Literaturüberschau

Objekttyp: **Group**

Zeitschrift: **Elemente der Mathematik**

Band (Jahr): **28 (1973)**

Heft 3

PDF erstellt am: **24.05.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

Aufgabe 693. Es seien A ein offenes Intervall der reellen Zahlengeraden und f, g zwei auf A definierte differenzierbare reellwertige Funktionen mit $f(x) \neq \pm 1$, $f(x) \neq 0$, $g(x) \neq 0$ für alle x in A. Man zeige, dass die durch

$$F(x) = {}^{|f(x)|}\log |g(x)| \qquad [x \in A]$$

definierte Funktion F differenzierbar ist und bestimme die erste Ableitung von F.

R. Rose, Biel

Aufgabe 694. Trifft man entgegen der üblichen Festsetzung $\binom{0}{0} = 1$ die Konvention $\binom{0}{0}/0 = 0$, so gilt für alle nichtnegativen ganzen Zahlen N die Darstellung

$$N = \sum_{n=1}^{N+1} (-1)^n n^N \sum_{m=n-1}^{N} \binom{m}{n-1}/m .$$

I. Paasche, München

Aufgabe 695. Ein Dreieck habe die Seitenlängen a, b, c mit $0 < a \leq b \leq c$. Man bestimme sämtliche Paare von Punkten P, Q auf dem Rand des Dreiecks derart, dass die Strecke PQ das Dreieck in zwei Polygone mit gleichem Umfang und gleichem Flächeninhalt zerlegt. Wie hängt die Anzahl dieser Punktepaare von a, b, c ab?

H. R. Suter, Muri bei Bern

Aufgabe 696. Für die Seitenlängen a, b, c eines Dreiecks sei $0 < a \leq b \leq c$. Man zeige, dass

$$4 < \frac{(a+b+c)^2}{b\,c} \leq 9 , \tag{1}$$

$$8 < \frac{(a+b+c)^2}{a\,c} < \infty , \tag{2}$$

$$9 \leq \frac{(a+b+c)^2}{a\,b} < \infty \tag{3}$$

gelten, dass die angegebenen Schranken die bestmöglichen sind, dass die Quotienten jeden Zwischenwert annehmen können, und dass in (1) und (3) das Gleichheitszeichen genau für das gleichseitige Dreieck steht.

J. Rätz, Bern

Literaturüberschau

Introduction to Numerical Analysis and Applications. Von DONALD GREENSPAN. IX, 182 Seiten. $9.50. Markham, Chicago 1970.

Das vorliegende Buch beschreibt einige klassische Methoden zur numerischen Behandlung fundamentaler Probleme der Algebra und Analysis. Voraussetzungen für den Leser sind Kenntnisse der Grundbegriffe in der linearen Algebra sowie in der Differential- und Integralrechnung.

Im ersten Kapitel werden die Interpolation einer diskreten Funktion durch Polynome beliebigen Grades und die Methoden der kleinsten Quadrate besprochen, im zweiten Näherungsmethoden (darunter die Simpsonsche Regel) für die Berechnung des bestimmten Integrals und der Ableitung, im dritten Algorithmen zur Auflösung von Systemen linearer Gleichungen mit besonderen Eigenschaften (tridiagonale und diagonale dominante Systeme) sowie das verallgemeinerte Newtonsche

Verfahren zur Auflösung nichtlinearer Systeme. Diese Methoden werden in den folgenden Kapiteln angewendet, wo gewöhnliche Differentialgleichungen erster und zweiter Ordnung mit Rand- bzw. Anfangsbedingungen numerisch behandelt werden. Alle Verfahren werden durch verschiedene Beispiele illustriert. Der Leser findet am Ende jedes Kapitels noch weitere Übungsaufgaben, die jedoch nur Routinecharakter aufweisen.

Hervorstechendes Merkmal des Buches ist die sorgfältige Fehlerabschätzung und die Besprechung der Vor- und Nachteile konkurrierender Methoden.

