Zum 100. Geburtstag von Heinz Hopf

Autor(en): **Eckmann, Beno**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Elemente der Mathematik**

Band (Jahr): **49 (1994)**

PDF erstellt am: **23.05.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-45430

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

El. Math. *49* (1994)

0013-6018/94/040133-04$1.50 + 0.20/0
© 1994 Birkhäuser Verlag, Basel

Zum 100. Geburtstag von Heinz Hopf

Einleitung

Hopf-Algebren, Hopfsche Sphärenfaserungen, Hopfsche Invariante, Hopf-Rinow-Vollständigkeit Riemannscher Mannigfaltigkeiten, Hopfscher Satz über Enden einer Gruppe — kann man sich die heutige Mathematik ohne all dies vorstellen? Und viele weitere Begriffe, Methoden und Erkenntnisse, grundlegend in verschiedensten mathematischen Disziplinen, gehen direkt oder indirekt auf das Werk von Heinz Hopf zurück: Homologische Algebra, Singularitäten von Vektorfeldern und charakteristische Klassen, Homotopietheorie, gruppenähnliche Räume, globale Differentialgeometrie, und überhaupt die ganze Algebraisierung der Topologie mit ihren Ausstrahlungen auf Gruppentheorie, komplexe Analysis und algebraische Geometrie.

Die Originalabhandlungen von Hopf vermitteln ein echtes Bild seiner Forscherpersönlichkeit und der Durchdringungskraft seiner Ideen. Es ist faszinierend, diesen Quellen nachzugehen; man nimmt sie mit Bewunderung und Staunen zur Hand. Es ist in der Tat erstaunlich, dass ein solch einflussreiches Lebenswerk neben dem mit Paul Alexandroff verfassten Buch "Topologie I" aus nur 70 Abhandlungen besteht, Übersichtsartikel und Comptes Rendues-Ankündigungen inbegriffen. Erstaunlich auch der klare und verständliche Stil, der noch heute lebendig wirkt und in grossen Teilen "modern" anmutet. Erstaunlich ferner, wie konkret die Probleme sind, und wie abstrakt und tiefliegend die Methoden, die Hopf zu ihrer Bezwingung schuf — stets unter Vermeidung unnötiger Verallgemeinerungen. Und erstaunlich schliesslich, wie sich durch dieses ganze Werk eine klare Linie hindurchzieht, wobei fast jedes einzelne Glied der Kette zu einer der oben angedeuteten Entwicklungen Anlass gegeben hat.

Summarische Übersicht

Diese grosse Linie sei im Sinne einer summarischen Übersicht kurz beschrieben. An ihrem Anfang steht Differentialgeometrie im Grossen, nämlich die Beziehung zwischen der *Curvatura integra* und der Euler-Charakteristik einer geschlossenen Riemannschen Mannigfaltigkeit. Dies führt zum Brouwerschen Abbildungsgrad, zu Singularitäten von Vektorfeldern und zu Fixpunktsätzen. Hand in Hand damit geht die durch Emmy Noether und ihren Kreis nahegelegte Algebraisierung (Euler-Poincaré-Formel und Lefschetzscher Fixpunktsatz), sowie die algebraische Untersuchung der Abbildungen zwischen Mannigfaltigkeiten, nicht nur von derselben, sondern auch von verschiedenen Dimensionen (Umkehrhomomorphismus, in heutiger Terminologie: die zum Cohomologie-Homomorphismus Poincaré-duale Abbildung). Ähnliche Ideen führen zur überraschenden Entdeckung nicht-zusammenziehbarer Abbildungen der 3-Sphäre auf die 2-Sphäre, und allgemeiner von höher dimensionalen Sphären auf niedriger dimensionale (Hopf-Invariante, Hopfsche Faserungen). Ferner ist der Weg geebnet zur topologischen Untersuchung der kompakten Lie-Gruppen und ihrer Verallgemeinerungen: H-Räume, d.h. Räume mit einem gruppenähnlichen Produkt. Das Produkt induziert in der Cohomologie-Algebra ein "duales" Coprodukt und macht diese zu dem, was man später Hopf-Algebren genannt hat. Des weiteren existiert in der Homologie einer Lie-Gruppe ein Produkt, das dadurch realisiert wird, dass Zyklen vermöge der Lie-Gruppen-Multiplikation multipliziert werden (Pontrjagin). Für Hopf suggeriert dies allgemein das Aufspannen von Flächen durch zwei Schleifen. Aus dieser Idee ergibt sich der Zusammenhang zwischen der Fundamentalgruppe und der zweiten Homologiegruppe. Damit kommt Hopf in den Bereich der Hurewiczschen Homotopietheorie; er findet algebraische Beschreibungen für den Einfluss der Fundamentalgruppe eines asphärischen Raumes auf alle Homologiegruppen. So wird er zum Wegbereiter der Homologischen Algebra und entdeckt den grundlegenden Begriff der freien Auflösung eines Moduls über dem Gruppenring einer beliebigen Gruppe, von der er nachweist, dass sie im Sinne algebraischer Homotopie eindeutig ist. Hierher gehört auch die Untersuchung der "Enden" eines Raumes, auf dem eine Gruppe diskontinuierlich operiert, und die Endenzahl einer Gruppe selbst (1, 2, oder unendlich). Schliesslich kehrt Hopf zu Mannigfaltigkeiten zurück, jetzt zu solchen mit komplexer oder fast-komplexer Struktur, und deren globalen topologischen Eigenschaften.

