Zeitschrift: Elemente der Mathematik
Herausgeber: Schweizerische Mathematische Gesellschaft
Band: 50 (1995)

Rubrik: Bücher und Computersoftware

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 15.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

El. Math. *50* (1995)

0013-6018/95/040177-04$1.50 + 0.20/0
© 1995 Birkhäuser Verlag, Basel

Bücher und Computersoftware

A. Ruegg, G. Burmeister: Méthodes constructives de la géométrie spatiale. Presses polytechniques et universitaires romandes, Lausanne, 1993

Dieser Text zur konstruktiven Raumgeometrie soll sich in erster Linie an Ingenieure oder Architekten in der Ausbildung wenden. Vor allem im französischen Sprachgebiet könnte er teilweise auch auf der Mittelschulstufe benutzt werden.

Das Buch gibt eine traditionelle Sicht der Raumgeometrie, indem alle Konstruktionen in der Ebene ausgeführt werden. Damit heisst das prinzipielle Vorgehen:

1. Projektion vom Raum auf eine Ebene
2. Planimetrische Konstruktion
3. Rekonstruktion der Lösung im Raum aus den planimetrisch konstruierten Bildern.

Behandelt werden die für Anwender wesentlichen Grundaufgaben in schiefer und in normaler Axonometrie, im Zweitafelverfahren und in der Perspektive.

Der Text ist graphisch mustergültig und didaktisch sehr sorgfältig gestaltet. Alle Abbildungen wurden mit einem Computergraphiksystem erstellt.

Abgesehen von seiner eigentlichen Zielsetzung könnte das Buch für die Mittelschule Hinweise vermitteln, welche Themen der Darstellenden Geometrie von Praktikern noch als wesentlich betrachtet werden. Jedenfalls gehört die ganze Theorie der Kegelschnitte nicht mehr dazu. Konstruiert und abgebildet werden im wesentlichen Polyeder, allenfalls Punkte, Geraden, Ebenen und Kugeln.

Leider kommt dieses Buch jedoch in einem Zeitpunkt auf den Markt, wo sich der Computer nicht nur zum Herstellen von schönen Büchern und Graphiken durchsetzt, sondern — und dies ist für Praktiker wichtig — in manchen Zweigen der automatisierten Fertigung, mit der sich Ingenieure auseinanderzusetzen haben. Eigentlich wäre heute eher ein Bedarf vorhanden an einem Text, der als Gegenstand "Konstruktive Raumgeometrie für CAD-Anwender" behandelt. Dabei sind die Abbildungsverfahren nach wie vor wichtig, aber die planimetrischen Konstruktionen in den Projektionen würden entfallen, da ja die Objekte im Computer räumlich interpretiert werden und nicht die Bilder, sondern die Objekte manipuliert werden müssen. Eine Diskussion der Darstellungsarten wie Raummodelle, Flächenmodelle oder Drahtmodelle würde ebenso dazu gehören, wie Operationen mit den Primitiven der räumlichen Körper. Schattenwurf oder Bewegung im Raum (Umprojizieren) sind traditionelle Grundaufgaben, deren Lösung zeitintensiv und mühsam ist, jedoch heute auch von einfachen Programmen gut beherrscht wird. So erscheint es dem Rezensenten als ein Zeichen der im Gange befindlichen Wandlung, dass das Buch mit Computerhilfe sehr schön gestaltet werden konnte, auch wenn auf der inhaltlichen Ebene die Besinnung auf die Wahl des für Praktiker angemessenen Werkzeuges für die konstruktive Raumgeometrie noch keinen Niederschlag gefunden hat. In naher Zukunft wird "virtual reality" dem Ingenieur oder Architekten die Illusion der echten 3D-Konstruktion vermitteln. Der vorliegende Text zeigt diese Perspektive nicht.

H.R. Schneebeli, Baden

P. Bamberg, S. Sternberg: A course in mathematics for students of physics. Teil 1, 405 Seiten. Cambridge University Press 1988; ISBN 0-521-25017-X. Teil 2, 444 Seiten. Cambridge University Press 1990; ISBN 0-51-33245-1

Um es vorwegzunehmen, bei den beiden Bänden handelt es sich um Leckerbissen. Der Aufbau der insgesamt 22 Kapitel ist jeweils gleich: Theorie vermischt mit zum Teil unorthodoxen, aber sehr interessaten Anwendungen, dann eine originelle Zusammenfassung, aus welcher der Leser rasch erkennt, ob er den Stoff verstanden hat, und zum Schluss eine Fülle von Übungsaufgaben.

