Zeitschrift: Technische Mitteilungen / Schweizerische Telegraphen- und Telephonverwaltung = Bulletin technique / Administration des télégraphes et des téléphones suisses = Bollettino tecnico / Amministrazione dei telegrafi e dei telefoni svizzeri

Herausgeber: Schweizerische Telegraphen- und Telephonverwaltung

Band: 15 (1937)

Heft: 3

Artikel: Bestimmung der genauen Entfernung zwischen den Zentralpunkten zweier Telephonnetze = Détermination de la distance exacte entre le point central d'un réseau et celui d'un autre réseau

Autor: Gamper, F.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-873418

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 11.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Temperaturabhängigkeit, und zwar betrug der Koeffizient je nach Art und Aufbau des Kabels 0,45 bis 0,65 ‰ C. Der Wert war jeweils der gleiche, ob das Kabel nun auf der Trommel aufgerollt oder verlegt war. Die Aenderungen waren vollständig reversibel und konnten beliebig wiederholt werden.

Weitere Versuche betrafen die Ableitung. Hier konnten im gleichen Temperaturbereich keine messbaren Aenderungen festgestellt werden.

Somit wurden folgende Temperaturkoeffizienten festgestellt:

Kupferwiderstand = 4 ‰ C.
Kabelkapazität = 0,45—0,65 ‰ C.
Spulenindukivität = 0,4—0,8 ‰ C.

Betrachtet man nun die für die Temperaturabhängigkeit von Wellenwiderstand und Echodämpfung gefundenen Formeln, so sieht man, dass die Temperaturabhängigkeit von Induktivität und Kapazität sich mehr oder minder kompensiert, dass aber im allgemeinen und insbesondere bei höheren Frequenzen der Einfluss der Induktivitätsänderung überwiegt. So findet man mit $a_c = 0{,}55$ ‰ C und $a_{Lo} = 0{,}7$ ‰ C für eine Temperaturschwankung von $\pm$ 10° C folgende Werte für a_z t, beziehungsweise $b_e \left(\text{bei } \frac{\Delta Z}{Z} = 0\right)$

η	f (f_0 = 2950)	(a_z t)%	b_e (Neper)
0,1	295	0,07	8,0
0,25	740	0,12	7,4
0,50	1470	0,28	6,6
0,75	2210	0,87	5,4

Die Werte von (a_z t) liegen also bei fast allen Frequenzen erheblich unterhalb von 1%, sind somit wesentlich kleiner als die Nachbildungsfehler $\frac{\Delta Z}{Z}$, mit denen sie sich kombinieren.

Für die Leitungsdämpfung überwiegt die Kupferwiderstandsänderung erheblich die anderen Einflüsse. Es ist deshalb in besonderen Fällen — z. B. bei Luftkabeln oder unpupinisierten Hochfrequenzkabeln mit kurzen Verstärkerabschnitten — notwendig, Widerstandsausgleichschaltungen vorzusehen.

Cossonay-Gare, Juni 1936.

Anhang.

Ableitung der Beziehung für die Reflektionsdämpfung.

Allgemein gilt für Vierpole:

$$U_a = U_e \operatorname{Cos}\gamma + J_e Z \operatorname{Sin}\gamma$$

$$J_a = U_e \frac{\operatorname{Sin}\gamma}{Z} + J_e \operatorname{Cos}\gamma$$

Ist nun mit den Widerständen R abgeschlossen und eine Stromquelle von der Leerlaufspannung U_0 angelegt, so ist $J_e R = U_e$.

$$U_0 - J_a R = U_a$$

Dann wird:

$$U_a = U_e \left(\operatorname{Cos}\gamma + \frac{Z}{R} \operatorname{Sin}\gamma\right)$$

$$-\frac{U_a + U_0}{R} = U_e \left(\frac{\operatorname{Sin}\gamma}{Z} + \frac{\operatorname{Cos}\gamma}{R}\right)$$

$$U_0 = U_e \left(2 \operatorname{Cos}\gamma + \left(\frac{Z}{R} + \frac{R}{Z}\right) \operatorname{Sin}\gamma\right)$$

Nun ist für ein Uebertragungssystem die Betriebsdämpfung durch folgende Beziehung definiert:

$$e^b = \frac{U_0}{2\,U_e} \sqrt{\frac{R_e}{R_a}}$$

Dabei sind R_a und R_e die Abschlusswiderstände am Anfang und am Ende der Leitung. Ist nun $R_a = R_e$, so wird:

$$e^b = \frac{U_0}{2\,U_e} = \operatorname{Cos}\gamma + \frac{1}{2}\left(\frac{Z}{R} + \frac{R}{Z}\right) \operatorname{Sin}\gamma$$

Entwickelt man diesen Ausdruck, so wird:

$$e^b = \frac{1}{2}\left[e^{\gamma}\left(1 + \frac{1}{2}\left(\frac{Z}{R} + \frac{R}{Z}\right)\right) + e^{-\gamma}\left(1 - \frac{1}{2}\left(\frac{Z}{R} + \frac{R}{Z}\right)\right)\right]$$

$$= e^{\gamma}\left(\frac{\left(\sqrt{\frac{Z}{R}} + \sqrt{\frac{R}{Z}}\right)}{2}\right)^2 - e^{-\gamma}\left(\frac{\left(\sqrt{\frac{Z}{R}} - \sqrt{\frac{R}{Z}}\right)}{2}\right)^2$$

$$= e^{\gamma}\left(\frac{R + Z}{2\sqrt{RZ}}\right)^2 \left(1 - e^{-2\gamma}\left(\frac{R - Z}{R + Z}\right)^2\right)$$

$$b = \gamma + 2 \ln \frac{R + Z}{2\sqrt{RZ}} + \ln\left(1 - e^{-2\gamma}\left(\frac{R - Z}{R + Z}\right)^2\right)$$

Die beiden zusätzlichen Glieder bezeichnet man als Reflektionsdämpfung des Vierpols:

$$\beta_r = 2 \ln \frac{R + Z}{2\sqrt{RZ}} + \ln\left(1 - e^{-2\gamma}\left(\frac{R - Z}{R + Z}\right)^2\right)$$

Bestimmung der genauen Entfernung zwischen den Zentralpunkten zweier Telephonnetze.

621.395.74 = 3

Die Taxen für Ferngespräche werden im inländischen Telephonverkehr sowie im Verkehr mit dem Auslande grundsätzlich nach der Entfernung zwischen Ursprungs- und Bestimmungszentrale berechnet. Zur Ermittlung der Entfernung werden vier verschiedene Verfahren angewandt, deren Grundzüge nachstehend kurz erläutert seien:

1. Im *inländischen Fernverkehr* sind die Entfernungen zwischen den Netzen oder Netzgruppen

Détermination de la distance exacte entre le point central d'un réseau et celui d'un autre réseau.