Vorhanden sind auch die Ergebnisse einiger auf dem Computer durchgeführter Versuche mit Angabe des Zeitverbrauches. Schliesslich wird noch im letzten Kapitel des Buches der Einfluss von Rundungsfehlern untersucht. H. CARNAL

Cohomologie non abélienne. Von JEAN GIRAUD. IX, 467 Seiten. DM 109,–. Springer, Berlin–Heidelberg–New York 1971.

Normalerweise wird eine Cohomologietheorie für sogenannte *abelsche* Koeffizienten definiert (z.B. Cohomologie einer Gruppe G mit Koeffizienten in einem G-Modul, Cohomologie eines topologischen Raumes mit Koeffizienten in einer Garbe von abelschen Gruppen, usw.). Man hat lange versucht, sich von dieser Einschränkung freizumachen und eine Theorie zu entwickeln, in der auch Koeffizienten aus einer nichtabelschen Kategorie zugelassen werden können. Im vorliegenden Werk werden die verschiedenen bis dahin bekannten Teilresultate und auch neue Entwicklungen auf diesem Gebiet in eine systematische Theorie eingeordnet und in vollster Allgemeinheit dargestellt.

Das Buch beginnt mit einer kurzen Einführung in den Begriff «site» (Kategorie mit einer Grothendieck Topologie). Anschliessend werden kategorietheoretische Hilfsmittel bereitgestellt (Kap. I), die es dem Autor erlauben, den zentralen Begriff «champ sur un site» zu behandeln (Kap. II). Darunter versteht der Autor (grob und nicht ganz genau gesprochen) eine Garbe von Kategorien auf einer Kategorie mit Grothendieck Topologie. Diese Vorbereitungen führen in den Kapiteln III bis VI zur Definition der Cohomologie in den Dimensionen 0, 1, 2, 3 und zur Behandlung ihrer Eigenschaften. Die Kapitel VII und VIII sind Anwendungen aus der algebraischen Geometrie und der Extensionstheorie gewidmet.

Das Buch ist von einer recht hohen Warte aus geschrieben und setzt ein grosses Mass von Vertrautheit mit modernsten Methoden der homologischen und kategorischen Algebra voraus. Es wird für Spezialisten auf dem Gebiet der nichtabelschen Cohomologie zweifellos zu einem Standardwerk werden. U. STAMMBACH

Johannes Kepler zur 400. Wiederkehr seines Geburtstages. Von VOLKER BIALAS, WALTER GERLACH, MARTHA LIST und WILHELM TREUE. 68 Seiten. DM 5,–. Deutsches Museum, Abhandlungen und Berichte, 39. Jahrgang 1971, Heft 1. Oldenbourg, München 1971.

Die Gedenkschrift enthält zunächst auf den Seiten 5–51 die Vorträge, die anlässlich der Feier in Weil der Stadt zum 400. Geburtstag von Johannes Kepler, am 21. Juni 1971 gehalten wurden. Walter Gerlach (S. 5–15) umreisst knapp die Bedeutung des grossen Astronomen, dessen geistige Leistungen eine Wende im abendländischen Denken heraufführten und zugleich den Wegweiser für die Zukunft wurden. «In einer von Machtkämpfen und Inhumanität geprägten Zeit und auch in eigener Not ging Kepler als Gelehrter und Mensch unbeirrt den vor Gewissen und Menschheit verantwortbaren Weg: er hat Masse für ein des Menschen würdiges Handeln gesetzt.»

Martha List (S. 16–24) berichtet über das Schicksal des umfangreichen Nachlasses von Kepler und seiner Auswertung. Neben die bekannte Ausgabe der gedruckten Schriften durch die Bayerische Akademie der Wissenschaften soll eine neue Folge der «Nova Kepleriana» treten, die den handschriftlichen Nachlass erschliesst. Volker Bialas hat in der Bearbeitung der Tabellen zur Saturn- und Jupiterbahn hierfür ein Musterbeispiel gegeben.