Nun zu den einzelnen Kapiteln. Der erste Band beginnt mit klassischen Objekten der Linearen Algebra der Dimension 2, wie linearen Abbildungen, Eigenvektoren und Eigenwerten; erfreulicherweise kommt dabei die geometrische Anschauung nicht zu kurz. Ein ganzes Kapitel wird den linearen Differentialgleichungen in der Ebene gewidmet. Ausführlich werden die Exponentialfunktion von Matrizen und die Phasenporträts der linearen Differentialgleichungen studiert. Sehr lesenswert ist die gelungene Darstellung der speziellen Relativitätstheorie und der Poincaré- und Galileigruppe im Kapitel über Skalarprodukte. Die darauf folgenden Kapitel beschäftigen sich mit partiellen Ableitungen, Differentialen, Kettenregel, Differentialformen, Linienintegralen und Doppelintegralen. Interessant ist das Kapitel über Gausssche Optik. Darin geht es vor allem um die Beziehung der Gaussschen Optik zur Gruppe $SL(2, \mathbb{R})$ und um den Zusammenhang zwischen linearer Optik und der Gruppe $Sp(4, \mathbb{R})$. Der erste Band endet mit der allgemeinen Theorie der Vektorräume, der linearen Abbildungen und der Determinanten.

Der zweite Band beginnt mit einer originellen Einführung in die Homologietheorie und zwar an Hand des Studiums elektrischer Schaltkreise. Das Dirichlet-Problem, Greensche Funktionen, Poisson-Gleichung und der Bezug zu Irrwegen werden behandelt. Danach kommt ein Kapitel über höherdimensionale Komplexe und Cohomologie. Lesenswert ist die geometrische Untersuchung der Cohomologiegruppen der Sphäre, des Torus und der Kleinschen Flasche. Darauf folgt ein ausgezeichnetes Kapitel über die Integration von Differentialformen und den Satz von Stokes. Anschliessend behandeln die Autoren die Elektrostatik im $\mathbb{R}^3$. Interessant ist die Darstellung des Stern-Operators im $\mathbb{R}^3$, der Bezug zu den Greenschen Formeln und den harmonischen Funktionen. Dann folgt ein Kapitel über den Magnetismus. Die Maxwellsche Gleichungen werden elegant mit den Differentialoperatoren hergeleitet. Dem Stern-Operator wird anschliessend ein ganzes Kapitel gewidmet, das auch eine gelungene Einführung in der Theorie der Clifford-Algebren enthält. Auf nur 40 Seiten folgt dann eine Einführung in die Theorie der komplexen Funktionen. Daran schliesst sich ein Kapitel über asymptotische Entwicklungen von Integralen an, die Fouriersche Inversionsformel, die Helmholtzformel und die Methode von Laplace. Beendet wird der zweite Band mit einem Kapitel über Thermodynamik und statistische Mechanik.

Das Buch wendet sich, wie es der Titel sagt, an Studenten der Physik, ist aber auch jedem physikalisch interessierten Mathematiker zu empfehlen. Mit vielen Beispielen werden die mathematischen Konzepte illustriert, was den beiden Autoren gut gelungen ist. Leider ist das Englisch teilweise etwas holprig und weisen die zwei Bände recht viele Druckfehler auf.

E. Baak, Fribourg

H. Portz: Galilei und der heutige Mathematikunterricht. 230 Seiten, sFr 48.–. Bibliographisches Institut, Mannheim, Leipzig, Wien, Zürich 1994; ISBN 3-411-16721-1

Es gibt eine Reihe von guten Gründen, sich im Mathematikunterricht am Gymnasium mit Themen aus Galileis Werk zu beschäftigen:

1. In der Geschichte der Wissenschaft markiert Galileis Werk einen "fruchtbaren Moment". Es findet eine Loslösung von klassischen Vorbildern und Autoritäten statt. Sie ist verbunden mit einer methodischen Neuorientierung. Ein vergleichbarer Emanzipationsprozess betrifft Schülerinnen und Schüler in ihrer individuellen Entwicklung gerade etwa dann, wenn diese Themen im Unterricht anstehen.
2. Galilei behandelt als Pionier vor allem die einfachsten und doch nichttrivialen Modellfälle. Seine Themen eignen sich darum für die Schule als Muster für anwendungsbezogene Mathematik.
3. An gewissen Schlüsselstellen tritt Abstraktion auf (etwa beim Vernachlässigen von Reibung). Sie dient der vereinfachenden Idealisierung und ist nicht Selbstzweck.
4. Galilei geht oft experimentell und induktiv vor. Seine Schlüsse sind nicht unfehlbar richtig. Der Umgang mit Fehlern in der geschichtlichen Perspektive kann ein Vorbild sein für den Umgang mit Fehlern auf der persönlichen Ebene. Das Beweisbedürfnis wird damit begründbar und verständlich.