In einer heute kaum mehr zu findenden Beschränkung hat Hopf mit sicherem Instinkt tiefe Probleme ausgewählt und reifen lassen, um dann jeweils in einem Wurf eine Lösung zu geben, in der ganz neue Gedanken und Methoden zu Tage traten. Mit derselben Ruhe, Beherrschung und Konsequenz, mit der sich sein ganzes wissenschaftliches Leben abgespielt hat, schritt er von einer Erkenntnis zur nächsten. Die Arbeiten sind entsprechend klar, gradlinig und anschaulich geschrieben. Ein Beispiel ist anschliessend abgedruckt; es handelt sich um einen Vortrag, in welchem in virtuoser Weise leicht zugängliche "konkrete" Anwendungen "abstrakter" Methoden geschildert werden.

Lebenslauf

Heinz Hopf wurde am 19. November 1894 in Breslau geboren. Er verbrachte dort seine Jugendzeit und begann das Studium der Mathematik, das er aber bald unterbrechen musste: Während der vier Jahre des Ersten Weltkrieges leistete er Militärdienst. Umso intensiver setzte er sein Studium nach Kriegsende fort, an den Universitäten Heidelberg, Berlin und Göttingen. Er promovierte in Berlin bei Erhard Schmidt, dem er die ersten und auch nachhaltigsten wissenschaftlichen Anregungen verdankte. 1925 lernte er in Göttingen den russischen Mathematiker Paul Alexandroff kennen, mit dem ihn eine innige Freundschaft verband, die Menschliches und Wissenschaftliches in gleicher Weise umfasste und die das ganze Leben hindurch anhalten sollte. Gemeinsam mit ihm konnte er 1927 dank einem Rockefeller-Stipendium ein Jahr an der Universität Princeton verbringen. Die Arbeiten Hopfs, die in diesen Jahren entstanden, lösten in der Fachwelt grosse Begeisterung aus; durch sie wurde die Topologie zu einem Zweig der Mathematik, der im Laufe der Jahre mehr und mehr ins Zentrum der Interessen rücken sollte.

Im Jahr 1931 wurde der junge Privatdozent zum ordentlichen Professor an die ETH berufen, wo er als Nachfolger von Hermann Weyl ein bedeutungsvolles Erbe antrat. Man muss den Weitblick der Kollegen und Behörden bei dieser Wahl bewundern, die für das Schicksal der mathematischen Schule Zürich von grosser Tragweite wurde. Heinz Hopf blieb der ETH sein ganzes Leben lang treu. Er widmete sich mit derselben Intensität und Liebe der Forschung wie der Ausbildung des Nachwuchses, und es dürfte in der Schweiz wenige im mathematischen Unterricht auf Mittel- und Hochschulstufe oder in der mathematischen Forschung Tätige geben, die nicht direkt oder indirekt von ihm beeinflusst und geprägt wären. Er hat viele Mathematiker herangebildet und für ihre Aufgabe begeistert; manche von ihnen sind oder waren an Hochschulen in der Schweiz und in aller Welt tätig. Er selbst wirkte wiederholt als Gastdozent in Princeton, New York, Stanford, Berkeley, Rom und an vielen anderen Orten. Die Universität Princeton verlieh ihm schon 1947 anlässlich ihrer 200-Jahr-Feier das Ehrendoktorat — dies war die erste einer ganzen Reihe höchster Ehrungen, mit denen die wissenschaftliche Welt sein Werk würdigte. Es seien hier nur noch die Mitgliedschaft der National Acadamy of Sciences der USA, der Academia dei Lincei, das Ehrendoktorat der Sorbonne, der Lobatschewski-Preis der Universität Moskau erwähnt. Von 1955 bis 1958 war er Präsident der Internationalen Mathematischen Union.