Wilhelm Treu (S. 25–40) erzählt aus Keplers «kleiner Welt», wir erfahren das Schicksal des schwer geprüften Mannes in unruhigen Zeiten. Auf den Seiten 41–51 beschäftigt sich Volker Bialas mit dem schwierigen Thema «Gesetz und Harmonie im astronomischen Weltbild von Johannes Kepler».

Der zweite Teil enthält «Berichte aus dem Deutschen Museum» (S. 52–68) mit Bericht über die Kepler-Ausstellung im Deutschen Museum und Beziehungen zwischen München und Kepler.

J. J. BURCKHARDT

The Mathematical Papers of Isaac Newton, Volume V 1683–1684. Edited by D. T. WHITESIDE with the assistance in publication of M. A. HOSKIN and A. PRAG. 628 Seiten. £20.–. Cambridge at the University Press 1972.

Vor uns liegt der fünfte Band der Gesamtausgabe von Newtons Werken, der die Schriften von 1683–1684 enthält. Das Hauptstück bilden die in den Jahren 1673–1683 gehaltenen Vorlesungen über Algebra nach dem in Cambridge deponierten Manuskript von 1683–1684, vom Autor als «Arithmetica Universalis» genannt. Diese erst 1707 im Druck (und später in mehrfachen Ausgaben und Übersetzungen) herausgekommenen Vorlesungen sind das am meisten gelesene Werk von Newton, es wurde für die Verbreitung der Algebra grundlegend. Die vorliegende Ausgabe gibt sowohl den lateinischen Text (auf den linken Blattseiten) wie auch eine moderne englische Übersetzung (auf den rechten Blattseiten) wieder. Ohne auf Einzelheiten eintreten zu können, möchte der Referent seiner Freude Ausdruck geben, dass hiermit das klassische Werk einem breiten Leserkreis erschlossen wird und in jede Bibliothek von Mittelschule, Technikum und Hochschule gehört. Neben dem klassischen Stoff der Algebra findet der Leser insbesondere in den 61 Problemen auf den Seiten 185–337 eine Sammlung von ihm wohl zum Teil nicht bekannten Aufgaben in der Darstellung eines der grössten Meister. Als zweiter Teil (S. 535–621) enthält der Band ein wohl 1684 entstandenes revidiertes Manuskript über «Arithmeticae Universalis». Es enthält neue Formulierungen und teils neue, teils die im vorangehenden Manuskript behandelten Aufgaben. Die Ausgabe ist hervorragend eingeleitet, die Fussnoten bieten sowohl sachlich wie auch historisch wertvolle und umfassende Hilfe. Vier Tafeln zeigen u. a. die Handschrift der ersten Manuskriptseite und die bekannte Kegelschnittaufgabe. J. J. BURCKHARDT

Isaac Newton's Philosophiae Naturalis Principia Mathematica. The third edition (1726) with variant readings. Assembled and edited by ALEXANDRE KOYRÉ and I. BERNARD COHEN with the assistance of ANNE WHITMAN. Volume I and II. Zusammen 916 Seiten. Je £25.–. Cambridge at the University Press 1972.

Diese beiden Bände der kritischen Ausgabe von Newtons Principia enthalten die Faksimile Reproduktion der dritten Auflage. In Fussnoten sind alle Abweichungen gegenüber den folgenden acht Fassungen angegeben: Dem von Humphrey Newton verfassten Manuskript der ersten Auflage und den darin angebrachten Korrekturen von I. Newton und Ed. Halley. Der ersten Auflage 1687 und zwei von Newton durchschossenen Exemplaren. Der zweiten Auflage und den von Newton dazu angebrachten Verbesserungen.

Hiermit haben die Herausgeber auf völlig neuen Wegen ein hervorragend ediertes Material der Forschung zur Verfügung gestellt. Es wird sicher reiche Früchte tragen.

