Literaturüberschau

Objekttyp: **Group**

Zeitschrift: **Elemente der Mathematik**

Band (Jahr): **24 (1969)**

Heft 4

PDF erstellt am: **23.05.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

Neue Aufgaben

Aufgabe 602. Es sei p eine Primzahl, $R = \{0, 1, 2, \dots, p-1\}$, $n \in R\backslash\{0\}$, $a \in R$, $x_i \in R$ $(i = 1, 2, \dots, n)$.

$$M_{a,n} = \{(x_1, x_2, \dots, x_n)\}$$

sei die Menge der n-Tupel, die den Bedingungen

$$x_1 + x_2 + \dots + x_n \equiv a \pmod{p}, \qquad 0 \leqq x_1 \leqq x_2 \leqq \dots \leqq x_n \leqq p - n$$

genügen. Man zeige

$$|M_{a,n}| = \frac{1}{p}\binom{p}{n}.$$

E. TROST, Zürich

Aufgabe 603. Man zeige, dass die Anzahl der echten Teilerketten

$$1 \mid d_1 \mid d_2 \mid \dots \mid d_{r-1} \mid d_r = a$$

der Länge r der natürlichen Zahl $a = \prod_{i=1}^{k} p_i^{n_i}$ ($p_1, p_2, \dots, p_k$ verschiedene Primzahlen) gleich

$$\sum_{j=0}^{r} \left\{(-1)^j \binom{r}{j} \prod_{i=1}^{k} \binom{n_i + r - j - 1}{n_i}\right\}$$

ist.

H. SCHEID, Mainz

Aufgabe 604. Es sei $0 \leqq p \leqq 1$. Man zeige

$$\lim_{n\to\infty} \sum_{k=1}^{n} (-1)^{k+1} \binom{n}{k} \frac{1}{k + p - kp} = \frac{1}{p}.$$

H. BRÄNDLI, Zürich

Aufgabe 605. Man beweise

$$\underset{\text{Kummer}}{\begin{pmatrix} 1 & & & & \\ 1 & 1 & & & \\ 1 & 4 & 1 & & \\ 1 & 11 & 11 & 1 & \\ . & . & . & . & . \end{pmatrix}} \underset{\text{Pascal}}{\begin{pmatrix} 1 & & & & \\ 1 & 1 & & & \\ 1 & 2 & 1 & & \\ 1 & 3 & 3 & 1 & \\ . & . & . & . & . \end{pmatrix}} = \underset{\text{Fakultät} \cdot \text{Stirling II}}{\begin{pmatrix} 1!1 & & & & \\ 2!1 & 1!1 & & & \\ 3!1 & 2!3 & 1!1 & & \\ 4!1 & 3!6 & 2!7 & 1!1 & \\ . & . & . & . & . \end{pmatrix}}.$$

Vgl. Aufgabe 41 (El. Math. *3*, 83 (1948)).

I. PAASCHE, München

Literaturüberschau

Plane Geometry and its Groups. Von HEINRICH W. GUGGENHEIMER. 288 Seiten mit 168 Figuren. $ 9.35. Holden-Day, Inc., San Francisco, Cambridge, London, Amsterdam 1967.

Dieses Buch ist ein bedeutsamer Beitrag zur Elementarmathematik vom höhern Standpunkt aus. Zwischen dem von HILBERT und BACHMANN vorgezeichneten axiomatischen Aufbau der ebenen Geometrie und den Möglichkeiten der Schule liegt ein bisher nur schwach bebautes Feld, durch das der Weg zu einer modernen Schulgeometrie hindurchführt. Zwar gibt es einen scheinbaren Ausweg, der um dieses Feld herum geht: man kann

die Schulgeometrie nach dem Vorschlag bestimmter Reformer der linearen Algebra unterstellen. Soll jedoch mit dem Geometrieunterricht wie bis anhin eine Schulung der Raumvorstellung verbunden bleiben, so kann diese Art der Modernisierung kaum ernsthaft in Erwägung gezogen werden.

GUGGENHEIMER vollzieht in seinem Buch den Anschluss der Schulgeometrie an die Ideenkreise von HILBERT und BACHMANN. Es steht auf dem Niveau einer Hochschulvorlesung über Elementarmathematik, konzipiert für angehende Mathematiklehrer und ist getragen von der Absicht, für die spätere Schultätigkeit möglichst viel Brauchbares darzubieten. Dieses Ziel hat der Autor meines Erachtens in idealer Weise erreicht. Hier liegt jene Vorlesung in Buchform vor, die jeder Lehrer gehört haben sollte.

