Ungelöste Probleme

Objekttyp: **Group**

Zeitschrift: **Elemente der Mathematik**

Band (Jahr): **17 (1962)**

Heft 4

PDF erstellt am: **24.05.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

Vorstehend geben wir noch ein Beispiel für die Bestimmung von drei Unbekannten; es wurde mit einer «Curta II» in weniger als 30 min fertig gerechnet. Der Deutlichkeit halber sind überall noch die Variablen hinzugefügt, und aus dem gleichen Grunde steht in der Kellerzeile auch das Element $b_{nm}\, y_n$ kursiv gedruckt, obwohl y_n null ist. Pivotelemente sind zweimal unterstrichen, Elemente der Pivotkolonne bzw. -zeile sind einfach unterstrichen. H. SCHILT, Biel

Ungelöste Probleme

Nr. 44. V. L. KLEE (Seattle, USA) ruft uns ein fesselndes, von H. BUSEMANN und C. M. PETTY[1]) stammendes Problem in Erinnerung, über das man beispielsweise im Mathematischen Forschungsinstitut in Oberwolfach gelegentlich diskutierte und um dessen Lösung sich auch der Unterzeichnete vergeblich bemühte. Es handelt sich um folgendes: Zwei eigentliche konzentrische Mittelpunktseikörper A und B des gewöhnlichen Raumes sollen die Eigenschaft aufweisen, dass für jede durch den gemeinsamen Mittelpunkt hindurchgehende Ebene E bezüglich der Schnittbereiche die Beziehung

$$f(A \cap E) \geq f(B \cap E) \tag{a}$$

gilt, wo f den Flächeninhalt bezeichnet. Ist es auf Grund dieser Sachlage möglich, für die Volumina der beiden Körper den Schluss

$$V(A) \geq V(B) \tag{b}$$

zu ziehen? Die Voraussetzung der Konvexität ist hierbei jedenfalls wesentlich. In der Tat hat L. DANZER zwei zentralsymmetrische nichtkonvexe Körper aufgewiesen, die der Voraussetzung (a) genügen, für die aber der plausible Schluss (b) falsch ist![2])

H. HADWIGER

Nachtrag zu Nr. 38

Von K. A. POST (TH Eindhoven, Nederland) ist uns ein Nachweis für das Bestehen des linksseitigen Teils der in Frage stehenden Ungleichung

$$k + 1 \leq n(A) \leq 2^k$$

zugestellt worden, wo $n(A)$ die kleinste Zahl von Blickpunkten im Aussenraum eines eigentlichen konvexen Körpers A des k-dimensionalen Raumes bezeichnet, die insgesamt eine vollständige Überblickung der Randfläche von A ermöglichen. Der Einsender zeigt, dass k Blickpunkte in keinem Fall ausreichen, und argumentiert wie folgt:

«Das Problem ändert sich nicht, wenn man die Blickpunkte im Unendlichen wählt, da die von einem Punkt p aus vollsichtbaren Punkte Q eine offene Menge bilden und es sich hier um endlich viele Punkte p_i handelt. Damit ein Punkt Q vollsichtbar sei aus der Richtung $(b_1, b_2, \ldots, b_k)$, soll notwendig die Ungleichung

$$p_1 b_1 + p_2 b_2 + \cdots + p_k b_k > 0 \tag{1}$$

[1]) Problems on convex bodies; Math. Scand. *4*, 88–94 (1956).

[2]) Erst während des Druckes dieser Notiz wurde die neuere Abhandlung von H. BUSEMANN: Volumes and areas of cross-sections; Amer. math. Monthly *67*, 248–250 (1960) bemerkt, die weitere Studien und überraschende Beispiele dieser Art enthält.

gelten, wobei $p_1 x_1 + p_2 x_2 + \cdots + p_k x_k + q \geq 0$ der von einer Stützhyperebene von A in Q berandete Halbraum ist, der keinen inneren Punkt mit A gemeinsam hat. Es seien nun $l \leq k$ Richtungen $(a_{i1}, a_{i2}, \ldots, a_{ik})$ $(i = 1, \ldots, l)$ im Raum gegeben, aus denen wir die Oberfläche fotografieren wollen. Offenbar hat die Matrix (a_{ij}) einen Rang $r \leq k$, und also hat bei passender Umordnung der Reihen das Gleichungssystem

$$\sum_{j=1}^{k} a_{ij}\, p_j = -\,\delta_{kr} \quad (i = 1, \ldots, l) \tag{2}$$

eine Lösung $(p_1, p_2, \ldots, p_k) \neq (0, 0, \ldots, 0)$, so dass der (die) in der angegebenen Weise von $(p_1, p_2, \ldots, p_k)$ bestimmte Punkt(e) Q nicht vollsichtbar ist (sind).»

Ein Beweis des rechtsstehenden Teils der Ungleichung, wonach also 2^k Blickpunkte jedenfalls ausreichen, fehlt unseres Wissens noch. H. HADWIGER

Zum Problem Nr. 43

Mit Brief vom 7. Juni 1962 teilt uns Herr J. J. SEIDEL, Eindhoven, mit, dass das Problem Nr. 43 von Herrn J. VAN VOLLENHOVEN, Technische Hochschule Eindhoven, im Sommer 1960 für die Ellipse im negativen Sinne entschieden wurde. Herr SEIDEL hat an der Geometrie-Tagung in Oberwolfach im Oktober 1960 in einem Vortrag «Die Kongruenzordnung von Kegelschnitten» über diese Lösung berichtet. Eine Publikation liegt noch nicht vor. Die Redaktion

Corrigendum

Comme l'a remarqué M. J. S. SELFRIDGE dans Mathematical Reviews *22* (1961), page 135, la démonstration (due à M. A. SCHINZEL) qui se trouve à la page 74 du vol. XV des Elemente der Mathematik, 1960, a une lacune. Pour la combler il suffit de supposer que $k > P$. En effet, alors il résulte de la formule $(k \cdot 2^n + 1, P) > 1$ que $k \cdot 2^n + 1$ est un nombre composé.

Il est aussi à remarquer que la démonstration de M. P. ERDÖS de son théorème 3 (cité dans la note des Elemente) qu'il existe une progression arithmétique croissante de nombres impairs dont aucun n'est pas de la forme $2^k + p$, où p est un nombre premier, démonstration qui se trouve à la page 119 de Summa Brasiliensis Mathematicae 1950 (vol. II) doit être complétée (d'après une remarque de M. A. SCHINZEL) par l'adjonction aux six congruences envisagées par M. ERDÖS encore de la congruence $x \equiv 0 \pmod{31}$. W. SIERPIŃSKI (Varsovie)

Kleine Mitteilungen

Bemerkenswerte Kongruenzeigenschaften von Reziprokensummen

Aus der von GLAISHER stammenden und von L. CARLITZ in den «Elementen», Bd. 14, S. 11 als Formel (1) zitierten Beziehung ergibt sich in der Spezialisierung für $n = 2$, dass stets

$$\binom{2p}{p} \equiv 2 - \frac{4}{3} p^3 B_{p-3} \pmod{p^4}$$