J. J. BURCKHARDT

Informatik. Von F. L. BAUER und G. GOOS. XII, 200 Seiten. DM 12,80. Heidelberger Taschenbuch 91. Springer, Berlin 1971.

Dieser zweite Teil der Einführung, der auf dem ersten aufbaut, befasst sich in seinem ersten Kapitel (Kapitel 5) mit den Problemen der dynamischen Speicherverteilung, wie sie vor allem beim Compilerbau auftreten. In Kapitel 6 werden Hintergrundspeicher und deren Zusammenwirken mit dem Hauptspeicher (Ein/Ausgabe) beschrieben. Ein Unterkapitel ist der Datenverwaltung gewidmet, ein weiteres den Betriebssystemen und Dienstprogrammen (utility programs).

In den letzten zwei Kapiteln wird die reale Maschine verlassen und ein Überblick gegeben über die Automatentheorie und die Formalen Sprachen sowie über die Definition von Programmiersprachen.

Sehr zu begrüssen ist der Anhang «Zur Geschichte der Informatik», in dem die wichtigsten Namen, Erfindungen und Entwicklungen der Rechenmaschine, der Coding- und Automatentheorie sowie der Informatik ganz allgemein zusammengestellt sind.

Das Buch ist (wie auch der erste Teil) mit einer optimalen Zahl von Beispielen versehen; es ist klar und verständlich geschrieben und kann als Einführungstext sehr empfohlen werden. Leider ist nicht für alle deutschen Fachausdrücke die entsprechende englische Bezeichnung angeführt, was dem Anfänger das Verständnis englischer Texte möglicherweise erschwert. R. SCHILD

Grundlagen einer strukturell betonten Schulmathematik. Von J. BRENNER, P. LESKY und A. VOGEL. 259 Seiten. Fr. 24.–. Einzelschriften zur Gestaltung des Mathematisch-physikalischen Unterrichts, Heft 8. Raeber, Luzern und Stuttgart 1972.

Das höchst inhaltsreiche Buch bringt die Ausarbeitung von 17 Vorträgen, die im Jahre 1968 anlässlich eines Seminars in Salzburg gehalten wurden. Es wendet sich vor allem an die Lehrer, die daran interessiert sind, ihren Unterricht zu modernisieren; ihnen möchte es zu diesem Zweck überblickartig und doch mit einer gewissen Strenge den notwendigen mathematischen Hintergrund vermitteln.

Der sehr unmittelbare Stil und die zahlreichen instruktiven Beispiele gestalten die Lektüre recht anregend; man findet hier überhaupt viele Dinge, über die in andern Büchern hinweggegangen wird. Dankbar ist man für die einheitliche Terminologie und Bezeichnung, besonders aber für das umfangreiche Register am Schluss des Buches. Für die Schüler dürften die meisten Kapitel infolge des recht extensiven Gebrauchs von Quantoren eher schwer lesbar sein. Das Werk stellt etwas vom Besten dar, was bisher in dieser Materie erschienen ist. W. HÖHN

Kategorien und Funktoren. Von B. PAREIGIS. 190 Seiten. Mathematische Leitfäden. Teubner, Stuttgart 1969.

Kategorien. Von H. SCHUBERT. 2 Bände. 160/148 Seiten. DM 12,80/10,80. Heidelberger Taschenbücher 65/66. Springer, Berlin 1970.

Kategorien. Von S. MACLANE. 295 Seiten. DM 34,–. Springer, Berlin 1972.

Im Jahre 1945 haben Eilenberg und MacLane die Theorie der Kategorien und Funktoren begründet. Sie hat sich inzwischen gewaltig ausgedehnt, hat sich einerseits in verschiedenen Gebieten als unentbehrlich erwiesen, hat andererseits den Anspruch erhoben, sogar über der Mengenlehre stehend zu einer generellen Vereinheitlichung der Mathematik beizutragen und hat schliesslich – allerdings nicht zur Begeisterung aller – auch ein Eigenleben entwickelt.