621.395.74 = 4

En principe, les taxes des conversations interurbaines, aussi bien dans les relations intérieures que dans les relations avec l'étranger, sont calculées d'après la distance qui sépare le central d'origine du central de destination. On a recours pour calculer ces distances aux quatre procédés suivants:

1° Dans les *relations intérieures*, suivant l'art. 31, chiffre 2, de la loi réglant la correspondance télégraphique et téléphonique du 14 octobre 1922 et le

nach Art. 31, Ziff. 2 des Telegraphen- und Telephonverkehrsgesetzes vom 14. Oktober 1922 und nach § 57bis der Telephonordnung von den Mittelpunkten der Netze oder Hauptnetze aus nach der Luftlinie zu messen.

2. Im *engeren Grenzverkehr* mit den vier Nachbarländern werden die Entfernungen nicht zwischen den Netzmittelpunkten, sondern von Ortschaft zu Ortschaft nach der Luftlinie gemessen; im Verkehr mit Deutschland bis zu 15 km, mit Frankreich bis zu 30 km, mit Italien und Oesterreich bis zu 25 km.

3. Im *weiteren Grenzverkehr* (mit Deutschland über 15—50 km, mit Oesterreich über 25—50 km) sowie im *Nahverkehr* (über 50—100 km) mit Deutschland und Oesterreich und im *Weitverkehr* mit Deutschland (über 100 km) wird auf Grund des sogenannten *Taxquadratsystems* nur die Entfernung zwischen den Taxquadraten, zu denen die Telephonnetze gehören, bestimmt, und nicht die Entfernung zwischen den Ortschaften selber.

4. Im *weiteren Nachbarverkehr* mit Italien sowie im gesamten übrigen *Weitverkehr* mit europäischen und überseeischen Ländern, mit denen unser Land telephonische Verkehrsbeziehungen unterhält, werden die Entfernungen nicht mehr direkt nach Kilometern, sondern nach Zonen abgestuft.

* * *

Nach diesem letzteren Verfahren sind für die Festsetzung der Gesprächstaxen genaue Messungen auf geographischen Karten meistens nicht nötig. Die in Betracht kommenden Länder sind in zwei oder mehrere Taxzonen eingeteilt, die sich aus einer bestimmten Anzahl Landesteile zusammensetzen. So bestehen die Taxzonen in Frankreich aus Departementen, in U. S. A. aus Staaten, in Oesterreich aus den Bundesländern und in Italien und Spanien aus Provinzen. Andere Länder wieder unterteilen ihre Gebiete in Zonen von beispielsweise 100 km Tiefe. Die der Schweiz am nächsten gelegenen Teile eines Landes gehören zur ersten, die von unserm Gebiet am weitesten entfernten Teile zur letzten Taxzone. So bilden im Telephonverkehr Frankreich-Schweiz die zum Teil direkt an die Schweizergrenze stossenden Departemente Ain, Doubs, Haute-Saône, Haute-Savoie, Haut-Rhin, Jura, Savoie, Territoire de Belfort und Vosges die erste Taxzone, während die an den Atlantischen Ozean und an die Pyrenäen grenzenden Departemente zur vierten, d. h. letzten Taxzone gehören. In Oesterreich besteht die erste Zone aus den Ländern Tirol und Vorarlberg die zweite Zone aus dem Land Salzburg, die dritte Zone wird aus den Ländern Kärnten und Oberösterreich gebildet, die vierte Zone aus der Steiermark, und zur fünften und letzten Zone gehören die Bundesländer Burgenland und Niederösterreich.

Auch bei der Anwendung des *Taxquadratsystems* kann auf die Bestimmung der genauen Entfernung zwischen zwei Ortschaften mit geographischen Hilfsmitteln verzichtet werden. Im Weitverkehr mit Deutschland bildet die Schweiz ein einheitliches Taxgebiet. Deutschland ist nach dem Taxquadratverfahren in dreizehn Zonen von je 100 km Tiefe eingeteilt. Die einzelnen deutschen Zonenstufen werden von der nahe an der Schweizergrenze (nördlich von

§ 57*bis* de l'ordonnance sur les téléphones, les distances entre les réseaux ou groupes de réseaux téléphoniques sont mesurées à vol d'oiseau à partir du point central de chaque réseau ou de chaque groupe de réseaux.

2° Dans les *relations frontières à petite distance* avec les quatre pays limitrophes, les distances ne sont pas mesurées d'un point central à un autre point central, mais d'une localité à l'autre, à vol d'oiseau, jusqu'à 15 km dans les relations avec l'Allemagne, jusqu'à 25 km dans les relations avec l'Autriche et l'Italie et jusqu'à 30 km dans les relations avec la France.

3° Dans les autres *relations frontières* (au delà de 15 et jusqu'à 50 km avec l'Allemagne; au delà de 25 et jusqu'à 50 km avec l'Autriche) ainsi que dans les *relations de voisinage* (au delà de 50 et jusqu'à 100 km) avec l'Allemagne et l'Autriche et dans les *relations à grande distance* (au delà de 100 km) avec l'Allemagne, les distances sont mesurées suivant le *système des circonscriptions tarifaires*, c'est-à-dire d'une circonscription à l'autre et non d'une localité à l'autre.

4° Dans les autres *relations frontières* avec l'Italie ainsi que dans les *relations à grande distance* avec le reste du continent et avec les pays extra-européens qui entretiennent des relations téléphoniques avec la Suisse, les distances ne sont plus mesurées directement en kilomètres, mais établies par zones.

* * *

Ce dernier procédé permet de fixer les taxes de conversation sans procéder à des mesures de précision sur les cartes de géographie. Les pays entrant en considération sont divisés en plusieurs zones tarifaires formées d'un certain nombre de subdivisions politiques. Ainsi, les zones tarifaires se composent en France de départements, aux E.-U. d'Amérique d'états, en Autriche de pays fédérés, en Italie et en Espagne de provinces. D'autres pays divisent leur territoire en zones, de 100 km de profondeur par exemple. Les parties de ces pays les plus rapprochées de la Suisse appartiennent à la première zone tarifaire, les plus éloignées à la dernière. Ainsi, dans les relations Suisse-France, les départements suivants: Ain, Doubs, Haute-Saône, Haute-Savoie, Haut-Rhin, Jura, Savoie, Territoire de Belfort et Vosges, dont plusieurs touchent la frontière suisse, forment la première zone tarifaire, tandis que les départements bordant l'océan atlantique et les Pyrénées appartiennent à la quatrième, c'est-à-dire à la dernière zone. En Autriche, la première zone comprend le Tyrol et le Vorarlberg, la deuxième zone le Pays de Salzbourg, la troisième zone la Carinthie et la Haute-Autriche, la quatrième zone la Styrie, et la cinquième et dernière zone le Pays des Manoirs et la Basse-Autriche.

