Literaturüberschau

Objekttyp: **Group**

Zeitschrift: **Elemente der Mathematik**

Band (Jahr): **28 (1973)**

Heft 1

PDF erstellt am: **04.06.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

Aufgabe 686. Es liegen n Münzen $M_1, \ldots, M_n$ in einer Reihe. Diese sollen nach folgender Vorschrift gepaart werden: Man nehme eine Münze, überspringe (nach rechts oder nach links) s Münzen und lege sie auf die nächstfolgende; die Existenz einer solchen wird ausdrücklich verlangt. Dann nehme man eine weitere noch ungepaarte Münze und verfahre damit in der gleichen Weise usw. Ein Paar zählt für das Überspringen immer als zwei Münzen.

Für $n = 10$ und $s = 2$ ergibt sich eine vollständige Paarung z.B. wie folgt: M_5 auf M_2, M_7 auf M_{10}, M_3 auf M_8, M_9 auf M_6, M_1 auf M_4.

Für welche Wertepaare $(n, s) \in N \times N$ ist eine vollständige Paarung möglich?

P. Hohler, Olten

Aufgabe 687. Es seien in der Ebene drei voneinander verschiedene Geraden g_1, g_2, g_3 und ein Dreieck ABC vorgegeben. Man konstruiere mit Zirkel und Lineal ein zu ABC ähnliches Dreieck $A'B'C'$ derart, dass seine drei Eckpunkte auf den drei gegebenen Geraden liegen.

S. Grabiak, Oberursel, BRD

Aufgabe 688. s, R bzw. r bezeichnen den halben Umfang, den Umkreisradius bzw. den Inkreisradius eines Dreiecks. Man beweise, dass eine Ungleichung von O. Kooi zu

$$\frac{2r(4R+r)^2}{2R-r} \leq 2s^2 \leq \frac{R(4R+r)^2}{2R-r} \tag{1}$$

erweitert werden kann und dass dasselbe für eine andere (wohlbekannte) Ungleichung zu

$$s\sqrt{3} \leq 4R + r \leq s\left(\frac{R+r}{r}\right)^{1/2} \tag{2}$$

möglich ist. Gleichheit genau für das gleichseitige Dreieck.

A. Bager, Hjørring, Dänemark

Literaturüberschau

Beiträge zur Graphentheorie, vorgetragen auf dem internationalen Kolloquium in Manebach (DDR) vom 9. bis 12. Mai 1967. Herausgegeben von Horst Sachs, Heinz-Jürgen Voss und Hans-Joachim Walther. 394 Seiten. B. G. Teubner Verlagsgesellschaft, Leipzig 1968.

Der in Form eines Buches herausgegebene Bericht informiert in einheitlicher und sorgfältiger Darstellung nicht nur über die am Kolloquium gehaltenen Referate, er vermittelt auch einen repräsentativen Querschnitt durch die graphentheoretische Forschung der sechziger Jahre. Ebenso spiegelt sich in den insgesamt 29 deutsch oder englisch abgefassten Artikeln die Vielfalt dieser Forschung, werden doch gleichermassen topologische und kombinatorische Fragen neben Färbungs- und Extremalproblemen behandelt. Manche der vorgetragenen Ergebnisse haben inzwischen schon Eingang in die neuere Literatur gefunden, wie beispielsweise die Untersuchungen von L. W. Beineke über derivierte Graphen, diejenigen von G. Ringel über das Geschlecht des vollständigen Graphen oder der von Kozyrev und Grinberg angegebene nichthamiltonsche kubische

planare Graph. Eine anregende Sammlung von (damals) noch ungelösten Problemen, vorgeschlagen von den Kolloquiumsteilnehmern, beschliesst den ersten Teil des Buches.