In den wenigen bisher erschienenen Darstellungen der Theorie wird im allgemeinen der zweite Aspekt, die vereinheitlichende Tendenz, betont. Das bringt mit sich, dass beim Leser, überspitzt ausgedrückt, Kenntnis der restlichen Mathematik vorausgesetzt wird, denn will er wirklich verstehen, in welcher Weise Kategorien bestehende Lehrgebäude zusammenfassen können, sollte er diese gründlich kennen. Der Zugang wird ausserdem durch die Sprache erschwert, die sich von der in der «gewöhnlichen» Mathematik verwendeten recht drastisch unterscheidet. Wer also zu einem Buch über Kategorien und Funktoren greift, sei gewarnt, dass es sich nicht um Anfängerliteratur handelt.

In deutscher Sprache lagen bisher nur zwei einführende Werke vor: die schönen, aber knapp gefassten Lecture Notes von Brinkmann und Puppe und das schwer verdauliche Werk von Maria Hasse und Michler. Nun sind in kurzen Abständen drei Lehrbücher erschienen, die dem deutschsprachigen Leser die Theorie bis zu den neuesten Entwicklungen hin schmackhaft zu machen versuchen. Am besten scheint dies – eine persönliche Meinung des Rezensenten – MacLane gelungen zu sein. Der Titel des englischen Originals (unverständlicherweise nicht übersetzt), Categories for the Working Mathematician, zeigt deutlich, was das Buch bringt: eine gründliche Einführung für den Nichtspezialisten. (Siehe jedoch die Warnung weiter oben). Wertvoll sind die motivierenden Bemerkungen und der für einen ursprünglich englischen Text selbstverständliche Aufgabenteil.

Das Buch von Pareigis geht, was den Stoff betrifft, am wenigsten weit, ist aber ausführlicher geschrieben als die andern und darf wirklich als ein Lehrbuch bezeichnet werden. Es enthält zahlreiche Beispiele, vielleicht etwas zu wenige Anwendungen der Theorie; Grundlagenfragen werden nur gestreift. Die Einfügung von genau 49 Aufgaben mutet als Witz an; bei 48 Paragraphen macht dies eine Aufgabe pro Paragraph aus, die sich der Autor – wieder eine persönliche Meinung – hätte schenken können.

Die beiden, übrigens nur der Handlichkeit willen getrennten, Bände von Schubert bringen sehr viel mehr Stoff als die beiden andern Werke, enthalten diese aber nicht als Teilmengen. Das Buch ist sehr konzentriert geschrieben, besitzt die leere Menge von Aufgaben und ist infolgedessen keine leichte Lektüre. Andererseits bietet es doch eine Fülle von Material und kann dann zu Rate gezogen werden, wenn man sich schon etwas mit der Theorie vertraut gemacht hat. Die Bemerkung des Autors, an Vorkenntnissen seien nur die einfachsten Grundbegriffe der Mengenlehre und der Algebra erforderlich, ist der zweite Witz bei diesen Büchern. P. WILKER,

Boole'sche Algebra. Von F. JEHLE. 120 Seiten mit 79 Figuren. Fr. 17.10. Bayrischer Schulbuch-Verlag, München, 1971.

Will man im Mathematik-Unterricht auf algebraische Strukturen eingehen, dann bietet sich nach der Gruppe auf der Etage der Strukturen vom Typus $[K; +, \cdot]$ zunächst die Körperstruktur an. Die Bedeutung solcher Strukturen kann sich aber erst dann richtig offenbaren, wenn noch mindestens ein weiteres Beispiel behandelt werden kann. Einer Kontrast-Struktur zum Körper bedarf es andererseits auch deswegen, weil Körper im Rahmen der Schulmathematik durchwegs an Zahlen gebunden sind. Die Wahl wird dabei auf jene Struktur fallen, der das grössere didaktische Potential innewohnt. In dieser Sicht drängt sich nun der Boole'sche Verband geradezu auf. Einerseits steht er in einer starken Relation zur Aussagenlogik und zur Mengenalgebra, beides höchst aktuelle Themen im Gespräch der Didaktiker. Zugleich liegen bei der Boole'schen Algebra zahlreiche Möglichkeiten zum Axiomatisieren in einem kleinen und daher übersehbaren System. In der Schaltalgebra hat man schliesslich auch noch eine Brücke zu den Anwendungen; sie ist ein überzeugendes Beispiel für die Anwendbarkeit strukturell orientierter Mathematik.