Das Buch behandelt die klassische Planimetrie von einer höhern Warte aus und unter den Aspekten des Abbildungs- und des Gruppenbegriffes. Der Autor beschreibt einen vollständigen axiomatischen Aufbau der Kongruenz-, der Ähnlichkeits- und der Möbiusgeometrie sowie der hyperbolischen Geometrie. Es ist längst bekannt, dass im Hilbertschen Axiomensystem für die Euklidische Geometrie die Kongruenzaxiome durch geeignete Spiegelungsaxiome ersetzt werden können. Auf diese Weise lassen sich die Begriffe und Methoden der Spiegelungsgeometrie integrieren, womit für die Abbildungsgeometrie im Schulunterricht eine saubere, logische Basis geschaffen ist. Das deduktive System ist aber im Guggenheimerschen Buch nicht Endzweck; zur Freude des Schulmathematikers steht die geometrische Substanz ganz eindeutig im Vordergrund. Der Leser begegnet dem ganzen klassischen Bestand an geometrischen Sätzen, wobei allerdings durch die Akzentuierung der Transformationsgruppen völlig neue Zusammenhänge zutage treten. Die Gruppenstruktur wird auch in den Beweisführungen kräftig eingesetzt. An zahlreichen Beispielen lernt der Leser die Methode des Beweisens durch Rechnen mit Abbildungen kennen.

Es ist zu begrüssen, dass der Autor in Abweichung von den Gepflogenheiten der Spiegelungsgeometer die Objekte (Punkte, Geraden, Kreise) und die Spiegelungen an diesen Objekten durch verschiedene Bezeichnungen auseinanderhält. Die Unterscheidung drängt sich wohl auf im Hinblick auf die übrigen vorkommenden Abbildungen (Drehungen, Streckungen u.a.), die nicht unmittelbar von einem Grundobjekt abgeleitet sind. Sie ist aber auch vom Standpunkt der Schule aus vorzuziehen. Nicht befreunden kann sich der Rezensent mit den häufig benutzten Abkürzungen in den Symbolen für transformierte Abbildungen; das Weglassen von Klammern ist gelegentlich so weit getrieben, dass die Formeln zu Rätseln werden.

Dem Text sind rund 500 Aufgaben beigefügt, die zum Teil Ergänzungen bringen, zum Teil aber auch zu weiterführenden Untersuchungen anregen sollen. Zum schönen und originellen Buch von GUGGENHEIMER müssen leider in bezug auf den Aufgabenteil einige Vorbehalte angebracht werden; die Aufgabenstellungen enthalten auffallend viele Fehler, die dem Autor bei einer präziseren Darstellung der Lösungsansätze sicher nicht entgangen wären. So sind zum Beispiel die Aufgabenstellungen 4a, 5, 12, 13 und 16 auf den Seiten 212/213 und ebenso die Aufgabenstellung 8 auf Seite 218 (vgl. El. Math. XXII/Heft 5, Aufgabe 533) auf Tatbestände gerichtet, die offensichtlich falsch sind. M. JEGER

Vorstufe zur höheren Mathematik. Von S. G. KREIN und V. N. USCHAKOWA. Lehrbuch für Studierende aller Fachrichtungen im 1. und 2. Semester. 153 Seiten mit 178 Abbildungen. DM 6,80. Vieweg & Sohn, Braunschweig 1968.

Diese Schrift behandelt in einführender, anschaulicher Darstellung die Analysis der elementaren Funktionen mit den folgenden Abschnitten: Elementare Funktionen – Grenzwerte – Linearisierung der elementaren Funktionen – Anwendung der Ableitung für die Untersuchung von Funktionen – Implizit gegebene Funktionen einer Variablen. – Es ist schade, dass die an sich sehr klar geschriebene Darstellung – eine Übersetzung aus dem Russischen – nicht etwas besser der «westlichen Terminologie» angepasst worden ist, so vor allem, was den Begriff der Variablen, der Grösse, der Funktion anbelangt und sodann, was die Verwendung des Begriffes der «infinitesimal kleinen Funktionen» betrifft.

R. INEICHEN

Enzyklopädie der geisteswissenschaftlichen Arbeitsmethoden, 3. Lieferung: Methoden der Logik und Mathematik – Statistische Methoden, dargestellt von HANS HERMES und ERICH MITTENECKER. 141 Seiten. DM 22,–. R. Oldenbourg Verlag, München 1968.