Der zweite Teil besteht aus einem von R. Lang erarbeiteten Literaturverzeichnis, welches die während der Jahre 1962/63–1966/67 erschienenen graphentheoretischen Publikationen nach Autorennamen geordnet aufführt. Diese über zweitausend Titel umfassende Bibliographie ist insbesondere deshalb wertvoll, da sie auch vollständig die sonst weniger bekannte osteuropäische Literatur erfasst. W. MAURER

Funktionalanalysis und Anwendungen. Von JOSEF WLOKA. 292 Seiten. DM 38.–. Walter de Gruyter, Berlin und New York. 1971.

Zusätzlich zum Standardstoff einer Funktionalanalysis-Vorlesung bietet das Buch von Wloka ein umfangreiches Kapitel «Differentialrechnung in normierten Räumen», das z. B. funktionalanalytische Fassungen des Satzes von Taylor und des Satzes über implizierte Funktionen enthält. Im letzten Kapitel findet man den Spektralsatz für kompakte Operatoren (nebst den üblichen Anwendungen) sowie vor allem eine Einführung in die Schaudersche Theorie der elliptischen partiellen Differentialgleichungen zweiter Ordnung. Einen wesentlichen Bestandteil dieses erfreulichen Werkes bilden zahlreiche konkrete Anwendungen der Funktionalanalysis z. B. in der Approximationstheorie. Der Autor hat den Mut, die betreffenden Beispiele auch numerisch vollständig durchzuexerzieren. CH. BLATTER

Aufgaben und Lehrsätze aus der Analysis II. Von GEORG PÓLYA und GABOR SZEGÖ. 4. Aufl. XXI und 408 Seiten. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York. 1971.

Man ist dem Springer-Verlag dankbar, dass er die klassische zweibändige Sammlung von «Aufgaben und Lehrsätzen aus der Analysis» in einer wohlfeilen Ausgabe weiteren Generationen von Mathematikern zugänglich macht. Die Kunst der beiden Autoren, die Entdeckung von mathematischen Geheimnissen in die Lösung einer Folge von Aufgaben aufzugliedern, hat in den fünfundvierzig Jahren seit Erscheinen der ersten Auflage nichts von ihrer pädagogischen Kraft verloren, auch wenn heute andere Lehrsätze der Analysis en vogue sind. Für den in Aussicht gestellten Anhang mit Ergänzungen werden wir leider auf die in Vorbereitung befindliche englische Ausgabe des Gesamtwerkes vertröstet. CH. BLATTER

An Introduction to General Topology. Von PAUL E. LONG. VI + 282 Seiten, mit 30 Figuren. £4.50. Charles E. Merrill Publ. Co., Columbus (Ohio). 1971.

Diese Einführung in die Topologie ist so geschrieben, dass sie sich besonders für das Selbststudium eignet: Auch die einfachsten Fakten und Beweisschritte sind ausführlich dargestellt und mit zahlreichen, oft etwas simplen Beispielen erläutert. Inhaltlich entspricht das Werk etwa der Hälfte des ersten Teils der «Topologie» von Schubert. Nichtelementare Fragen (z. B. Satz von Tychonoff) sind ausgelassen. Wegen seiner leichten Lesbarkeit und nicht zuletzt dank der umfangreichen Aufgabensammlung kann das Buch trotzdem für den Anfänger durchaus empfohlen werden. CH. BLATTER

Les fondements de la géométrie. Par DAVID HILBERT. Edition critique préparée par Paul Rossier. 311 p., Ill. Prix: fr.s. 57,50. Dunod, Paris, 1971.

M. Paul Rossier, professeur honoraire de l'Université de Genève, a fait une œuvre fort utile en traduisant avec précision en un excellent français l'ouvrage classique de David Hilbert: Grundlagen der Geometrie qui a connu dix éditions en langue allemande, la première datant de 1899 et traduite en 1900 en français par L. Langel qui la fait paraître chez Gauthier-Villars, à Paris. L'ouvrage de Hilbert a également été traduit en anglais, espagnol, portugais, russe et serbe. Les diverses éditions de l'œuvre de Hilbert sont munies de préfaces et de divers appendices, les fondements eux-mêmes ont subi des modifications d'une édition allemande à l'autre. Hilbert et son élève Paul Bernays y ont apporté divers perfectionnements. M. Rossier nous donne la traduction de la 10e édition allemande parue chez Teubner, suivie de dix appendices. Dans un premier chapitre qui précède les traductions, M. Rossier expose l'état du problème des fondements de la géométrie à la fin du XIXe siècle. Dans la dernière partie de l'ouvrage qui suit les traductions,

M. Rossier présente quelques travaux liés aux Fondements. On trouve à la fin de l'ouvrage les numéros des théorèmes selon les éditions, un index des auteurs cités et l'index des matières.