L'emploi du *système des circonscriptions tarifaires* supprime également l'obligation de mesurer sur la carte la distance séparant deux localités. Dans les relations à grande distance avec l'Allemagne, la Suisse constitue une seule zone tarifaire indivisible. L'Allemagne est divisée suivant le système des circonscriptions tarifaires en treize zones de 100 km de profondeur chacune. Chaque zone est mesurée

Schaffhausen) gelegenen Ortschaft Tengen (Amt Engen) aus halbkreisförmig gemessen. Die Seitenlänge eines Taxquadrates beträgt 2 deutsche oder geographische Meilen = 14,841 km. Das Taxquadrat und die Zone, in denen die einzelnen deutschen Orte liegen, sind aus einem Verzeichnis der deutschen Telephonnetze und dem zugehörigen Zonenweiser ersichtlich.

Zur Festsetzung der Entfernungen im *engern Grenzverkehr* nach dem zweiten der eingangs erwähnten Verfahren dienen geographische oder allgemeine Uebersichtskarten im Maßstab von 1:200,000, 1 : 250,000 oder in noch kleineren Maßstäben.

In erster Linie möchten wir jedoch wissen, wie im *inländischen Telephonverkehr* die Gesprächstaxen festgesetzt, d. h. wie die dazu benötigten genauen Entfernungen bestimmt werden.

Im inländischen Fernverkehr sind nach Art. 31, Ziff. 1 des Telegraphen- und Telephonverkehrsgesetzes bei Tag für je 3 Minuten oder einen Bruchteil davon folgende Gesprächstaxen zu entrichten:

20 Rp. bis auf eine Entfernung von 10 km (Nachbarzone);
30 Rp. bis auf eine Entfernung von 20 km (I. Fernzone);
50 Rp. bis auf eine Entfernung von 50 km (II. Fernzone);
70 Rp. bis auf eine Entfernung von 100 km (III. Fernzone);
100 Rp. für grössere Entfernungen (IV. Fernzone).

(Zwischen 19 und 8 Uhr ermässigen sich die Taxen mit der II., III. und IV. Fernzone um zwei Fünftel.)

Die gesetzliche Vorschrift, wonach die Entfernungen nach der *Luftlinie* zu messen sind, bedeutet für die Telephonbenützer einen grossen Vorteil. Würden die Entfernungen, ähnlich wie dies im Eisenbahn- und Automobilverkehr sowie im Poststückverkehr über 15 kg der Fall ist, nach der für die Gesprächsübermittlung wirklich durchlaufenen Kabel- oder Freileitungsstrecke gemessen, so betrügen die Telephontaxen in den meisten Fällen wohl das Doppelte, wenn nicht das Mehrfache der jetzigen Ansätze. So kostet z. B. ein Gespräch Cossonay-Vallorbe nach der Luftlinienentfernung (15 km) nur 30 Rp.; würde man aber bei der Taxberechnung die benützte Leitungsstrecke Cossonay-Lausanne-Vallorbe in einer Länge von rund 60 km zugrunde legen, so müsste die Verwaltung die Gesprächstaxe auf 70 Rp. festsetzen. Eine Verbindung Elm (Glarus)-Ilanz (Graubünden) kostet 30 Rp. (direkte Entfernung ca. 16,1 km); nach der benützten Leitungsstrecke Elm - Glarus - Niederurnen - Sargans - Ilanz in einer Länge von ca. 126 km sollte sie aber 1 Fr. kosten. Ein Gespräch Bulle-Boltigen, Taxe 50 Rp. (Luftlinienentfernung 26 km), käme nach der Leitungsstrecke Bulle-Fribourg-Bern-Thun-Boltigen (ca. 112 km) ebenfalls auf 1 Fr. zu stehen. Diese Beispiele liessen sich beliebig vermehren; denn überall da, wo in der Luftlinie nahe beieinander liegende Ortschaften durch hohe Gebirgszüge oder Seen voneinander getrennt sind, machen die Gespräche grosse Umwege.

Bei der Aufstellung eines neuen inländischen Ferngesprächstarifes sind somit in erster Linie die Entfernungen nach sämtlichen schweizerischen Tele-

en demi-cercle depuis la localité de Tengen (Amt Engen) située au nord de Schaffhouse à proximité de la frontière suisse. Chaque circonscription forme un carré de 2 milles géographiques ou 14,841 km de côté. La circonscription tarifaire ainsi que la zone dans lesquelles sont situées les localités allemandes sont déterminées à l'aide de la nomenclature des réseaux téléphoniques et de l'indicateur de zones qui la complète.

Pour mesurer les distances dans les *relations frontières à petite distance* dont il est question sous chiffre 2, on utilise des cartes géographiques ou synoptiques au 1 : 200,000, 1 : 250,000 ou encore à une plus petite échelle.

Mais ce qui nous intéresse par dessus tout, c'est de savoir comment on détermine les taxes de conversation dans les *relations téléphoniques intérieures* autrement dit comment on mesure les distances exactes qu'il faut connaître à cet effet.

D'après l'art. 31, chiffre 1, de la loi réglant la correspondance télégraphique et téléphonique, la taxe d'une conversation de 3 minutes ou fraction de 3 minutes échangée pendant le jour dans les relations interurbaines est fixée comme il suit:

20 ct. jusqu'à une distance de 10 km (zone suburbaine).
30 „ jusqu'à une distance de 20 km (Ire zone)
50 „ „ „ „ „ 50 „ (IIe zone)
70 „ „ „ „ „ 100 „ (IIIe zone)
100 „ pour des distances plus grandes (IVe zone).

(Entre 19 et 8 heures, les taxes des conversations échangées avec les IIe, IIIe et IVe zones sont réduites de deux cinquièmes.)

