A short proof of Morley' theorem

Autor(en): **Hashimoto, Yoshitake**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Elemente der Mathematik**

Band (Jahr): **62 (2007)**

PDF erstellt am: **05.06.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-98918

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

Elem. Math. 62 (2007) 121 – 121
0013-6018/07/030121-1

© Swiss Mathematical Society, 2007

Elemente der Mathematik

A short proof of Morley's theorem

Yoshitake Hashimoto

Yoshitake Hashimoto received his D.Sc. from University of Tokyo in 1990. He then had a postdoctoral position at University of Tokyo. Since 1994 he has a position at Osaka City University, where he is now associate professor in the Department of Mathematics. His main fields of research are topology and differential geometry.

We present a proof of the following:

Morley's theorem (1899) *In any triangle, the three points of intersection of the adjacent angle trisectors form an equilateral triangle.*

Proof. Let α, β, γ be arbitrary positive angles with $\alpha + \beta + \gamma = 60°$. For any angle η we put $\eta' := \eta + 60°$.

Let $\triangle DEF$ be an equilateral triangle, and A [resp. B, C] be the point lying opposite to D [resp. E, F] with respect to EF [resp. FD, DE] and satisfying $\angle AFE = \beta'$, $\angle AEF = \gamma'$ [resp. $\angle BDF = \gamma'$, $\angle BFD = \alpha'$; $\angle CED = \alpha'$, $\angle CDE = \beta'$]. Then $\angle EAF = 180° - (\beta' + \gamma') = \alpha$, and similarly $\angle FBD = \beta$, $\angle DCE = \gamma$. By symmetry it is enough to show that $\angle BAF = \alpha$ and $\angle ABF = \beta$ as well.

The perpendiculars from F to AE and BD have the same length s. If the perpendicular from F to AB has length $h < s$, then $\angle BAF < \alpha$ and $\angle ABF < \beta$. If, on the other hand, $h > s$, then $\angle BAF > \alpha$ and $\angle ABF > \beta$. Since

$$\angle BAF + \angle ABF = \alpha' + \beta' + 60° - 180° = \alpha + \beta,$$

we see that necessarily $h = s$ and $\angle BAF = \alpha$, $\angle ABF = \beta$. □

Yoshitake Hashimoto
Department of Mathematics
Graduate School of Science
Osaka City University
3-3-138, Sugimoto
Sumiyoshi-ku
Osaka, 558-8585 Japan
e-mail `hashimot@sci.osaka-cu.ac.jp`