La pensée pénétrante de Hilbert qui le premier a donné une axiomatique complète, entièrement satisfaisante au point de vue logique, de la géométrie euclidienne mérite d'être connue sous sa forme définitive du public de langue française et ne manquera pas d'intéresser de nombreux lecteurs des *Elemente der Mathematik*. S. PICCARD

Vektorgeometrie (*Theorie, Aufgaben, Ergebnisse*). Von HEINZ BACHMANN. 331 Seiten. SABE, Verlagsinstitut für Lehrmittel, Zürich 1971.

Das für Gymnasien geschriebene Buch setzt die Grundbegriffe der Algebra und die elementare Planimetrie (Kongruenz- und Ähnlichkeitsabbildungen) voraus; es kann also in den mittleren und oberen Klassen dieser Schulen eingesetzt werden. Der Vektorbegriff steht am Anfang der Darstellung; seine mannigfaltigen Anwendungen (Trigonometrie, analytische Geometrie einschliesslich Behandlung der Kegelschnitte und einfacher räumlicher Probleme, analytische Abbildungsgeometrie, komplexe Zahlen, Determinanten, Matrizen und Elemente der projektiven Geometrie) stellen den eigentlichen Inhalt des Buches dar; am Ziel steht die Struktur des Vektorraumes. Neben der eben skizzierten vollständigen Ausgabe A erscheint auch eine Ausgabe B, in der die letzten Kapitel (Matrizen, Affinitäten, Kegelschnitte, projektive Ebene) weggelassen sind.

Es ist sehr erfreulich, dass mit diesem Buch unsern Gymnasien wieder ein Lehrmittel zur Verfügung gestellt wird, das einerseits wissenschaftlich sauber ist und zeitgemässe Tendenzen berücksichtigt, anderseits aber keine jener Irrwege moderner Didaktik geht, die das Heil in einem Riesenaufwand an «moderner» Terminologie und an Formalisierung erblicken und dabei eigentliche geometrische Substanz durch lineare Algebra verdecken. Trotzdem finden Schüler und Lehrer im Buch alle jene grundlegenden Begriffe wie Abbildung, Verküpfung, Gruppe, Ring, Körper, lineare Abbildung usw.; bei ihrer Einführung wird aber stets in behutsamer Weise vom konkreten Beispiel ausgegangen. Die vektorielle Darstellung erlaubt dem Verfasser zudem, die oben genannten Gebiete zu einem organisch aufgebauten Ganzen zu verbinden. Daneben wird auch manche Gelegenheit benützt, um Sachverhalte zu wiederholen und zu vertiefen, die an sich vor der Verwendung des Buches behandelt worden sind, so etwa im Abschnitt «Beweise geometrischer Sätze mit Hilfe von Vektoren». – Die Verwendung dieses wohlgelungenen Werkes im Unterricht verlangt vom Lehrer eine Sichtung und Auswahl des Stoffes, und zwar bei beiden Ausgaben. Vielleicht könnte auf solche Auswahlmöglichkeiten noch vermehrt hingewiesen werden? Müsste nicht der Ausgabe B noch ein ganz *kurzes* Kapitel «Kegelschnitte» beigefügt werden, damit auch diese – offensichtlich in erster Linie für Literargymnasien bestimmte – Ausgabe alle üblicherweise behandelten Stoffgebiete enthalten würde? R. INEICHEN

Wahrscheinlichkeitstheorie. Von WALTER VOGEL. (Studia Mathematica, Band XXII). 386 Seiten. Vandenhoeck & Ruprecht, Göttingen 1970.