La prescription légale suivant laquelle les distances doivent être mesurées *à vol d'oiseau* représente pour l'usager du téléphone un gros avantage. Si, par analogie à la méthode appliquée pour les transports par chemins de fer ou automobiles, ainsi que pour le transport des colis postaux de plus de 15 kg., on calculait les distances en suivant le tracé réel des câbles et des lignes empruntés par la communication, les taxes téléphoniques atteindraient dans la plupart des cas le double, sinon plus, des taxes actuelles. Ainsi, une conversation Cossonay-Vallorbe, taxée d'après la distance à vol d'oiseau (15 km) ne coûte que 30 ct.; par contre, si l'on voulait en calculer le prix d'après la longueur des lignes utilisées, Cossonay-Lausanne-Vallorbe, soit environ 60 km, l'administration devrait fixer la taxe à 70 ct. Une conversation Elm (Glaris) — Ilanz (Grisons) coûte 30 ct. (distance à vol d'oiseau environ 16,1 km); d'après la longueur des lignes empruntées Elm-Glaris-Niederurnen-Sargans-Coire-Ilanz, soit environ 126 km, elle devrait coûter 1 fr. Une conversation Bulle-Boltigen qui coûte 50 ct. (distance à vol d'oiseau 26 km) reviendrait également à 1 fr. si on la taxait d'après la longueur des lignes utilisées Bulle-Fribourg-Berne-Thoune-Boltigen (environ 112 km). On pourrait multiplier ces exemples à l'infini, car dans tous les cas où des localités, très rapprochées à vol d'oiseau, sont séparées par des chaînes de montagnes ou des lacs, les conversations font de grands détours.

Pour établir un nouveau tarif téléphonique suisse, on doit donc, en tout premier lieu, mesurer les

phonnetzen oder Netzgruppenhauptorten (im Verkehr mit Automatengruppen) festzustellen, um die entsprechende Gesprächstaxe festsetzen und eintragen zu können. Zu diesem Zwecke dienen folgende Hilfsmittel:

1. Die *Karte der Telephonzentralen der Schweiz*, Ausgabe 1931, im Maßstab von 1 : 400,000; diese s. Z. den Telephonämtern zur Tarifausfertigung abgegebene Karte ist eine photographische Verkleinerung einer im Maßstab von 1 : 250,000 erstellten Originalkarte, die sämtliche Telephonzentralen der Schweiz enthält. Auf dieser Karte ist jede Landzentrale durch einen kleinen Kreis und jedes Hauptamt durch einen Doppelkreis dargestellt.

2. Die *Generalkarte der Schweiz* in vier Blättern von General G. H. Dufour, im Maßstab von 1 : 250,000.

3. Die *topographische Karte der Schweiz*, bestehend aus 25 Blättern, ebenfalls von General G. H. Dufour, im Maßstab von 1 : 100,000, allgemein auch *Dufourkarte* genannt.

4. Der *topographische Atlas der Schweiz* in 587 Blättern, von Oberst Siegfried, im Maßstab von 1 : 25 000 oder 1 : 50,000, auch unter dem Namen *Siegfried-Atlas* bekannt.

Der überwiegende Teil der Gesprächstaxen kann mit Hilfe der Karte der Telephonzentralen der Schweiz und des zugehörigen Taxzeigers ohne weiteres ermittelt werden. Der Taxzeiger besteht aus Pauspapier und enthält im Maßstab 1 : 400,000 vier Kreise mit Radien von 10, 20, 50 und 100 km. Da diese Karte zu wenig genau ist, müssen in allen Fällen, wo ein Zonenkreis des Taxzeigers den kleinen Kreis eines Netzes durchschneidet oder auch nur berührt, genauere Messungen auf einer besser geeigneten Karte vorgenommen werden; auf einen Tarif trifft es durchschnittlich 50—60 solcher zweifelhaften Fälle. Zu diesem Zwecke wird zuerst die Generalkarte der Schweiz im Maßstab von 1:250,000 verwendet. Die Entfernungen von Netz zu Netz werden auf dieser Karte mit einem schmalen, biegsamen Stahlband, auf dem die Zonengrenzen eingeritzt sind, gemessen. Aber auch diese Karte genügt in vielen Fällen nicht; denn nur 1 Millimeter Unterschied auf der Karte entspricht in der Natur einem Unterschied von 250 Metern. Auch hier muss nun in allen Fällen, wo die Zonengrenze auf dem Stahlband den Kreis einer Ortschaft auf der Karte schneidet oder auch nur annähernd berührt, zu einem noch genaueren Hilfsmittel Zuflucht genommen werden, denn das Telegraphen- und Telephonverkehrsgesetz schreibt die Messung der Entfernung zwischen den *Netzmittelpunkten*, d. h. eine ganz *genaue* Entfernungsbestimmung vor. Es ist schlechthin ausgeschlossen, auf der Generalkarte der Schweiz, die von der Dufourkarte auf den kleinen Maßstab von 1 : 250,000 reduziert worden ist, die Zentral- oder Netzmittelpunkte genau einzeichnen zu können.

Als *Netzmittelpunkt* wird in den meisten Fällen das Gebäude, in welchem die Telephonzentrale untergebracht ist, bezeichnet. Entspricht die Lage der für die Taxberechnung massgebenden Zentrale nicht den berechtigten Ansprüchen der Mehrzahl der Teilnehmer eines Ortsnetzes, so bezeichnet die Verwaltung einen andern, möglichst zentral gelegenen Netzmittelpunkt, z. B. eine Kirche, einen Stadtturm,

distances qui séparent tous les réseaux ou, lorsqu'il s'agit de groupes automatisés, tous les groupes de réseaux. A cet effet on utilise

1° La *carte des centraux téléphoniques de la Suisse*, édition de 1931, à l'échelle de 1 : 400,000. Cette carte, qui fut remise en son temps à tous les offices téléphoniques pour leur permettre d'établir leurs tarifs, est la réduction photographique d'une carte originale au 1 : 250,000, sur laquelle figurent tous les centraux de la Suisse. Chaque central rural y est représenté par un petit cercle et chaque central principal par un double cercle.

2° La *carte générale de la Suisse* en 4 feuilles du général G. H. Dufour, à l'échelle de 1 : 250,000.

3° La *carte topographique de la Suisse*, composée de 25 feuilles originales, également du général G. H. Dufour, à l'échelle de 1 : 100,000. Cette carte est plus généralement désignée sous le nom de „*Carte Dufour*".

4° L'*atlas topographique de la Suisse*, en 587 feuilles, du colonel Siegfried, à l'échelle de 1 : 25,000 ou 1 : 50,000, également connu sous le nom de „*Atlas Siegfried*".

