Ungelöste Probleme

Objekttyp: **Group**

Zeitschrift: **Elemente der Mathematik**

Band (Jahr): **12 (1957)**

Heft 2

PDF erstellt am: **23.05.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

[5] G. LORIA, *Spezielle algebraische und transzendente Kurven II* (Teubner, Leipzig 1911), S. 195 ff.
[6] W. WUNDERLICH, *Über die Schleppkurven des Kreises*, Sitz.-Ber. Akad. Wiss. Wien *156*, 155–173 (1948).

Ungelöste Probleme

Nr. 16. Es sei K ein eigentlicher ebener Eibereich. Für einen inneren Punkt $P \in K$ bilde man das Integral des reziproken Stützabstandes

$$B(P) = \int \frac{ds}{p},$$

wobei ds das Längendifferential der Randkurve von K und p den Abstand der zugehörenden Stützgeraden von P bedeuten und die Integration über den gesamten Rand von K erstreckt werden soll. Es existiert dann die untere Grenze

$$B = \inf B(P) \quad [P \in K],$$

wo P alle inneren Punkte von K durchläuft.

In der von G. PÓLYA[1]) und seinen Mitarbeitern behandelten Theorie der physikalischen Eibereichsfunktionale spielt die Grösse

$$\Phi = A^2 B\, I^{-1},$$

wo A den Flächeninhalt und I das auf den Schwerpunkt bezogene Trägheitsmoment von K bezeichnen, eine wichtige Rolle als Vergleichsfunktional.

Nach einer durch zahlreiche Sonderuntersuchungen gestützten Vermutung von Herrn G. PÓLYA[2]) gilt die Ungleichung

$$36 < \Phi \leqq 54,$$

wo rechts Gleichheit für das reguläre Dreieck besteht, während die Schranke links durch sehr schmale gleichschenklige Dreiecke angenähert wird. Spezielle Zwischenwerte des interessanten Funktionals sind ferner:

$$\Phi = 4\pi^2 \quad [K = \text{Ellipse}]; \qquad \Phi = 48 \quad [K = \text{Parallelogramm}].$$

Von verschiedenen Seiten wurde bisher vergeblich versucht, die obenstehende Ungleichung zu beweisen. H. HADWIGER

Aufgaben

Aufgabe 258. Von einer rationalen, bizirkularen Quartik q mit dem Doppelpunkt D kennt man eine der beiden (als reell vorausgesetzten) Doppelpunkttangenten sowie die beiden restlichen aus D an q legbaren Tangenten t_1, t_2 samt ihren Berührungspunkten T_1, T_2. Man konstruiere die Quartik, wenn t_1, t_2 ebenfalls reell sind.

R. BEREIS und H. BRAUNER, Wien

---

[1]) Vergleiche G. PÓLYA und G. SZEGÖ, *Isoperimetric Inequalities in Mathematical Physics* (Princeton University Press 1951).

[2]) Brief von G. PÓLYA an den Unterzeichneten vom 3. Juli 1956.