Bücher und Computersoftware

Objekttyp: **Group**

Zeitschrift: **Elemente der Mathematik**

Band (Jahr): **64 (2009)**

PDF erstellt am: **25.05.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

Elem. Math. 64 (2009) 42 – 44
0013-6018/09/010042-3

© Swiss Mathematical Society, 2009

Elemente der Mathematik

Bücher und Computersoftware

O. Deiser: Reelle Zahlen. Das klassische Kontinuum und die natürlichen Folgen. Zweite, korrigierte und erweiterte Auflage. 553 Seiten, Softcover, EUR 29,95, CHF 46,50. Springer, 2008; ISBN 978-3-540-79375-5.

Man tut nach verbreiteter Auffassung zu Beginn eines Studiums der Mathematik oder benachbarter Wissenschaften gut daran, sich zunächst nicht allzu lang mit den Fundamenten aufzuhalten. Vertrautheit und Übung im praktischen Umgang mit den reellen Zahlen werden im Schulunterricht hinlänglich vermittelt. Axiomatisches Denken lehrt heute trotz Erfindung der Hochschuldidaktik jede Einführungsvorlesung zur (linearen) Algebra oder Topologie. Und eine letztgültige Rechtfertigung der Vorgehensweisen findet sich auch nicht im stets etwas dunkel bleibenden Kellergeschoss des sodann errichteten Gebäudes, das augenscheinlich nicht nur von Fundamenten gestützt, sondern auch anderweitig verankert ist. Und so werden die reellen Zahlen im ersten Studiensemester oft nur kurz axiomatisch charakterisiert und dann ohne weitere Umstände verwendet, mit gutem Erfolg. Anfängerliteratur zum Thema wird pflichtgemäss angegeben, aus Ermüdungsgründen aber kaum gelesen, und selbst der Autor eines der klassischen Lehrbücher des Genres, Edmund Landau, schreibt im Vorwort seiner berühmten *Grundlagen der Analysis* von „zum Teil langweiliger Mühe", ohne im Folgenden den Beleg für solche Einschätzung gänzlich schuldig bleiben zu müssen.

Mengenlehre und reelle Zahlen gehören also, abgesehen von der notwendigsten elementaren Grundausstattung, eher in die mittleren Studiensemester, und an Leser mit entsprechendem Kenntnis- oder Trainingsstand richtet sich Deisers Buch wohl vor allem, wenn auch einzelne Teile bereits Schülern der oberen Klassen zugänglich sein dürften. Jenseits der ersten Anfänge öffnen sich dann die Türen zu einer Wunderwelt, deren Schönheiten und Rätsel wache Zeitgenossen wohl kaum unberührt lassen, und Deiser erweist sich als ein ausgezeichneter Reiseführer. Das Buch liegt ein Jahr nach erstmaligem Erscheinen bereits in zweiter Auflage vor, hat also offenbar freundliche Aufnahme gefunden, obwohl der Inhalt sich nicht an Pflichtprogrammen der Universitätsausbildung orientiert.

Deisers Buch besteht aus zwei Abschnitten – oder eher Hauptteilen. Der erste Abschnitt behandelt auf etwa 280 Seiten zunächst rationale und irrationale, algebraische und transzendente Zahlen vom antiken Griechenland bis zu Liouville, Mächtigkeiten und das Kontinuumsproblem von Cantor bis Cohen, dann ordnungstheoretische und algebraische Charakterisierungen des Systems der reellen Zahlen, dessen Konstruktionen nach Cantor, Dedekind, und direkt aus den ganzen Zahlen nach einer neuen Methode von A'Campo und anderen und schliesslich die Probleme von Inhalt, Mass und Integral auf der reellen Geraden und im $\mathbf{R}^n$, von Peano, Jordan, Lebesgue, von Neumann und den Paradoxa von Hausdorff und Banach-Tarski bis hin zu neueren Resultaten von Ciesielski und Pelc zur Nichtexistenz maximaler Hyper-Lebesgue-Masse.