Der erste Teil des vorliegenden Buches, überschrieben mit «Das Wahrscheinlichkeitsmodell», bringt eine ausführliche Darstellung der für die Wahrscheinlichkeits*theorie* grundlegenden Begriffe aus der Masstheorie; der Leser findet hier unter vielem andern auch eine sehr klar herausgearbeitete Darstellung der Unabhängigkeit. Diese breit angelegte Einführung macht das Buch «selbsttragend»: Mit seinem Studium kann begonnen werden, ohne sich zuerst noch durch andere Lektüre in die masstheoretischen Grundlagen einführen zu lassen. – Der zweite Teil, «Zufällige Grössen mit abzählbar vielen Werten», bringt vor allem kombinatorische Probleme: Formel von K. Jordan, Erzeugende Funktionen, alle wichtigeren diskreten Verteilungen und dazu einiges über Differenzengleichungen. Der dritte Teil ist der Behandlung der charakteristischen Funktionen und der Konvergenz von Verteilungsfunktionen gewidmet und der letzte, abschliessende Teil ist der Konvergenz zufälliger Grössen gewidmet, so u. a. den verschiedenen Konvergenzbegriffen («nach Wahrscheinlichkeit», «mit Wahrscheinlichkeit 1» und «Konvergenz im Mittel»), den Gesetzen der grossen Zahlen, den zentralen Grenzwertsätzen, dem Gesetz vom iterierten Logarithmus und dem Arcus-Sinus-Gesetz. – Es handelt sich nicht um ein Buch für Anfänger: der Benützer des Buches sollte mindestens sein Grundstudium abgeschlossen haben. Auf eigentliche Anwendungen wird nicht eingegangen, hingegen werden die behandelten Sachverhalte immer wieder durch treffend ausgewählte Beispiele illustriert. Manches klassische Beispiel erscheint so in neuem Licht. – Wer

sich nicht nur für Wahrscheinlichkeitsrechnung, sondern vor allem auch für ihre Einbettung in die Masstheorie interessiert, wird sehr gerne zu dieser wohl abgewogenen, sorgfältigen und auch didaktisch klug aufgebauten Darstellung greifen. R. INEICHEN

The Teaching of Probability and Statistics. Herausgegeben von LENNART RADE. 373 Seiten. Almquist & Wiksell, Uppsala 1970.

Das Buch vereinigt die Vorträge, die 1969 an einem in Carbondale (Illinois) durchgeführten Kongress über den Unterricht in Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik auf dem «pre-college-level» gehalten worden sind. Während einige dieser Abhandlungen mehr den Lehrplanfragen gewidmet sind oder gar Kataloge von zu behandelnden Stoffgebieten bringen, und so nicht überall auf besonderes Interesse stossen dürften, sind andere Beiträge voll zahlreicher konkreter Anregungen für die Durchführung des Unterrichtes oder für die Beurteilung eines vielleicht selbst entwickelten Weges zur Einführung in die genannten Gebiete. Eine Frage bleibt immer wieder zurück nach der Lektüre von Kongressberichten dieser Art: Wo nimmt man die Zeit her, um all diese schönen, wertvollen und anziehenden Stoffe im Unterricht unterzubringen? R. INEICHEN

Die Modernisierung des mathematischen Unterrichtes. Von ERNST SCHUBERTH. 127 Seiten. (Erziehung vor dem Forum der Zeit, Schriften der freien Waldorfschule, 8). Verlag freies Geistesleben, Stuttgart 1971.

