

# Addendum to "On Meromorphic Solutions of Algebraic Differential Equations".

Autor(en): **Bank, Steven**

Objekttyp: **Corrections**

Zeitschrift: **Commentarii Mathematici Helvetici**

Band (Jahr): **45 (1970)**

PDF erstellt am: **27.05.2024**

## Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

## Addendum to „On Meromorphic Solutions of Algebraic Differential Equations”

by STEVEN BANK

In this note, we make two additional remarks concerning the paper [1].

1. An easy modification of the proof in [1] can be used to establish the following important generalization of the main theorem in [1]:

**THEOREM:** *Let  $\Lambda(z, y, dy/dz) = \sum Q_{kj}(z) y^k (dy/dz)^j$  be a polynomial in  $y$  and  $dy/dz$  whose coefficients are functions of  $z$  which are subject to the following restriction: If  $p$  is the total degree of  $\Lambda$  in  $y$  and  $dy/dz$ , let  $Q_{kj}(z)$  be an entire function of finite order if  $k+j < p$ , while if  $k+j=p$ , let  $Q_{kj}(z)$  be a polynomial. Then a meromorphic solution of the differential equation  $\Lambda(z, y, dy/dz)=0$  cannot be written as the quotient of two entire functions  $f/g$ , where  $f$  is of infinite order and  $g$  is of finite order. In particular, any entire solution, and more generally, any meromorphic solution whose sequence of poles has a finite exponent of convergence, must be of finite order of growth.*

2. Professor A. A. Gol'dberg has kindly informed the author that the question raised in [1], concerning the growth of meromorphic solutions of first order equations in the case when all coefficients  $Q_{kj}(z)$  are polynomials, was solved in his paper [2], where it was shown that when all the coefficients are polynomials, then all meromorphic solutions must be of finite order. However, the author would like to point out that for the more extensive class of equations treated in Part 1 of this “Addendum”, the results obtained in [2] cannot be used to establish the theorem given in Part 1, since some coefficients are allowed to have essential singularities at  $\infty$ , and, in fact, it is easy to see that such equations can possess meromorphic solutions of infinite order (e.g.  $(\sin(e^z))^{-1}$  is a solution of the equation,  $y^4 - y^2 - e^{-2z} (dy/dz)^2 = 0$ ).

### REFERENCES

- [1] S. BANK, *On meromorphic solutions of algebraic differential equations*, Comm. Math. Helv., 44 (1969), 401–409.
- [2] A. A. GOL'DBERG, *On one-valued integrals of differential equations of the first order*, Ukrain. Mat. Ž., 8 (1956), 254–261 (Russian).

*University of Illinois  
Urbana, Illinois.*

Received May 30, 1970.