La plupart des taxes de conversation peuvent être déterminées sans autre au moyen de la carte des centraux téléphoniques de la Suisse et de son indicateur de taxes. L'indicateur de taxes se compose d'une feuille de papier calque sur laquelle sont dessinés, à l'échelle de 1 : 400,000, quatre cercles concentriques d'un rayon de 10, 20, 50 et 100 km. Etant donné que, du fait de son échelle réduite, la carte manque de précision, on doit, dans tous les cas où un cercle de l'indicateur coupe ou seulement touche un des petits cercles représentant un réseau, faire des mesures plus précises sur une meilleure carte; en moyenne, on rencontre 50 à 60 cas douteux par tarif. Pour ces mesures, on emploie tout d'abord la carte générale de la Suisse au 1 : 250,000. Les distances de réseau à réseau sont mesurées sur cette carte au moyen d'un ruban d'acier étroit et flexible, sur lequel sont gravées les limites des zones. Mais cette carte ne suffit pas encore dans beaucoup de cas, car une différence d'un millimètre sur le papier représente, sur le terrain, une différence de 250 m. On doit donc également, dans tous les cas où la limite de zone indiquée sur le ruban d'acier coupe un cercle représentant une localité ou s'en approche seulement, avoir recours à des moyens plus précis, car la loi réglant la correspondance télégraphique et téléphonique prescrit que les distances doivent être mesurées de *point central à point central*, c'est-à-dire avec une extrême précision. Il est naturellement tout à fait impossible de désigner exactement la position d'un point central de réseau sur la carte générale de la Suisse, qui est une réduction au 1 : 250,000 de la carte Dufour.

Dans la plupart des cas, on considère comme point central d'un réseau le bâtiment qui abrite le central téléphonique.

Si, du fait de sa situation, le point choisi ne donne pas satisfaction aux revendications légitimes de la majorité des abonnés d'un réseau local, l'administration en désigne un autre aussi central que possible, par exemple une église, une tour, un carrefour, un édifice public ou tout autre point topographique. Le

eine Strassenkreuzung, ein öffentliches Gebäude oder sonst einen bestimmten topographischen Punkt. Der Zentralpunkt muss immer in der Mitte einer Ortschaft oder des Einzugsgebietes eines Telephonnetzes liegen, da er auch als Mittelpunkt der 2-, 3- und 5-km-Kreise dient, innerhalb welcher die Teilnehmer der Land- oder Stadtzentralen untereinander zur Ortsgesprächstaxe verkehren können. In Bern z. B. ist der Zeitglockenturm als Zentralpunkt bezeichnet worden, in Winterthur die Mitte des kantonalen Technikums und in Zürich der Turm der St. Peterskirche.

Zur Messung derjenigen Entfernungen, von denen nach der Generalkarte der Schweiz des kleinen Maßstabes wegen nicht sicher gesagt werden kann, ob sie sich innerhalb oder ausserhalb eines bestimmten Zonenkreises befinden, wird die in 2½mal grösserem Maßstabe (1 : 100,000) erstellte *Dufourkarte* zu Hilfe genommen. Liegen die beiden, auf der Karte rot eingezeichneten Netzmittelpunkte auf dem nämlichen Blatt, so ist die Messung verhältnismässig einfach, denn auf jedem der zu einem Atlas zusammengebundenen Kartenblätter befindet sich der zugehörige Maßstab. So kann z. B. die Entfernung Bern-Kerzers auf Blatt XII mit einem Papierstreifen direkt und mit ziemlicher Genauigkeit gemessen werden. Schwieriger wird die Sache, wenn sich eine Messung über mehrere Blätter erstreckt, wenn z. B. die genaue Entfernung zwischen den Zentralpunkten von Altdorf und Lugano, Basel und Schwyz oder Chur und Sarnen u. a. m. bestimmt werden muss. Hier liegen nun verschiedene, eine zuverlässige Arbeit stark beeinträchtigende Fehlerquellen vor, wie die Veränderung des Papiers (infolge Aufnahme oder Abgabe von Feuchtigkeit), die daherige Verschiedenheit der Maßstäbe der einzelnen Blätter, das Uebertragen der Messpunkte von einem Blatt auf das andere, Kartenfehler, die Falten der Karten oder auch kleinere Risse im Papier. Wird eine Entfernung der Sicherheit halber zwei- oder dreimal gemessen, das erste Mal in der einen, das zweite Mal in der entgegengesetzten und das dritte Mal gegebenenfalls wieder in der ersten Richtung, so kann es infolge der genannten Fehlerquellen vorkommen, dass zwei oder drei verschiedene Ergebnisse erzielt werden, z. B. 49,99 km, 50,10 km und 49,95 km, bei einer Entfernung von rund 50 km. Es kann also in diesem Falle nicht mit Sicherheit gesagt werden, ob die Entfernung 50 km oder mehr als 50 km betrage, d. h. mit andern Worten, ob die Gesprächstaxe von 50 oder von 70 Rp. anzuwenden sei. Eine genaue Messung ist in solchen Fällen der erwähnten Fehlerquellen wegen rein unmöglich; denn 1 mm auf dem Papier entspricht hier immer noch einer Entfernung von 100 m in der Natur.

Die gleiche Unsicherheit kann aber auch bei Messungen auf den in noch grösseren Maßstäben (1 : 25,000 und 1 : 50,000) erstellten Siegfriedkarten eintreten. Wegen der grossen Maßstäbe ist jedoch ein einzelnes Blatt des Siegfriedatlasses weniger übersichtlich, so dass schon für die Messung einer Entfernung von 10—20 km zwei oder mehr Blätter benützt werden müssten. Die oben aufgeführten Fehlerquellen würden auch hier wieder in Betracht kommen und sich mit der zunehmenden

point central doit toujours être situé au centre de la localité ou de la région desservie par le central téléphonique, étant donné que ce point est également le point central des zones de 2, 3 et 5 km, à l'intérieur desquelles les abonnés des centraux ruraux et des centraux urbains peuvent correspondre entre eux au tarif local. A Berne, par exemple, on a choisi comme point central la Tour de l'Horloge, à Winterthour le massif central du Technicum cantonal et à Zurich la tour de l'Eglise St-Pierre.

Lorsque la carte générale de la Suisse, à cause de sa petite échelle, ne permet pas de déterminer certaines distances avec assez de précision pour qu'on puisse dire avec certitude qu'elles sont ou ne sont pas comprises dans une zone déterminée, on a recours à la *carte Dufour*, dont l'échelle est 2½ fois plus élevée (1 : 100,000). Si les deux points centraux dessinés en rouge sur la carte se trouvent sur la même feuille, il est relativement simple de mesurer la distance, du fait que l'échelle est indiquée sur chaque feuille composant l'atlas. Ainsi, au moyen d'une bande de papier, on peut déterminer avec suffisamment de précision la distance Berne-Kerzers sur la feuille XII. Par contre, il est plus difficile de mesurer les distances qui s'étendent sur plusieurs cartes, par exemple les distances de Altdorf à Lugano, de Bâle à Schwyz, de Coire à Sarnen, etc. La tension plus ou moins grande de la bande de papier, la diversité des échelles, le report des mesures d'une carte sur l'autre, les plis des cartes, même les petites fissures du papier sont autant de causes d'erreur, qui peuvent avoir une fâcheuse influence sur la précision du travail. De ce fait, il peut fort bien se produire que lorsqu'on mesure une distance, une première fois dans un sens, une deuxième fois dans l'autre sens et, éventuellement, une troisième fois dans le premier sens, on obtienne trois valeurs différentes, par exemple 49,99 km, 50,10 km et 49,95 km pour une distance d'environ 50 km. Dans ce cas, on ne peut pas dire avec certitude si la distance est inférieure ou supérieure à 50 km, autrement dit, si l'on doit appliquer la taxe de 50 ct. ou celle de 70 ct. Etant donné que 1 mm sur le papier correspond encore à 100 m sur le terrain, il est matériellement impossible d'arriver à un résultat plus précis.