Die allgemein verständlich gehaltene Schrift behandelt Geschichte und Probleme der Modernisierung unter besonderer Berücksichtigung der Arbeiten von Felix Klein, Martin Wagenschein und Alexander I. Wittenberg. Der Verfasser sieht den wesentlichen und eigentümlichen Zug der gegenwärtigen Reform darin, dass in ihr zwei Reformbewegungen zusammentreffen, die in ihren Ursprüngen und Zielsetzungen verschieden voneinander sind: Der «Kleinschen Reform», aus der Zeit der Jahrhundertwende stammend und noch nicht abgeschlossen, überlagern sich die mannigfachen Impulse, die aus den tiefgreifenden Umwandlungen folgen, welche sich innerhalb der Mathematik in den letzten Jahrzehnten abgespielt haben. Er untersucht dann die Frage, ob und inwiefern die Inhalte der neueren Mathematik notwendig mit der gegenwärtig herrschenden mathematischen Denkweise, die eine starke formalistische Komponente aufweist, verbunden sind. In seiner verneinenden Antwort weist er auch auf Gedanken hin, die Louis Locher-Ernst, der Begründer der «Elemente», mehrmals an dieser Stelle vertreten hat. Die wertvolle Schrift kann den gemässigten *und* den progressiven Reformern manche Anregung bringen, sei es in Form von Bestätigungen oder durch Anreize zu neuer Überprüfung. R. INEICHEN

Rings, Modules and Linear Algebra. Par B. HARTLEY & T. O. HAWKES. XI et 210 pages. Chapman and Hall Ltd, Londres, 1970.

La possibilité de substituer les anneaux aux corps dans la notion d'espace vectoriel a conduit au concept fondamental de module. Les auteurs de ce petit livre ont voulu montrer à une large audience comment ce concept peut être utilisé pour résoudre de façon très élégante des problèmes concrets d'algèbre. Par exemple, citons la classification des groupes abéliens de type fini et la classification des applications linéaires d'un espace vectoriel de dimension finie.

L'ouvrage est divisé en trois parties. La première donne les définitions et les résultats de base sur les anneaux et les modules. La structure des modules de type fini sur un anneau principal est étudiée dans la deuxième partie. Finalement, viennent les applications aux groupes abéliens et aux formes canoniques des applications linéaires. Il y a beaucoup d'exemples et d'exercices.

Cet ouvrage, issu d'un cours donné à Warwick, est une base excellente pour un cours d'algèbre linéaire de deuxième année. Les auteurs ont brillamment atteint leur but.

M. A. KNUS

Einführung in die Funktionalanalysis. Von F. HIRZEBRUCH und W. SCHARLAU. 178 Seiten. Fr. 11.20. Hochschultaschenbücher, Band 296a*. Bibliographisches Institut Mannheim–Wien–Zürich 1971.

Inhalt: Vorwort. I. Metrische Räume. II. Normierte Räume. III. Die Räume $L^p(R^n, \varphi)$. IV. Schwache Topologien und reflexive Räume. V. Gleichmässig konvexe Räume. VI. Hilbert-

Räume. VII. Lineare Operatoren in Banach-Räumen. Kompakte Operatoren. Fredholm-Operatoren. VIII. Kommutative Banach-Algebren. IX. Spektraldarstellung hermitescher und unitärer Operatoren. X. Spektraldarstellung nicht überall definierter hermitescher Operatoren. Anhang I: Begriffe und Sätze aus der mengentheoretischen Topologie. Anhang II: Das Lemma von Zorn. Bezeichnungen. Literaturhinweise. Sachverzeichnis.

Dieses Taschenbuch, welches eine umgearbeitete Fassung einer Bonner Vorlesung des erstgenannten Verfassers im akademischen Jahr 1963/64 beinhaltet, vermittelt eine erste Einführung in die Funktionalanalysis; es befasst sich mit einigen anwendungsreichen Teilgebieten. Die Autoren wenden sich in sehr geschickter Weise an Leser, die über Kenntnisse im Rahmen der mathematischen Grundvorlesungen verfügen. Die Darstellung ist konzentriert und elegant und weicht an gewissen Stellen auf originelle Art vom sonst üblichen Vorgehen ab, z. B. Seite 14 (Vervollständigung metrischer Räume) und Seite 30 (Satzgruppe von Hahn-Banach). J. RÄTZ

Orthogonale Polynome. Von GÉZA FREUD. 294 Seiten. Mathematische Reihe, Band 33. Birkhäuser Verlag, Basel, und Akadémiai Kiadó, Budapest, 1969. (Englische Fassung: *Orthogonal Polynomials*, Pergamon Press, Oxford–New-York–Toronto–Sydney–Braunschweig, 1971).