Der erste Hauptteil, Methoden der Mathematik und der Logik (HERMES), bringt eine knappe, aber gut lesbare Übersicht über den Gegenstand der Mathematik und die logischen Aspekte, die sich bei der Betrachtung der Mathematik ergeben. Der mehr orientierend gehaltene Text wird durch zahlreiche Beispiele bereichert und gewährt eine schöne Übersicht über das Gesamtgebiet. Der zweite Hauptteil, Statistische Methoden in der Psychologie und den angrenzenden Wissenschaften (MITTENECKER), bringt eine Einführung in die beschreibende und in die induktive Statistik mit Formeln, Beispielen und einfach gehaltenem erläuterndem Text. Von Herleitungen ist aus naheliegenden Gründen im allgemeinen abgesehen worden, so dass eine allgemein verständliche Darstellung entstanden ist.

R. INEICHEN

Digitalrechner in technischen Prozessen. Von HELMUT HOTES. 313 Seiten. DM 48,–. Walter de Gruyter & Co., Berlin 1967.

In der ersten Hälfte des Buches ist die Programmierung eines Digitalrechners unter Verwendung einer maschinenorientierten Symbolsprache behandelt. Die zweite Hälfte ist den Organisationsprogrammen für Prozessrechner gewidmet. Dieser Teil allein rechtfertigt den Titel des Buches.

In Steuer- und Überwachungsprogrammen spielt im Unterschied zu Rechenprogrammen nicht nur die Reihenfolge der Operationen eine Rolle. Meistens ist auch die zeitliche Staffelung wesentlich. Dies bedingt die Berücksichtigung eines oder mehrerer Uhrwerke. Bei der Prüfung von Fehlermeldungen während des Betriebes ist der Unterschied zwischen einer Störung im Prozess und einer solchen einer einzelnen Messeinrichtung mit möglichst grosser Wahrscheinlichkeit festzustellen. Das betreffende Störprogramm muss sehr sorgfältig aufgebaut sein.

Wenn ein Prozessrechner eingesetzt ist, besteht die Möglichkeit, technische Regler durch Programme des Rechners zu ersetzen. Damit lassen sich wesentlich kompliziertere Regelungen durchführen als mit den konventionellen Reglern. E. R. BRÄNDLI

Grundzüge der theoretischen Logik. Von DAVID HILBERT und W. ACKERMANN. 5. Auflage. VIII und 188 Seiten. DM 38.–. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York 1967.

Nach der Meinung KANTS war mit der Aristotelischen Schlusslehre die Logik abgeschlossen und vollendet. Die neuere Entwicklung der mathematischen Logik, deren Anfänge in der ersten Hälfte des 19. Jahrhunderts zu suchen sind, hat diese Vermutung widerlegt. In Wirklichkeit erweist sich die deduktive Logik schon bei ziemlich einfachen logischen Zusammenhängen als unzulänglich.

Im vorliegenden Buch werden zusätzlich bedeutsame Ergebnisse, die bis heute auf dem Gebiete der mathematischen Logik erzielt worden sind, besprochen. So, wie die Mathematik ihre grossen Fortschritte einem leistungsfähigen Formalismus verdankt, ist die Entwicklung der theoretischen Logik auf den Logikkalkül zurückzuführen. Wie können Sätze charakterisiert werden, die aus gegebenen Voraussetzungen überhaupt gefolgert werden können? Wie lässt sich feststellen, ob ein Satz aus rein logischen Gründen richtig ist? Solche Fragen können mit dem Logikkalkül behandelt werden.

D. HILBERT, der ursprüngliche Verfasser dieses Buches, hat seit den zwanziger Jahren versucht, über den Logikkalkül einen neuen Aufbau der Mathematik zu finden.

Die 5. Auflage, die inhaltlich eine unveränderte Ausgabe der 1959 erschienenen 4. Auflage darstellt, ist in vier Kapitel aufgeteilt:

Das erste Kapitel ist mit «Der Aussagenkalkül» überschrieben. Hier wird auf eine feine logische Struktur der einzelnen Aussagen verzichtet. Eine Aussage wird als Ganzes betrachtet und ist als Ganzes richtig oder falsch. Der Aussagenkalkül erlaubt die Untersuchung der logischen Verknüpfung von einzelnen Aussagen.

Der «Klassenkalkül» des zweiten Kapitels geht nun auf die logische Struktur einer Aussage ein, die in der Beziehung zwischen Subjekt und Prädikat wiedergegeben wird. Jeder

Eigenschaft von Dingen entspricht die *Klasse* der Gegenstände, die diese Eigenschaft besitzen.

