ergebnis erscheint uns nicht nur bemerkenswert als Bestätigung des zur Wählerberechnung benützten Hilfsmittels, sondern auch als Beispiel erfolgreicher Anwendung mathematischer Methoden in recht lose mit der abstrakten Theorie verknüpften Anwendungsgebieten.

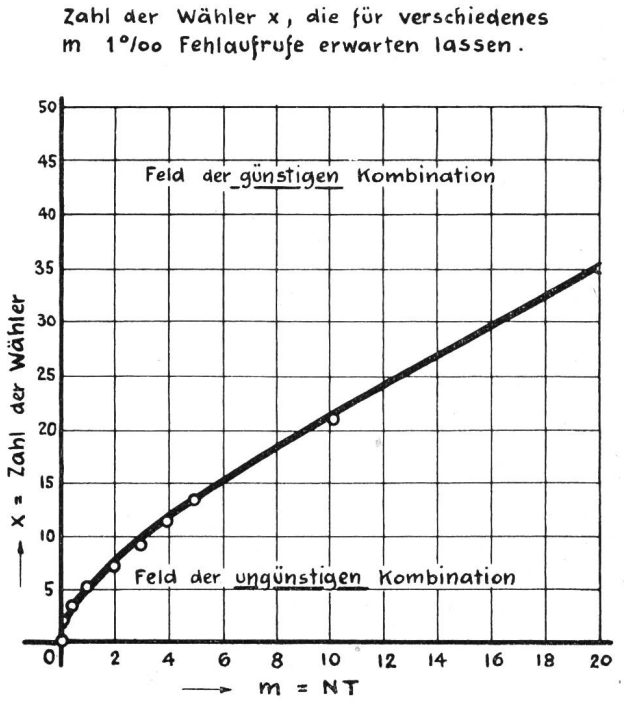

Fig. 2.

Hochwertige Schaltungen für den Empfang von Rundfunksendern.

In den letzten Nummern dieser Zeitschrift hat Herr Felix einen leicht fasslichen und lehrreichen Artikel über theoretische Radiotelephonie veröffentlicht. Dieser oder jener Leser ist dadurch gewiss angeregt worden, es nun auch mit der praktischen Seite zu versuchen und selbst einen Rundfunkempfänger zu bauen. Aber welchen Typ und nach welchem Schaltungsschema? Dies sind die grossen Fragen, vor die sich jeder Amateur gestellt sieht und die nicht so leicht zu beantworten sind. In den letzten vier Jahren haben die Radiozeitschriften eine Unmenge von Schaltungen und Bauanleitungen gebracht, und dazu offeriert auch jeder Radiohändler und jede Fabrik speziell erprobte Schemas. Es ist daher nicht nur für den Anfänger, sondern oft auch für den schon erfahreneren Amateur schwer, das für ihn wirklich Passende herauszufinden. Der nachfolgende Artikel will nun versuchen, aus der grossen Menge des Gebotenen einige wirklich gute Schaltungen herauszugreifen und die nötige Bauanleitung dazu zu erteilen. Bereits in den Nummern 1—3, 1926, hat Herr Calame eine Anzahl empfehlenswerter

Quelques précieux montages pour la réception des émissions radiophoniques.

Dans les derniers numéros du Bulletin, M. Felix a publié un article clair et instructif sur la théorie radiotéléphonique. Cette étude aura certainement suggéré, à plus d'un lecteur, l'idée d'entreprendre quelques essais pratiques et de construire lui-même un appareil pour la réception des émissions radiophoniques. Mais quel type choisir et quel schéma appliquer? Telles sont les importantes questions que doit se poser chaque amateur et auxquelles il n'est pas facile de répondre. Durant ces quatre dernières années, les périodiques ont décrit une foule de montages et donné des conseils pour la construction des appareils; en outre, les commerçants et fabriques d'appareils radioélectriques ont préconisé des schémas spéciaux ayant fait leurs preuves. Il est donc difficile, non seulement pour le débutant mais aussi pour l'amateur expérimenté, de trouver ce qui lui convient le mieux. Le présent article a pour but de signaler, parmi les nombreux schémas, quelques bons montages et d'indiquer la façon de les effectuer. Dans les nos 1-3/1926 déjà, M. Calame a décrit quelques bons montages, mais qui, du fait des récentes améliorations