Für die Untersuchung weiterer Eigenschaften der reellen Zahlen erweist es sich als günstig, den Blick zu weiten, und so spielt sich im zweiten Abschnitt des Buches vieles im Kontext der allgemeinen polnischen Räume, also der separablen, vollständig metrisierbaren topologischen Räume ab, ohne dass das ursprüngliche Objekt des Interesses dabei aus den Augen geriete. Neben die reellen Zahlen treten die beiden klassischen Folgenräume, auf die sich der Untertitel bezieht: der Cantorraum und der Baireraum. Diese sind zwar nicht homöomorph zu $\mathbf{R}$, aber, wie bald deutlich wird, in vieler Hinsicht so nahe verwandt, dass sie in der deskriptiven Mengenlehre als „Versionen" der reellen Zahlen angesehen werden. Themen dieses zweiten Abschnitts sind unter anderen Brouwers Invarianz der Dimension, Regularitätseigenschaften und irreguläre Mengen in polnischen Räumen, Beziehungen zu unendlichen Zweipersonenspielen und die Hierarchien der Borelmengen und der projektiven Mengen. Die

benötigten transfiniten Hilfsmittel werden vor Ort entwickelt. Das Buch schliesst mit einem historischen Über- und Ausblick zu den behandelten Teilen der deskriptiven Mengenlehre.

Es handelt sich um ein währschaftes Mathematiklehrbuch mit Definitionen, Sätzen und Beweisen, darüber hinaus aber mit einer Vielzahl von veranschaulichenden oder einordnenden Erläuterungen, historischen Einschüben, Kommentaren, Zitaten und Ausblicken. Gelegentlichen sprachlichen Überschwang, metaphorischen Schnörkel und Posaunenschall sieht man dem Autor gerne nach, denn seine Begeisterung wirkt ansteckend, und man profitiert an schwierigen Stellen sehr von seiner Erzählfreude. Das Buch ist vom Autor unter Verwendung einer schönen Janson-Antiqua mit offensichtlicher Sorgfalt und Überlegung gestaltet und gesetzt, vom Verlag ordentlich gedruckt und broschiert.

Patrick Ghanaat, Fribourg

H. Heuser: Unendlichkeiten. Nachrichten aus dem Grand Canyon des Geistes. 228 Seiten, 29.90 €. B.G. Teubner Verlag, 2008; ISBN 978-3-8351-0119-7.

Harro Heusers Name hat in der Lehrbuchliteratur einen ausgezeichneten Klang. Es gibt wohl nur wenige Studierende, die nicht Zuflucht zu einem seiner hervorragend geschriebenen Bücher zu Analysis, Differentialgleichungen oder Funktionalanalysis genommen haben – allesamt inzwischen Standardwerke der deutschsprachigen mathematischen Literatur. Schon die Leser dieser Bücher werden bemerkt haben, dass Heuser nicht nur besonderen Wert auf die Präsentation von Mathematik legt, sondern auch über große Kenntnisse der Historie seines Subjekts verfügt und immer wieder Verknüpfungen zu Literatur oder Philosophie herzustellen vermag, und wenn es nur in Form von klugen Zitaten ist. Diese andere Seite des Autors konnte man in der Vergangenheit bei seinen Vorträgen zur – insbesondere – antiken griechischen Mathematik näher kennenlernen, aber auch in neuerer Zeit durch Bücher zu Themen wie Isaac Newton, der Magie der Zahlen oder zu griechischen Denkern. Nun liegt ein neues Werk vor, dass sich mit dem Begriff der Unendlichkeit beschäftigt und auch mathematisch wenig angehauchten Lesern große Freude und Einsichten bescheren kann.

Wie aus dem Untertitel unschwer ersichtlich, wandelt Heuser auf den Spuren des Schöpfers der Mengenlehre, Georg Cantor. Wer aber erwartet, dass sich das Buch erschöpfend und ausschließlich mit Cantor und seiner Ideenwelt befasst, unterschätzt die umfassende Bildung des Autors. Man hält mit diesem Buch ein Kompendium in Händen, einen Reiseführer durch das Unendliche in zahlreichen Facetten, schließlich ein Geschichtsbuch, das die Leser von Gilgamesch über die Griechen, das Mittelalter, die Renaissance bis hin zu den Antinomien der Mengenlehre führt. An jeder Stelle der Reise und zu jeder Zeit erweist sich Heuser als verlässlicher und wegesicherer Reisebegleiter und -führer. Ob von Aristoteles die Rede ist, von Thomas von Aquin, Giordano Bruno oder Johannes Kepler – in diesem Buch vermittelt uns Heuser das Gefühl, wir seien dabeigewesen, als kluge und manchmal weniger kluge Gedanken über das Unendliche entstanden. Mathematik, Philosophie und Theologie verweben sich zu einem Ganzen und lassen uns das Unendliche aus vielen verschiedenen Perspektiven betrachten. Damit folgt Heuser letztendlich der Ideenwelt Cantors, in der, wie wir wissen, auch theologische und philosophische Anschauungen eine herausragende Rolle spielten (nicht ohne Grund tragen die in einem Buch versammelten Cantorschen mathematischen Werke den Titel: „Gesammelte Werke mathematischen und *philosophischen* Inhalts“).

