Ungelöste Probleme

Objekttyp: **Group**

Zeitschrift: **Elemente der Mathematik**

Band (Jahr): **14 (1959)**

Heft 4

PDF erstellt am: **24.05.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

Die Schnittpunkte von k mit dem wahren ersten Umriss lassen sich im Schrägriss ablesen und ermöglichen eine rasche Konstruktion der Umrisspunkte von k'.

Bei der praktischen Durchführung empfiehlt es sich, jenen Sehstrahl s auszuwählen, der in der Symmetrieebene des spitzen Winkels von φ und ψ liegt, weil dann die Schrägbilder von Kurven derselben Schar deutlicher getrennt erscheinen. Man wird auch nicht die Kurven p_i^s voll durchzeichnen, sondern nur jene Kurventeile, die für den Schnitt mit q_i^s gebraucht werden. Die Übersichtlichkeit des Schrägrisses gestattet hier meist eine rasche Abschätzung.

Figur 4 zeigt als Anwendung die Ermittlung der Durchdringungskurve k zweier Drehflächen Φ, Ψ mit windschiefen Achsen a, $\bar{a}$. Wir bezeichnen mit $0, 1, 2, \ldots$ die Mittelpunkte der Parallelkreise p_i von Φ und mit $\bar{0}, \bar{1}, \bar{2}, \ldots$ die Mittelpunkte der Parallelkreise c_j von Ψ. Die Kreise c_j^s, die für die Ermittlung der q_i^s verwendet werden, sind im allgemeinen vollständig eingezeichnet, die Kreise p_i^s jedoch nur in den Schnittzonen. Figur 4 enthält *alle* Konstruktionslinien für die Ermittlung von k^s, zeigt aber das Aufsuchen der Grundrisspunkte nur für einen allgemeinen Punkt P und einen Umrisspunkt U von k. U^s ist einer der Schnittpunkte von k^s mit dem Schrägriss $\bar{u}^s = \bar{a}^s$ des wahren ersten Umrisses von Ψ. – Da man leicht die erste Spur e der von den Flächennormalen bezüglich Φ, Ψ in P aufgespannten Ebene findet, liesse sich auch die Tangente t' an k' in P' zeichnen; bekanntlich ist ja $t' \perp e'$.

Anwendungsbereich des Verfahrens

Wie eingangs erwähnt, eignet sich das Verfahren besonders für Flächen, die je ein System von einfach zu zeichnenden Parallelschnitten aufweisen, also Flächen, die ein System von ähnlichen oder kongruenten Kurven oder speziell von Kreisen und Geraden in parallelen Ebenen besitzen. Das heisst, es ist mit Vorteil anwendbar auf alle Drehflächen und Schraubflächen, auf Schiebflächen mit einer ebenen Schiebkurvenschar, auf Regelflächen mit einer Richtebene, auf Kegel, Gesimsflächen usw. Bei dreiachsigen Flächen zweiter Ordnung wird es zweckmässig sein, die Kreisschnitte statt der Schnitte der Hauptebenenstellungen zu benützen.

Die Tatsache, dass bei Parallelprojektion die Kurven c auf affine Kurven c^s abgebildet werden, kann man auch benützen, um durch geeignete Wahl des Sehstrahls eine Vereinfachung der c^s zu erreichen, also zum Beispiel Ellipsen auf Kreise abzubilden. Aus der Bedingung $\lambda_i \parallel s$ folgt dann allerdings, dass im allgemeinen der Abstand der Parallelschnittebenen nicht mehr für beide Scharen gleich angenommen werden kann.

JOSEF P. TSCHUPIK, Graz

Ungelöste Probleme

Nr. 31. On peut démontrer que de tous trois entiers consécutifs >7 au moins un a deux diviseurs premiers distincts. Le problème s'il existe une infinité des paires de nombres naturels consécutifs dont chacun a un seul diviseur premier se réduit à la recherche des nombres premiers de MERSENNE et de FERMAT [voir W. SIERPIŃSKI, Colloquium Mathematicum *6*, 109 (1958)]. Le problème se pose quel est, pour un

nombre naturel k donné, le plus petit nombre $g(k)$ tel que pour tout nombre naturel n suffisamment grand un au moins des nombres $n+1, n+2, \ldots, n+g(k)$ a plus que k diviseurs premiers. D'après ce que nous avons dit plus haut, on a $g(1) \leqq 3$. On peut démontrer que

$$g(k) \leqq f(k) = p_1 p_2 \cdots p_{k-1} p_{k+1},$$

où p_i est le i-ième nombre premier.

En effet, s'il était $g(k) > f(k)$, il existerait une infinité des nombres naturels n tel que chacun des nombres $n+1, n+2, \ldots, n+f(k)$ a k au plus diviseurs premiers. Or, parmi ces nombres il existe au moins un, soit r, qui est divisible par

$$p_1 p_2 \cdots p_{k-1} p_{k+1}$$

et au moins un, soit s, qui est divisible par $p_1 p_2 \cdots p_k$ et ces nombres ne pouvant avoir d'autres diviseurs premiers, on a $r \neq s$, $r = p_1^{\alpha_1} p_2^{\alpha_2} \cdots p_{k-1}^{\alpha_{k-1}} p_{k+1}^{\alpha_{k+1}}$, $s = p_1^{\beta_1} p_2^{\beta_2} \cdots p_k^{\beta_k}$ et $|r-s| < f(k)$.

Or, d'après un théorème connu de Pólya les termes d'une suite infinie formée des nombres croissants n'ayant d'autres diviseurs premiers que $p_1, p_2, \ldots, p_{k+1}$ croissent indéfiniment. Il en résulte que pour les n, donc aussi r suffisamment grands l'inégalité $|r-s| < f(k)$ ne peut pas avoir lieu, et l'inégalité $g(k) \leqq f(k)$ se trouve démontrée.

En développant cette idée on peut, par exemple, démontrer que de tous dix nombres naturels consécutifs >92 au moins un a trois diviseurs premiers distincts.

Je suppose que $g(k) = p_1 p_2 \cdots p_{k-1} p_{k+1}$, mais je ne sais pas démontrer cela.

Il est à remarquer qu'il résulte de l'hypothèse H que j'ai énoncé dans Acta Arithmetica *4*, 188 (1958) qu'on a, pour tout nombre naturel k, $g(k) \geqq p_1 p_2 \cdots p_{k-1} p_k$.

A. Schinzel

Kleine Mitteilungen

Übergang einer transzendenten in eine rationale Kurve

Die rationalen Funktionen pflegt man als die einfachern vorweg und reinlich getrennt von den transzendenten Funktionen zu behandeln. Die Möglichkeit des Überganges einer transzendenten in eine rationale Kurve wird kaum in Erwägung gezogen.

Bei einer nichtumkehrbaren bimolekularen chemischen Reaktion

$$A + B \rightarrow C + D$$

seien zu Beginn der Reaktion von den Substanzen A und B je a und b Mol vorhanden. Bis zum Zeitpunkt t seien je y Mol der Substanzen C und D entstanden. Nach dem Massenwirkungsgesetz wird alsdann die Reaktionsgeschwindigkeit $y'(t)$ durch die Differentialgleichung

$$y'(t) = c\,(a-y)\,(b-y)$$

bestimmt, wobei c die den Verlauf bestimmende Reaktionskonstante bedeutet. Ist nun $a \neq b$, so erhält man unter Berücksichtigung der Anfangsbedingungen als Lösung der Differentialgleichung

$$y(t) = \frac{a\,b\,(e^{act} - e^{bct})}{a\,e^{act} - b\,e^{bct}}.$$