Nach einer längeren, stetig fortschreitenden Alters-Krankheit, die sich leider schon kurz nach seiner Emeritierung bemerkbar machte und auch seine geistigen Kräfte beeinträchtigte, starb Heinz Hopf am 3. Juni 1971.

Persönlichkeit

Die aussergewöhnliche Ausstrahlung des wissenschaftlichen Wirkens von Heinz Hopf ist nicht allein seiner grossen Begabung zuzuschreiben, sondern auch den ganz besonderen Zügen seiner Persönlichlichkeit. Sie war gekennzeichnet von menschlicher Wärme und bescheidener, lauterer Gesinnung, von ernster Objektivität und Sinn für Humor; jeder hatte ihn gern. Überall verspürte man seine besondere Art: im Unterricht, dessen er sich in allen seinen Aspekten mit derselben liebevollen Sorgfalt annahm; in seinem Vortrag, der von bestechender Klarheit und Lebendigkeit und frei von jeder Pose war; in der persönlichen Betreuung seiner Schüler und in der Art, wie er zuhören und treffende Fragen stellen konnte; und nicht zuletzt, wenn es um menschliche Probleme ging und er mit aufrichtigem Rat zur Verfügung stand. Das Heim, das seine Frau ihm in Zollikon schuf, war ein idealer Lebens- und Arbeitsplatz für ihn; es war aber auch ein Ort der Begegnung, wo Freunde und Kollegen von nah und fern sich trafen, wo Studenten ihre ersten Anregungen zur Forschung empfingen, wo seine Schüler ihren Doktor feierten und ihre Braut vorstellten. Dort im Garten und auf den Spazierwegen im Wald entstanden Pläne, Ideen, Theoreme; dort entfaltete sich das persönliche Verhältnis, in welchem man nicht nur Rat, Kritik, Aufmunterung empfing, sodern auch den Eindruck einer schönen Lebenseinstellung. Ein Wort anerkennender Freude, ein Zeichen höflicher Skepsis in der Stimme genügten oft, um den Dingen eine entscheidende Wendung zu geben.

In der Vorkriegs- und Kriegszeit fanden viele Verfolgte und Flüchtlinge in seinem Hause Hilfe und selbstlose Gastfreundschaft. Einen schweren Schatten warfen die jahrelange Erkrankung und schliesslich der Tod von Frau Anja Hopf auf das Heim, wo trotzdem immer noch die Fäden von Freundschaft und wissenschaftlicher Gemeinsamkeit zusammenliefen.

Heinz Hopfs Einstellung zum Leben und zu den Mitmenschen war nicht zu trennen von der zur Wissenschaft. Ihn fesselten die Gemeinsamkeit des Denkens, ohne die es keine Mathematik gibt und welche Fremde in ungeahnter Weise verbinden kann; verbinden im Suchen nach anschaulichem Erfassen, in der Freude am Unbekannten und im Mut zum Neuen, aber auch im Ringen um die mathematische Strenge, deren Rahmen stets neu verstanden werden muss. In solchen Zügen sah er ein Vorbild für jede Unternehmung des menschlichen Geistes und einen Weg zum gegenseitigen Verstehen.

Heinz Hopf war ein Weltbürger im besten Sinne des Wortes. Zuhause aber war er in der Schweiz, in Zürich, an der ETH. Hier war der Kreis, in dem er lebte und seine Aufgaben erfüllte.

Beno Eckmann
Mathematik
ETH-Zentrum
CH-8092 Zürich