an + bn = cn

Autor(en): **[s.n.]**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Elemente der Mathematik**

Band (Jahr): **50 (1995)**

PDF erstellt am: **26.05.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-46337

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

El. Math. 50 (1995)

0013-6018/95/010001-02$1.50 + 0.20/0
© 1995 Birkhäuser Verlag, Basel

$a^n + b^n = c^n$

Wenige andere mathematische Probleme haben in so weiten Kreisen Beachtung gefunden wie die Vermutung von Fermat. Sie geht zurück auf eine Randnotiz, die dieser in seinem Exemplar des Buches über Arithmetik von Diophant anbrachte und in der er angab, einen Beweis dafür zu besitzen, dass für natürliche Zahlen $n \geq 3$ die Gleichung $a^n + b^n = c^n$ in ganzen Zahlen a, b, c nur Lösungen mit $abc = 0$ zulasse. Trotz intensivster Bemühungen von vielen Mathematikern — und auch vielen Laien — ist es während mehr als 300 Jahren nicht gelungen, diese Behauptung für ein beliebiges n zu beweisen; nur für einzelne Werte von n wurden Beweise gefunden. Man muss deshalb wohl annehmen, dass sich Fermat beim Niederschreiben der Randnotiz geirrt hat.

Seit Fermats Zeiten hat die Mathematik gewaltige Forschritte gemacht. Sie hat sich insbesondere eine Begriffswelt geschaffen und Theorien entwickelt, die es erlauben, Fermats Vermutung umfassend einzuordnen und als eine sehr spezielle Frage in einem grossen mathematischen Gebäude anzusehen. Mit dieser Vorgehensweise, die für die Mathematik typisch ist, lernte man nicht nur, das Problem besser zu verstehen, sondern man erreichte auch Teillösungen. So beruht das Resultat, das Ernst-Eduard Kummer in der zweiten Hälfte des letzten Jahrhunderts beweisen konnte, wesentlich darauf, dass er die Frage in einem grossen Zusammenhang anging: Als Korollar seiner sehr viel allgemeineren Resultate konnte er die Fermat-Vermutung für unendlich viele n bestätigen, nämlich in den Fällen, wo n eine sogenannte reguläre Primzahl ist. Die Ideen, Methoden und Theorien, die Kummer in diesem Zusammenhang entwickelte, führten in der Folge zur Klärung einer grossen Anzahl von mathematischen Fragen, die mit der Fermat-Vermutung nur ganz entfernt etwas zu tun haben. Es besteht kein Zweifel, dass sich diese Werkzeuge für die Mathematik als wesentlich wichtiger herausgestellt haben als das spezielle Resultat als solches.

Die grossen Fortschritte, welche die Mathematik in den eben vergangenen Jahrzehnten erlebt hat, haben das Aussehen vieler mathematischer Teilgebiete völlig umgestaltet. Davon betroffen war in ganz besonderem Masse die algebraische Geometrie und damit die Zahlentheorie. Die neue Sichtweise hat im Laufe der Zeit zu einer Anzahl von allgemeinen Fragen und Vermutungen Anlass gegeben, die sich zum Teil nur sehr technisch formulieren lassen. Einige davon sind, angewandt auf den Spezialfall, eng mit dem Fermat-Problem verbunden. Im Juni 1993 kündigte Andrew Wiles über-

raschend einen Beweis von einer dieser offenen Vermutungen an. Es handelte sich um die Taniyama-Vermutung, von der damals schon bekannt war, dass sie die Richtigkeit der Fermat-Vermutung nach sich zieht. Ohne diesen Zusammenhang wäre die Leistung von Andrew Wiles wohl ein innermathematisches Ereignis geblieben, wenn auch ein sehr bedeutendes; mit Fermat wurde seine Leistung in einer weiten Öffentlichkeit zu einer Sensation.

Bei der genauen Kontrolle der einzelnen Schritte im Beweis von Wiles entdeckten die Spezialisten in den darauf folgenden Monaten allerdings eine Lücke, und der korrekte Teil lieferte nur ein Resultat, das schwächer war als die volle Taniyama-Vermutung. Insbesondere war der Schritt zum Fermat-Problem nicht abgedeckt. In der Zwischenzeit gelang es nun aber offenbar Andrew Wiles in Zusammenarbeit mit Richard Taylor die Lücke zu schliessen: Im Herbst 1994 wurden zwei Manuskripte freigegeben, in welchen der vollständige Beweis dargestellt wird. Es kann bei der Drucklegung dieses Heftes noch nicht mit absoluter Sicherheit gesagt werden, ob alle Einzelheiten richtig sind. Immerhin haben aber bereits mehrere Spezialisten die neuen Manuskripte studiert und keine Einwände erhoben. Damit scheint heute ein vollständiger Beweis der Fermat-Vermutung vorzuliegen.

Wie die oben erwähnten Arbeiten von Kummer im letzten Jahrhundert, so werden in den kommenden Jahren ohne Zweifel auch die von Wiles und Taylor eingeführten Ideen und Methoden zur Lösung vieler mathematischer Fragen beitragen. Nicht so sehr als einen Abschluss soll man deshalb den offenbar nun erreichten Beweis der Fermat-Vermutung ansehen, sondern als einen Beginn einer weiteren Entwicklung, für die nun neue, starke Hilfsmittel bereitliegen.

Auf den nächsten Seiten folgen zwei Beiträge, die auf die Fermat-Vermutung eingehen. Der erste der beiden stammt von M. Ram Murty. Sein Text beruht auf einem Vortrag, welchen Murty am 20. November 1992 an der Carleton University in Ottawa (Canada) vor einem allgemeinen Publikum von Undergraduates gehalten hat. Bei der Überarbeitung, die im Sommer 1993 kurz nach der Ankündigung von Wiles geschah, hat der Autor einige wenige Einfügungen vorgenommen, welche auf die damalige Situation Bezug nehmen.

Der zweite Beitrag wurde von Jürg Kramer geschrieben. Ausgehend von der Situation, wie sie sich im Sommer 1994 präsentierte, als die neuen Manuskripte von Wiles und Taylor noch nicht zirkulierten, stellt der Beitrag die vielen verschiedenen Elemente des ganzen Beweises dar. Die Beweisstruktur bleibt auch nach dem Zusatz von Wiles und Taylor die gleiche, denn die neue Arbeit füllt — falls korrekt — genau die noch vorhandene Lücke zur Fermat-Vermutung. *ust*