Inhalt: Vorwort. Erläuterung der häufig verwendeten Bezeichnungen. I. Grundlegende Eigenschaften der Orthogonalpolynome. II. Elemente der Theorie des Hamburger-Stieltjesschen Momentenproblems. III. Quadraturverfahren und Interpolation über die Nullstellen der Orthogonalpolynome. IV. Konvergenztheorie der Orthogonalpolynomreihen. V. Die Theorie von G. Szegö. Nachwort über offene Probleme. Bibliographie. Namenverzeichnis. Sachverzeichnis.

Der vorliegende Band bringt eine den neueren Stand der Theorie der Orthogonalpolynome berücksichtigende Übersicht und bildet eine sehr nützliche eigenständige Ergänzung des drei Jahrzehnte früher erschienenen gleichnamigen Standardwerkes von G. Szegö. Die Allgemeinheit des hier gewählten Standpunktes besteht in der Herleitung der Resultate aus den beiden Tatsachen, dass es sich um Polynome handelt und dass die Folge dieser Polynome bezüglich einer vorgegebenen nichtnegativen Belegung über der reellen Zahlengeraden ein Orthogonalsystem ist. Wie in vielen analogen Situationen gewinnt dadurch die Darstellung ganz wesentlich an Durchsichtigkeit. Jedes Kapitel ist gefolgt von Aufgaben sowie von Anmerkungen historischer und sachlicher Art. Eine Serie ungelöster Probleme, deren Abklärung zur Weiterentwicklung der Theorie beitragen würde, beschliesst den Text.

Vorausgesetzte Vorkenntnisse beim Leser: Übliche Grundlagen der Analysis, einige Kenntnisse der Theorie der reellen Funktionen und – für das Schlusskapitel – etwas komplexe Funktionentheorie. J. RÄTZ

Riesz Spaces, Volume I. Von W. A. J. LUXEMBURG und A. C. ZAANEN. XI und 514 Seiten. Hfl. 100.–. North-Holland Publishing Company, Amsterdam–London 1971.

Inhalt: Preface. 1. Distributive lattices and normed function spaces. 2. Elementary properties of ordered vector spaces and Riesz spaces. 3. Ideals and bands; Archimedean Riesz spaces. 4. Dedekind completeness and projection properties. 5. Prime ideals. 6. Freudenthal's spectral theorem. 7. Spectral representation theory. 8. Hermitian operators in Hilbert space. 9. Riesz homomorphisms and quotient spaces. 10. The Egoroff property and the diagonal property. Bibliography. Subject index.

Der vorliegende Band bringt die mehr algebraischen Aspekte der Theorie der Rieszschen Räume, d.h. der Vektorverbände über dem Körper der reellen Zahlen, während das Schwergewicht eines sich in Vorbereitung befindenden zweiten Bandes auf der analytischen Seite liegen wird. Die wenigen bisher existierenden Monographien über teilgeordnete Vektorräume befassen sich im wesentlichen mit den in einzelnen mathematischen «Schulen» erzielten Resultaten. Die Autoren machen es sich hier zur Aufgabe, die Hauptresultate verschiedener Provenienz in vereinheitlichter Terminologie darzustellen. Eine zentrale Stellung nimmt dabei der Spektralsatz von Freudenthal ein; Aussagen wie der Radon-Nikodymsche Satz der Masstheorie, die Poissonsche Formel für beschränkte harmonische Funktionen und der Spektralsatz für selbstadjungierte Operatoren eines Hilbertraumes erscheinen als seine Korollarien.

Die Präsentation ist sehr sorgfältig und gut lesbar. J. RÄTZ