Ungelöste Probleme

Objekttyp: **Group**

Zeitschrift: **Elemente der Mathematik**

Band (Jahr): **12 (1957)**

Heft 6

PDF erstellt am: **25.05.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

ELEMENTE DER MATHEMATIK

Revue de mathématiques élémentaires — Rivista di matematica elementare

Zeitschrift zur Pflege der Mathematik
und zur Förderung des mathematisch-physikalischen Unterrichts
Organ für den Verein Schweizerischer Mathematik- und Physiklehrer

Publiziert mit Unterstützung des Schweizerischen Nationalfonds
zur Förderung der wissenschaftlichen Forschung

El. Math. Band XII Nr. 6 Seiten 121–144 Basel, 10. November 1957

Ungelöste Probleme

Nr. 20. Wir stellen die Frage: *Mit wievielen translationsgleichen Exemplaren lässt sich ein Eikörper vollständig überdecken, so dass er ganz im Innern der Vereinigungsmenge der nur durch Verschiebung aus ihm hervorgehenden Körper enthalten ist?*

Die genaue Formulierung des Problems lautet wie folgt: Es sei $k \geqq 1$ eine natürliche Zahl, und N_k bezeichne die kleinste natürliche Zahl, für welche die nachfolgende Aussage richtig ist: Ist A ein eigentlicher konvexer Körper des k-dimensionalen euklidischen Raumes, so gibt es n mit A translationsgleiche Körper A_i $(i = 1, \ldots, n)$ mit $n \leqq N_k$ derart, dass jeder Punkt von A ein innerer Punkt der Vereinigungsmenge $U_1^n A_i$ ist, so dass also A in diesem Sinne durch n translationsgleiche Exemplare vollständig überdeckt wird, wobei n höchstens N_k ist.

Die zur gewünschten Überdeckung ausreichende Anzahl n hängt übrigens sehr stark von der Form des individuell gewählten Körpers ab. Hat A beispielsweise eine reguläre Randfläche, so reicht bereits $n = k + 1$ aus. Wie man mit Anwendung eines Schubfachschlusses leicht einsehen kann, gilt bei einem Parallelotop für die kleinste in Betracht fallende Anzahl bereits $n = 2^k$; damit ist gezeigt, dass jedenfalls $N_k \geqq 2^k$ ausfallen muss. Trivialerweise gilt $N_1 = 2$. Ferner ist leicht nachzuweisen, dass $N_2 = 4$ ist; hierbei wird die höchste erforderliche Exemplaranzahl $n = 4$ lediglich beim Parallelogramm benötigt. Wie F. W. Levi[1]) nachgewiesen hat, reicht bei jedem vom Parallelogramm verschiedenen ebenen Eibereich schon $n = 3$ aus. Die Levische Schlussmethode ist nicht auf höhere Dimensionen übertragbar. Welchen Wert hat N_k für $k \geqq 3$?

H. Hadwiger

Kleine Mitteilungen

Einfacher Beweis und Verallgemeinerung einer Dreiecksungleichung

Es sei O ein beliebiger Punkt im Innern eines Dreiecks $A_1 A_2 A_3$. Bezeichnen wir mit R_i $(i = 1, 2, 3)$ den Abstand $\overline{OA_i}$, mit r_i den Abstand der Seite $A_{i+1} A_{i+2}$ von O, so gilt die Ungleichung

$$R_1 R_2 R_3 \geqq 8\, r_1 r_2 r_3 . \tag{1}$$

[1]) F. W. Levi, Arch. Math. 6, 369–370 (1955). Überdeckung eines Eibereiches durch Parallelverschiebung seines offenen Kerns.