Malheureusement, on aboutit à la même incertitude lorsqu'on utilise les cartes Siegfried à plus grande échelle (1 : 25,000 et 1 : 50,000). Du fait même de cette échelle, chaque carte de l'atlas Siegfried représente un territoire peu étendu, de sorte qu'on doit déjà en utiliser plusieurs pour mesurer des distances de 10 à 20 km. D'autre part, comme on a de nouveau affaire aux mêmes sources d'erreurs et qu'elles ne peuvent que se multiplier en même temps que le nombre des cartes augmente, les résultats obtenus sont tout à fait insuffisants et inutilisables. Cependant, on arrive malgré tout, dans les cas douteux, à mesurer exactement la distance séparant deux points centraux, non pas en s'aidant de cartes mais en ayant recours aux *mathématiques*.

Ce procédé, qui permet de déterminer à une fraction de mètre près n'importe quelle distance, est basé sur le théorème de *Pythagore* qui dit que, dans un triangle rectangle, le carré construit sur l'hypo-

Zahl der Kartenblätter eher vergrössern; es ergäben sich infolgedessen ebenfalls unsichere und daher unbrauchbare Resultate. In solchen zweifelhaften Fällen kann aber die Entfernung zwischen zwei Netzmittelpunkten trotzdem genau bestimmt werden, aber nicht mehr auf kartographischem, sondern auf *rechnerischem* Wege.

Beim *rechnerischen Verfahren* können wir eine gesuchte Entfernung auf den Bruchteil eines Meters genau berechnen. Dieses Verfahren gründet sich auf den bekannten mathematischen Lehrsatz von *Pythagoras;* dieser lautet: „Beim rechtwinkligen Dreieck ist das Quadrat über der Hypotenuse a gleich der Summe der Quadrate über den beiden Katheten b und c", also:

$$a^2 = b^2 + c^2$$

Die Hypotenuse ist beim rechtwinkligen Dreieck die dem rechten Winkel gegenüberliegende grösste Seite, während die beiden Katheten die den rechten Winkel einschliessenden Seiten bilden. In Fig. 1 ist der pythagoräische Lehrsatz geometrisch dargestellt.

Für vermessungstechnische Zwecke ist das Gebiet der Schweiz durch eine senkrechte Nord-Süd- und eine waagrechte Ost-West-Achse in vier Felder oder Quadranten (I—IV) eingeteilt; der Nullpunkt, d. h. der Schnittpunkt des Achsenkreuzes, befindet sich in der alten Sternwarte in Bern. Die Nord-Süd-Achse wird die x-Linie genannt, die Ost-West-Achse die y-Linie. Quadrant I ist nordöstlich (+y und +x), Quadrant II südöstlich (+y und —x), Quadrant III südwestlich (—y und —x) und Quadrant IV nordwestlich (—y und +x).

Für die meisten besonders hervorstehenden Punkte im Gelände und im Gebirge, z. B. Kirchtürme, Stadttürme, Bergspitzen, sind in der ganzen Schweiz die Werte + oder —y und + oder —x als sogenannte *Koordinaten* (in Metern) festgelegt. Es bedeutet also:

y= waagrechte Entfernung in Metern nach Osten (+y) oder nach Westen (—y) von der Nord-Süd-Linie, und

x=senkrechte Entfernung in Metern nach Norden (+x) oder nach Süden (—x) von der Ost-West-Linie.

Fig. 2 zeigt die schematische Darstellung der Quadranteneinteilung.

Die Koordinaten entsprechen in gewissem Sinne der geographischen Länge und Breite bestimmter Punkte, und alle diese Punkte bilden das Grundgerüst unserer Karten. Die Koordinaten werden durch *Triangulation* bestimmt. Unter Triangulation versteht man alle im wesentlichen aus Winkelmessungen und Dreieckrechnung bestehenden Arbeiten zur Bestimmung einer Anzahl von Punkten des Geländes nach Lage und Höhe. Die Triangulation liefert die zuverlässige Grundlage für die genaue Vermessung und Kartierung eines Landes und wird mit allen wissenschaftlichen und technischen Hilfsmitteln durchgeführt.

Die Koordinaten eines bestimmten Punktes unseres Landes können bei dem in Betracht kommenden Kantonsgeometer, in grösseren Ortschaften auch beim Stadtgeometer erfragt werden. Bei der schweizerischen Landestopographie wird ein Atlas aufbewahrt, in welchem die Koordinaten sämtlicher

ténuse a est égal à la somme des carrés construits sur les deux autres côtés b et c, d'où

$$a^2 = b^2 + c^2.$$

La fig. 1 représente l'application géométrique du théorème de Pythagore.

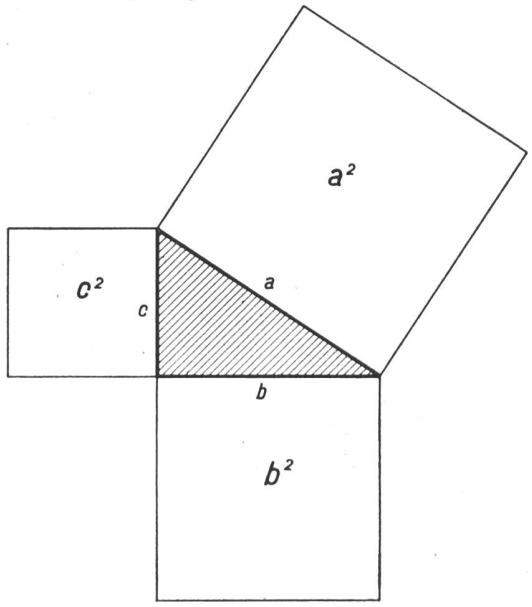

Fig. 1.

Le service topographique fédéral a divisé le territoire de la Suisse en quatre secteurs (I—IV) par une ligne verticale et une ligne horizontale se croisant à un point zéro, situé à l'ancien observatoire de Berne. La ligne verticale nord-sud est appelée la ligne x et la ligne horizontale est-ouest, la ligne y. Le secteur I (+y et +x) se trouve au nord-est, le secteur II (+y et —x) au sud-est, le secteur III (—y et —x) au sud-ouest et le secteur IV (—y et +x) au nord-ouest.