Das dritte Kapitel führt mit dem «engeren Prädikatenkalkül» über die traditionelle aristotelische Schlusslehre hinaus. Es bringt Beziehungen zwischen mehreren Gegenständen, die mit der deduktiven Logik nicht erfasst werden können, zum symbolischen Ausdruck.

Im vierten Kapitel wird schliesslich gezeigt, warum der Formalismus, der in den ersten drei Kapiteln mit dem Aussagenkalkül, dem Klassenkalkül und dem Prädikatenkalkül gebildet wurde, noch nicht abgeschlossen ist und einen erweiterten Prädikatenkalkül notwendig macht. Dazu werden sogenannte Quantoren für Prädikatenvariable eingeführt.

Die vierte Auflage des Buches weist gegenüber früheren Ausgaben wesentliche Neuerungen auf, die mit der Entwicklung der mathematischen Logik Schritt halten. So musste z. B. die Hilbertsche Symbolik einer moderneren weichen. Zudem wurden nebst vielen Verbesserungen im ersten Kapitel zwei neue Paragraphen hinzugefügt, die besonders philosophisch interessierte Leser ansprechen dürften.

In der Einleitung wird erwähnt, dass die Anwendung der formalisierten Logik nicht auf die Mathematik beschränkt sei. Sie lasse sich überall dort anwenden, wo Disziplinen oder Teildisziplinen vorliegen, die einer axiomatischen Begründung fähig sind. Leider wird aber darauf nicht näher eingegangen.

Besonders wertvoll sind schliesslich die vielen Übungen und Beispiele, die auch dem fachlich nicht spezialisierten Leser das Verständnis der dargebotenen Theorie stark erleichtern. P. FUCHS

Théorie des graphes et ses applications. Par CLAUDE BERGE. Collection universitaire de mathématiques, deuxième édition, nouveau tirage. 269 pages. Dunod, Paris 1967.

Créée par le mathématicien hongrois D. KÖNIG qui lui consacra, en 1936, un important ouvrage: Theorie der endlichen und unendlichen Graphen, la théorie des graphes a pris de nos jours une large extension dans diverses disciplines (topologie, physique, psychologie, économie, etc.) et M. CLAUDE BERGE est un de ceux qui ont le mieux contribué à son développement. Il donne dans son excellent livre un aperçu des résultats obtenus, dispersés dans de nombreuses revues scientifiques et présente les résultats de ses propres recherches. Illustré d'exemples concrets, ce livre qui ne nécessite pour sa lecture que la connaissance des mathématiques générales, intéressera de nombreux lecteurs: mathématiciens, physiciens, spécialistes de la théorie des jeux, de la recherche opérationnelle, des sciences du comportement. L'ouvrage compte 21 chapitres, dont un consacré aux jeux sur un graphe et un autre consacré aux réseaux de transport sont d'un intérêt très général. On trouve à la fin de l'ouvrage une copieuse bibliographie, la liste des symbole et le lexique des termes employés. S. PICCARD

Statistique. Par C. FOURGEAUD et A. FUCHS. Collection universitaire de mathématiques dirigée par M. HENRI HIERCHE. 325 et XIV pages. Dunod, Paris 1967.

Préfacé par M. R. FORTET, professeur à la Faculté des Sciences de Paris, qui s'exprime dans des termes très élogieux à l'égard des deux auteurs qui ont le goût du «travail bien fait», l'ouvrage de MM. FOURGEAUD et FUCHS se compose de 4 parties, dont la première est consacrée aux éléments du calcul des probabilités, la seconde aux distributions d'échantillonnage, la troisième à la théorie de la décision et l'estimation et la dernière à la théorie des tests. La théorie d'estimation des paramètres et celle des tests sont présentées ici dans le cadre d'une théorie moderne plus générale, notamment celle de la décision. Une place importante est réservée à la théorie des échantillons issus d'une population normale à un nombre $\geqslant 2$ de dimensions. L'auteur utilise l'intégrale de SIEGEL pour traiter cette question. Les divers modes de convergence stochastique sont traitées avec soin dans cet ouvrage qui s'adresse aussi bien aux mathématiciens et aux ingénieurs qu'aux étudiants du second et du troisième cycle. On trouve, à la fin de ce livre, les tables indispensables, une bibliographie sommaire et un index des termes utilisés. S. PICCARD