5. Experimentelles Vorgehen impliziert den Umgang mit Daten und deren Analyse. Statistik gehört zu Galileis Methodik.
6. Die in Dialogform verfassten Werke "Dialogo" und "Discorsi" sind mehr als blosse Sachtexte. Es handelt sich weit mehr um didaktisch ausgestaltete Lehrtexte, in denen der Erkenntnisprozess reflektiert und kommentiert wird.

Helga Portz behandelt schwergewichtig Festigkeitslehre und Ähnlichkeitsmechanik. Ihre Arbeit ist eine historisch umfassend eingebettete Studie über Galileis Beitrag zur Entwicklung dieser Gebiete und eine didaktische Umsetzung des Themas im Rahmen der Mathematik auf der Sekundarstufe II. Hauptquellen sind die "Discorsi" und der "Dialogo". Sorgfalt und viel Liebe zum Detail kennzeichnen die Arbeitsweise der Autorin.

Der erste Teil beginnt mit antiken und mittelalterlichen Vorläufern und schliesst mit einer Skizze zur Entwicklung der Elastizitätstheorie bis zu den Beiträgen von Cauchy. Es geht dabei um mehr als Galileische Mathematik; Analysis und Differentialgleichungen sind unverzichtbare Werkzeuge.

Im zweiten Teil wird über die Bedeutung der galileischen Konzepte für den heutigen Mathematikunterricht nachgedacht. Die Entwicklung wird bis zu konkreten Unterrichtsvorschlägen vorangetrieben. Im Analysisunterricht führt das Thema auf den Begriff der Krümmung und auf Differentialgleichungen für die Biegelinie. Bemerkenswert ist die Motivation der Begriffe aus der Anwendungssituation heraus. Mit einfacheren Mitteln kommt die Dimensionsanalyse und die Ähnlichkeitsmechanik aus. Mehrere Unterrichtsversuche mit Datenauswertung sind Anlass für einen guten Einstieg in die Stochastik. Ausgewählte Quellentexte (meist mit Übersetzungen) runden die Ausführungen ab.

Das Buch enthält eine grosse Fülle von Information, und es weist auf einen Weg zu einer am Experiment orientierten, anwendungsbezogenen Schulmathematik hin. Obwohl alle Funktionsgraphen der Abbildungen mit einem Computer gezeichnet sind, scheint dieses Werkzeug im Bild vom "heutigen Mathematikunterricht", das die Autorin vermittelt, keine explizite Rolle zu spielen.

Die typographische Gestaltung des Buches hat mir die Lektüre nicht erleichtert. Dennoch, es handelt sich um einen Text mit einer Fülle guter historischer Informationen, sorgfältiger Analysen und unterrichtspraktischer Anregungen für einen massvoll anwendungsbezogenen Mathematikunterricht mit historischer Perspektive.

H.R. Schneebeli, Baden

O. Gloor, B. Amrhein, R.E. Maeder: Illustrierte Mathematik. 1 CD ROM mit Begleitheft, sFr. 128.–. Birkhäuser Verlag 1994; ISBN 3-7643-5100-4

Mathematik gilt gemeinhin als abstrakt und darum für viele als schwer zugänglich. Veranschaulichungen mathematischer Ideen und Konzepte sind deshalb in der mathematischen Fachdidaktik vordringliche Anliegen. Die Autoren, alle hervorragende Kenner des Programmpaketes *Mathematica*, haben dieses Anliegen aufgenommen. Entstanden ist eine CD-ROM mit Begleitheft und mit einer Fülle von Illustrationen und Beispielen, die sich im Mathematikunterricht der Hochschulen, Fachhochschulen oder Gymnasien einsetzen lassen. Technische Voraussetzungen sind eine Projektionsmöglichkeit — eher ein Videobeamer als ein LCD-Display für den Hellraumprojektor — und ein genügend leistungsfähiger Rechner mit mindestens 8MB RAM.

Im einfachsten Fall wird die CD-ROM als Sammlung von Bildern und Animationen benutzt. Die Bilder lassen sich mit Hilfe der *cut and paste*-Funktion in andere Dokumente übertragen. Wer über *Mathematica* verfügt, kann die vorbereiteten Programm-Muster als Bausteine benutzen, gegebenenfalls neu parametrisieren oder anderswie verändern. Den grössten Nutzen wird man aus dieser Materialsammlung ziehen, wenn man mit *Mathematica* schon vertraut ist und die Bausteine als Halbfabrikate einsetzt.

In welchem Sinne die Autoren *Mathematik* verstehen, zeigt ein Querschnitt durch die behandelten Themen: Folgen, Reihen, Grenzwerte; Funktionen, Ableitungen, Integral; komplexe Funktionen; lineare Abbildungen; Kurven und Parameterdarstellungen; Flächen; Differentialgleichungen; Iteration von Funktionen, Chaos.