Les *coordonnées*, c'est-à-dire les valeurs en mètres de + ou —y et de + ou —x ont été déterminées sur tout le territoire suisse, pour tous les points de la plaine et de la montagne particulièrement saillants, tels que les clochers, les tours, les sommets, etc. On a ainsi:

y = distance horizontale, en mètres, à partir de la ligne nord-sud vers l'est (+y) ou vers l'ouest (—y);

x = distance perpendiculaire, en mètres, à partir de la ligne est-ouest vers le nord (+x) ou vers le sud (—x).

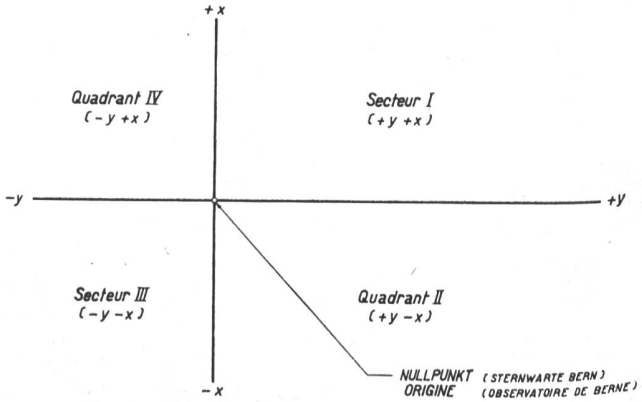

Fig. 2.

trigonometrisch bestimmter Punkte der ganzen Schweiz eingetragen sind.

Die genaue Entfernung zwischen den Zentralpunkten zweier Telephonnetze wird nun mit Hilfe der Koordinatenangaben auf Grund des pythagoräischen Lehrsatzes wie folgt bestimmt:

Die von uns gesuchte Entfernung ist gleich der Hypotenuse a eines rechtwinkligen Dreiecks, das wir mit Hilfe der Werte y und x bilden können. Die Längen der beiden Katheten b und c dieses Dreiecks sind bekannt; sie werden nach folgenden Formeln berechnet:

$$b = y_1 - y_2$$
$$c = x_1 - x_2$$

wobei y_1 und x_1 die Koordinaten des einen Zentralpunktes (P_1) und y_2 und x_2 diejenigen des andern Zentralpunktes (P_2) bedeuten. Nachdem man die beiden Werte b und c erhalten hat, werden die Zahlen einzeln ins Quadrat erhoben und die beiden Quadratzahlen ($b^2 + c^2$) zusammengezählt. Die so erhaltene Summe stellt den Wert a^2 dar. Die Wurzel aus dieser Quadratzahl ergibt dann ohne weiteres den gesuchten Wert a, denn wenn

$$a^2 = b^2 + c^2, \text{ so ist}$$
$$a = \sqrt{b^2 + c^2}$$

Nachstehend noch ein praktisches Beispiel nach dem mathematischen Verfahren:

Zu bestimmen ist die genaue Entfernung *Bern-La Chaux-de-Fonds.*

In Bern war s. Z. das Telephongebäude am Bollwerk als Netzmittelpunkt bezeichnet worden. In der Folgezeit dehnte sich aber die Stadt mehr in östlicher Richtung aus, da im Westen und Nordwesten der ausgedehnte Bremgartenwald einer weiteren baulichen Entwicklung eine natürliche Grenze setzt. Der Zentralpunkt von Bern musste daher später mehr in das Zentrum der Stadt, das sich nach Osten hin verschoben hatte, verlegt werden. Als neuen Zentralpunkt bezeichnete die Verwaltung den 600 m weiter östlich gelegenen Zeitglockenturm. Eine grössere Anzahl von Entfernungen musste wegen dieser Verlegung neu gemessen werden, u. a. auch die Entfernung mit dem Netzmittelpunkt von La Chaux-de-Fonds, dem Temple National. Die Messungen auf der Dufourkarte liessen nicht genau erkennen, ob die Entfernung 50 km oder mehr als 50 km betrage, d. h. ob die Gesprächstaxe Bern-La Chaux-de-Fonds auf 50 oder auf 70 Rp. festzusetzen sei. Die Entfernung zwischen den Zentralpunkten dieser beiden Netze musste daher auf mathematischem Wege wie folgt genau berechnet werden: Koordinaten der Turmspitze des Temple National (Punkt P_1) in La Chaux-de-Fonds:

$$y_1 = -45\,978{,}80 \text{ m}$$
$$x_1 = +17\,180{,}10 \text{ m}$$

Koordinaten der Turmspitze des Zeitglockenturms (Punkt P_2) in Bern:

$$y_2 = +697{,}20 \text{ m}$$
$$x_2 = -347{,}99 \text{ m}$$

Da für unsere Zwecke die Bestimmung einer Entfernung auf einige Meter genau vollständig genügt,

La fig. 2 donne une représentation schématique des secteurs.

Les coordonnées indiquent en quelque sorte la longitude et la latitude de certains points déterminés sur lesquels repose toute notre cartographie. Elles sont établies par *triangulation*, c'est-à-dire à l'aide d'opérations trigonométriques ayant pour but de fixer la position et l'altitude exactes d'un certain nombre de points du pays. Pour effectuer la triangulation, dont les résultats précis permettent de faire les mesures topographiques et d'établir les cartes d'un pays avec une rigoureuse exactitude, on a recours à tous les moyens scientifiques et techniques disponibles.

Les coordonnées des différents points du territoire peuvent être demandées à chaque géomètre cantonal intéressé ou, dans les localités importantes, au géomètre communal. Le bureau topographique fédéral possède un atlas sur lequel sont reportées les coordonnées de tous les points principaux de la Suisse entière.

Il est dès lors possible, à l'aide des coordonnées et en application du théorème de Pythagore, de déterminer la distance exacte entre les points centraux de deux réseaux téléphoniques.

Cette distance sera égale à l'hypoténuse a d'un triangle rectangle construit sur les valeurs y et x. Les longueurs b et c des deux autres côtés de ce triangle sont connues; elles se déterminent d'après les formules suivantes:

$$b = y_1 - y_2$$
$$c = x_1 - x_2$$

dans lesquelles y_1 et x_1 représentent les coordonnées d'un point central P_1 et y_2 et x_2 les coordonnées d'un autre point central P_2. Après avoir calculé les valeurs de b et de c, on élève les deux chiffres au carré et on les additionne ($b^2 + c^2$). Leur somme représente la valeur de a^2, dont la racine donne sans autre la valeur cherchée, car on a

$$a^2 = b^2 + c^2, \text{ d'où}$$
$$a = \sqrt{b^2 + c^2}$$

Voici maintenant un exemple pratique de l'application du procédé mathématique.