Es versteht sich bei einem Autor wie Heuser fast von selbst, dass alle Zitate und inhaltlichen Bemerkungen am Ende eines jeden Kapitels sauber belegt werden. Dabei bleibt das Buch durchgehend hervorragend lesbar und stellt Bildungsliteratur im besten Sinne des Wortes dar. Dieses hervorragende Buch kann nur aus ganzem Herzen empfohlen werden. Ein Erlebnis und ein Genuss der besonderen Art!

Thomas Sonar, Braunschweig

J.-H. Eschenburg, J. Jost: Differentialgeometrie und Minimalflächen. Zweite, vollständig überarbeitete und erweiterte Auflage. 256 Seiten, 105 Abbildungen, Softcover, 29.90 €. Springer, 2007; ISBN: 978-3-540-22227-9.

Über das ebenso schöne wie aktuelle Thema der Minimalflächen ist brauchbare Lehrbuchliteratur rar. Die Bücher von Osserman und Lawson sind in die Jahre gekommen, Opreas Buch ist recht elementar. Die Monographie von Dierkes, Hildebrandt, Küster und Wohlrab ist wunderschön bebildert, aber der Text eignet sich besser zum Nachschlagen als zum Durchlesen. Jürgen Josts 1994 erschienenes Buch bildete daher eine willkommene Bereicherung: Knapp und zugänglich, aber dennoch auf die entscheidenden Dinge fokussiert wie Plateau-Problem, Maximumprinzip und Weierstraß-Daten. Da nahm man gern in Kauf, dass die Illustrationen nicht immer elegant waren (so etwa auf dem Titel!) und der Stil oft mehr an ein Vorlesungsskript erinnerte.

Jost-Hinrich Eschenburg hat in Abstimmung mit Jost das Buch überarbeitet. Dabei ist praktisch ein neues Buch entstanden, dessen Umfang sich fast verdoppelt hat. Das Ergebnis ist ein abgerundetes Lehrbuch zur klassischen Differentialgeometrie. Der Stil hat sich merklich geändert, das Buch ist systematischer, detaillierter und erklärungsreicher geworden. Die vielen kleinen Skizzen sind instruktiv und werden dem Anspruch eines Geometriebuchs gerecht. Schade finde ich allerdings, dass der Leser kaum eine Minimalfläche im Bild zu sehen bekommt.

Die Theorie der Minimalflächen und dabei insbesondere das Plateau-Problem steht im Mittelpunkt des Buches. Für die Lösung des Problems wurde 1936 eine der ersten beiden Fields-Medaillen vergeben. Nach wie vor ist der Beweis aufwendig, jedoch steht durch Eschenburgs Bearbeitung nun eine übersichtliche und korrekte Darstellung für den Leser bereit. Diesen Schwerpunkt ergänzen die Hauptergebnisse der klassischen Differentialgeometrie. Dabei tritt zu den bereits in der ersten Auflage behandelten Themen – theorema egregium, Satz von Gauß-Bonnet, hyperbolische Ebene – neu der Hauptsatz der Flächentheorie hinzu.

Bei der Lektüre fand ich in den Standardstoff viel Interessantes eingestreut, sei es im Text, in den allgegenwärtigen Fussnoten oder in den vielen schönen Aufgaben. Ein kurzer Beweis, warum Inversionen kugeltreu sind, was quaternionische Differenzierbarkeit bedeutet, was das Palais-Prinzip besagt, in welchem Sinne Einsteins Relativitätstheorie allgemein ist – wer sich dafür interessiert, ist eingeladen in diesem Buch zu blättern. Und wer die Analysis schätzt und ein umfassendes modernes Buch zur klassischen Differentialgeometrie sucht, der wird hier erst recht allerbestens bedient.

Karsten Grosse-Brauckmann, Darmstadt

Typesetting & Layout: *mathScreen online, CH-4123 Allschwil*