Aus der Vielzahl von möglichen Illustrationen greifen wir einige heraus und beurteilen ihre Verwendung in den Gymnasien. In jedem der Beispiele wird ein besonderer Gesichtspunkt der *Illustrierten Mathematik* angesprochen. Die Summe der Einzelaufnahmen soll ein Gesamtbild ersetzen.

1. Parameterdarstellung von Kurven. Muster für übersichtliche, einfache, selbsterklärende Bilderfolgen sind die verschiedenen Rollkurven. Ein Rad vom Radius r rollt innen oder aussen auf einem Rad vom Radius R ab. Die Bilderfolge macht die Erzeugung der Kurve deutlich. Parameter werden variiert, Beobachtungen lassen sich anstellen, Vermutungen tauchen auf.

2. Möbiusband und Rotationsflächen. In einer 3D-Bilderfolge wird ein Möbiusband aufgezeichnet. In der Schule würde eher mit Schere und Kleister gearbeitet. Jede Schülerin, jeder Schüler stellt Möbiusbänder her, begreift sie und zerschneidet sie. Die einfache Computeranimation ist dafür kaum ein gleichwertiger Ersatz. Erst die Möglichkeit, die Beispiele in eine Schar einzubetten und über einen Parameter gewisse Vorgaben, etwa die Erzeugende, zu variieren, rechtfertigt den Einsatz der Computersimulation gegenüber dem Realexperiment. Dabei muss aber *Mathematica* verfügbar sein, die einfache Version mit dem *MathReader* reicht nicht aus. Geglückt scheint uns die Animation beim Erzeugen von Rotationsflächen, etwa dem Torus.
3. Polyeder. Unter anderen werden reguläre und archimedische Körper und Sternpolyeder katalogartig aufgelistet und abgebildet. Wer gute Bilder dieser Körper sucht, wird hier fündig. Allerdings sind die einzelnen Bilder recht klein, und es ist uns nicht gelungen, sie vergrössert darzustellen.
4. Minimalflächen. Ein reales Seifenhautexperiment vermittelt mehr als die Darstellung von Ennepers Minimalfläche.
5. Animationen zur Ableitungsfunktion. Eine gute und einsichtige Demonstration.
6. Animation zur Integralfunktion. Einfaches Beispiel, das alle wichtigen Aspekte zeigt.
7. Funktionsdiskussionen. Funktionsgraphen werden mit den ausgezeichneten Punkten, lokalen Extremalstellen, Wendestellen aufgezeichnet. Die didaktische Hauptfrage bleibt offen: Soll die Funktionsdiskussion begrifflich und qualitativ oder quantitativ und rechnerisch durchgeführt werden? Das Programmpaket favorisiert klar den quantitativen Standpunkt.

Zusammenfassend lässt sich sagen: Animationen sind für das Verständnis hilfreicher als statische Bilder. Die Vorteile einer CD-ROM gegenüber einem Buch zeigen sich erst mit den bewegten Bildern und mit der Möglichkeit von Interaktionen. Die Begleittexte sind knapp gehalten. Manchmal mangelt es etwas an der begrifflichen Sorgfalt (z. B. werden Vektoren und Punkte bei den linearen Abbildungen begrifflich vermischt).

Wir konnten die *Illustrierte Mathematik* auf Macintosh testen. Beim Herstellen von Dokumenten klappte der Ausdruck von Bildern mit dem Tintenstrahldrucker auf Anhieb, mit dem Laserdrucker nur mit erheblicher Mühe und mit Unterstützung eines ausgebildeten Informatikers.

Alles in allem: Eine umfangreiche Arbeit, die viel Rohstoff bietet. Die hardwareseitigen Voraussetzungen sind für Schulen nicht trivial. Eine fachdidaktische Bewertung oder Auseinandersetzung mit der Stoffauswahl bleibt den Nutzern überlassen. Mit Blick auf das Angebot der Themen und auf die Hardwarevoraussetzungen dürfte das Haupteinsatzgebiet in erster Linie an Fachhochschulen und Hochschulen im propädeutischen Unterricht liegen.

Wer sich mit der Perspektive der *Illustrierten Mathematik* beschäftigt und das vorliegende Material für den eigenen Gebrauch prüft, wird vertieft über die Wechselwirkung von Form, Inhalt und Werkzeugen im Mathematikunterricht nachdenken müssen. Und diese Beschäftigung lohnt sich auf jeden Fall!

D. Rudinger (Wettingen), H.R. Schneebeli (Baden)

Typesetting & Layout: *mathScreen online, CH-4123 Allschwil*