Supposons qu'il faille déterminer la distance exacte *Berne-La Chaux-de-Fonds.*

En son temps, à Berne, le bâtiment des téléphones du Bollwerk avait été désigné comme point central du réseau. Plus tard, la ville s'étant développée surtout dans la direction de l'est, du fait que l'immense forêt de Bremgarten opposait une limite naturelle à son expansion vers l'ouest et le nord-ouest, il fallut déplacer le point central dans la même direction, c'est-à-dire vers le centre de la ville. L'administration fixa alors son choix sur la Tour de l'Horloge située 600 m plus à l'est que l'ancien point central, ce qui obligea à mesurer à nouveau un grand nombre de distances, entre autres celle séparant le nouveau point du point central du réseau de La Chaux-de-Fonds, le Temple National. Les mesures faites sur la carte Dufour ne permettaient pas d'établir avec certitude si cette distance était de 50 km ou de plus de 50 km, c'est-à-dire si la taxe de la conversation Berne-La Chaux-de-Fonds devait être fixée à 50 ct. ou à 70 ct. Il

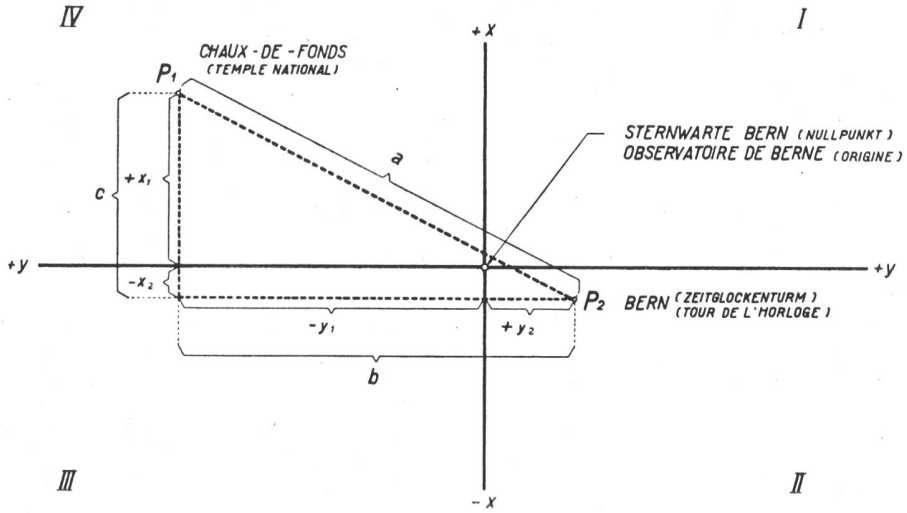

Fig. 3.

können wir in der folgenden Berechnung der Einfachheit halber die Dezimalstellen (= Zentimeter) ohne weiteres weglassen, indem wir die Werte y und x auf- oder abrunden.

Nach der Formel:

$b = y_1 - y_2$ ist
$b = -45\,979 - (+697)$ oder
$b = -46\,676$ m

Folglich ist

$b^2 = -46\,676 \text{ m} \times -46\,676 \text{ m}$ oder
$b^2 = +2\,178\,648\,976 \text{ m}^2$.

Nach der Formel:

$c = x_1 - x_2$ ist
$c = +17\,180 - (-348)$
$c = +17\,180 + 348$ oder
$c = 17\,528$ m

Folglich ist

$c^2 = 17\,528 \text{ m} \times 17\,528 \text{ m}$
$c^2 = 307\,230\,784 \text{ m}^2$

Wir haben nun die beiden Längen b und c (Katheten) des rechtwinkligen Dreiecks, dessen Hypotenuse gleich der gesuchten Entfernung Bern-La Chaux-de-Fonds ist, erhalten und jeden dieser Werte ins Quadrat erhoben und zählen nun die beiden erhaltenen Quadratsummen zusammen; die Gesamtsumme ergibt den Wert a^2.

Nach der Formel:

$a^2 = b^2 + c^2$ ist also
$a^2 = 2\,178\,648\,976 \text{ m}^2 + 307\,230\,784 \text{ m}^2$ oder
$a^2 = 2\,485\,879\,760 \text{ m}^2$

Die gesuchte Entfernung a ist nach der Formel:

$a = \sqrt{b^2 + c^2}$ gleich der Quadratwurzel aus dieser Zahl:

$a = \sqrt{2\,485\,879\,760}$ oder
$a = 49\,858{,}6$ m.

Die Entfernung zwischen den Netzmittelpunkten von La Chaux-de-Fonds und Bern beträgt somit genau 49 858,6 m oder rund 49,859 km.

In Fig. 3 sehen wir die schematische Darstellung dieser Berechnung.

F. Gamper.

fallut recourir aux mathématiques et déterminer cette distance sur la base des données suivantes:

Coordonnées de la tour du Temple National (point P_1) à La Chaux-de-Fonds:

$y_1 = -45\,978{,}80$ m.
$x_1 = +17\,180{,}10$ m.

Coordonnées de la Tour de l'Horloge (point P_2) à Berne:

$y_2 = +697{,}20$ m.
$x_2 = -347{,}99$ m.

Du fait que, pour le but que nous nous proposons, la détermination de la distance à quelques mètres près suffit amplement, nous pouvons, dans nos calculs, négliger les décimales (centimètres) et arrondir les valeurs de y et de x.

D'après la formule

$b = y_1 - y_2$, on aura
$b = -45\,979 - 697$, d'où
$b = -46\,676$ m.

D'après la formule

$c = x_1 - x_2$, on aura
$c = +17\,180 - (-348)$, soit
$c = +17\,180 + 348$, d'où
$c = +17\,528$ m.

Les valeurs b et c représentent la longueur des côtés du triangle rectangle dont l'hypoténuse est égale à la distance Berne-La Chaux-de-Fonds. La somme des carrés de ces valeurs donne la valeur de a^2.

D'après la formule

$a^2 = b^2 + c^2$ on aura
$a^2 = (-46\,676)^2 + (+17\,528)^2$ soit
$a^2 = 2\,178\,648\,976 \text{ m}^2 + 307\,230\,784 \text{ m}^2$ d'où
$a^2 = 2\,485\,879\,760 \text{ m}^2$.

D'après la formule

$$a = \sqrt{b^2 + c^2}$$

la distance cherchée est égale à la racine carrée de ce chiffre, soit

$a = \sqrt{2\,485\,879\,760}$, d'où
$a = 49\,858{,}6$ m.

La distance entre le point central de La Chaux-de-Fonds et celui de Berne est donc exactement de 49 858,6 m soit, en chiffre rond, *49,859 km.*

La fig. 3 nous donne la représentation schématique de ce calcul.