Man stösst jetzt in Empfehlungen zur Modernisierung des Mathematik-Unterrichtes immer häufiger auf die Boole'sche Algebra. Es besteht kein Zweifel, dass dieses Stoffgebiet in absehbarer Zeit in den Lehrplänen der Oberstufe enthalten sein wird. So ist es zu begrüssen, wenn nun die didaktische Literatur zur Boole'schen Algebra nach und nach durch eigentliche Unterrichtshilfen ergänzt wird. Mit dem vorliegenden Lehr- und Arbeitsbuch, das als Bestandteil eines grösseren Unterrichtswerkes erschienen ist, leisten Autor und Verlag in dieser Richtung Pionierarbeit.

Jehle wählt den Einstieg in die Boole'sche Algebra über die Aussagenlogik. Dieser Weg ist durchaus vertretbar, aber er schliesst die Gefahr in sich, dass die Aussagenlogik im Unterricht ein zu grosses Gewicht erhält. Die Folgen sind bekannt: Es wird dann gelegentlich mehr über Mathematik geredet als Mathematik getan. Ein weiterer Nachteil dürfte darin liegen, dass die Aussagenlogik von Anfang an auf die Junktoren-Basis $\{\neg, \vee, \wedge\}$ ausgerichtet werden muss, wenn man sie zur Motivation der Boole'schen Algebra heranziehen will. Der Einstieg über die Mengenalgebra ist für die Schule doch bedeutend weniger problematisch; weil die Schüler in der Regel schon mit den Mengenverknüpfungen vertraut sind, ist er auch wesentlich kürzer. Immerhin muss man dem Autor zugute halten, dass er im 1. Kapitel eine elegante und prägnante Einführung in die Aussagenlogik gibt.

Jehle war offensichtlich bemüht, möglichst alle Winkel der elementaren Boole'schen Algebra auszuleuchten und möglichst alle Querverbindungen zu verwandten Gebieten herauszustellen. Bei dieser Zielsetzung ist ein Buch entstanden, das vor allem die Breite und weniger die Tiefe pflegt. So wird zum Beispiel der Vorstoss in die Boole'sche Algebra von den Axiomen her überraschend schnell abgebrochen, was bei diesem zentralen Thema sehr ins Gewicht fällt. Viele wesentliche Dinge, auf die der Autor nicht verzichten wollte, stehen daher unbewiesen da. Dazu gehören etwa der Satz über die Struktur endlicher Boole'scher Verbände und die zahlreichen Bemerkungen über die Entbehrlichkeit gewisser Axiome. Man hätte sich für ein Schulbuch, das ganz auf die Oberstufe ausgerichtet ist, eher ein Konzept gewünscht, bei dem ein bescheidener Bereich der Boole'schen Algebra auch wirklich entwickelt wird. Das Hauptgewicht verlegt der Autor in die Anwendungen der Boole'schen Algebra innerhalb der Schaltalgebra. Eine weitere Stärke des Buches sind die vielen Aufgaben. Selbst der Kenner wird hier manches originelle Beispiel finden. Erfreulicherweise ist gleichzeitig mit dem Buch auch ein Ergebnisheft erschienen, was den Kurswert der Aufgaben noch wesentlich erhöht.

Trotz der geäusserten Vorbehalte stellt das Buch eine wertvolle Ergänzung der bestehenden didaktischen Literatur dar. Hoffentlich wird es dazu beitragen, dass nun die Boole'sche Algebra vermehrt in den modernen Mathematik-Unterricht eingebaut wird. M. JEGER