Rezensionen

Objekttyp: **BookReview**

Zeitschrift: **Elemente der Mathematik**

Band (Jahr): **68 (2013)**

PDF erstellt am: **26.05.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

Elem. Math. 68 (2013) 134 – 136
0013-6018/13/030134-3
DOI 10.4171/EM/231

© Swiss Mathematical Society, 2013

Elemente der Mathematik

Rezensionen

Baber R.L.: The Language of Mathematics. Utilizing Math in Practice. 416 Seiten, $ 77.–. John Wiley & Sons Inc., NJ, 2011; ISBN 978-0-470-87889-7.

Die Motivationen des Verfassers für dieses Buch sind eine Einsicht und eine Erfahrung: Mathematik gehört zu den Grundlagen des Technologiezeitalters, aber sehr viele Leute wenden sich früh in der Ausbildung von der Mathematik ab. Der Ausweg aus dieser unbefriedigenden Lage besteht nach Babers Überzeugung in einem Unterricht, der zeigt, wie sich Englisch in die Sprache der Mathematik übersetzen lässt.

Im Wesentlichen läuft die Botschaft darauf hinaus: Wer schon die Frage nicht genau versteht, hat keine Chance, eine Antwort zu finden. Wer eine mathematische Antwort kennt, sie aber nicht in Englisch auszudrücken vermag, ist unfähig zur Kultur beizutragen.

Die „Mathematik“, welche in *The Language of Mathematics* angesprochen ist, reicht bis in die anwendungsbezogene höhere Mathematik und Ingenieurmathematik. Das entspricht den Zielen des Autors. Es ist aber gut zu wissen, dass der Text keine akademische Abhandlung ist, die zeigt, wie dank linguistischem Verständnis die Mathematik an sich dem grossen Publikum zugänglich gemacht werden könnte.

Ein Hauptproblem ist eine mathematische Fachsprache, die sich der Umgangssprache bedient, deren Vokabular aber umdefiniert, um es zu schärfen für die Zwecke der Fachsprache. Die Fachsprache ihrerseits hat eine Scharnierfunktion zur formalisierten Sprache, die in der Logik definiert und benutzt wird, um höchste syntaktische Präzision im Ausdruck zu erzielen. Die Sprache der Logik ist natürlich für die Vermittlungsaufgabe mit dem breiten Publikum als Adressaten ungeeignet. Unter *Sprache der Mathematik* sollte man sich eine Art Pseudocode vorstellen, der sich an die Fachbegriffe anlehnt, teilweise formalisiert ist und intuitiv verständlich ist.

Beim Lesen des Textes mit seinen mehr als 400 Seiten wird klar: Ohne Anstrengung gelingt es zu selten, einen mathematischen Text genau zu verstehen, und sehr oft besteht der Schlüssel zum Verständnis in der sprachlichen Analyse des Problems und in der Besinnung auf die Bedeutung der mathematischen Schlüsselbegriffe in der Pseudosprache oder der Fachsprache. Natürlich kommt niemand darum herum, mit Quantoren exakt umzugehen und Konjunktion genau von Disjunktion zu unterscheiden. Das Publikum, das der Verfasser für eine breite mathematische Grundbildung gewinnen möchte, ist sich selten bewusst, dass präzise Ausdrucksweise auch in der Muttersprache keine Selbstverständlichkeit ist. Viele Menschen bekunden nicht bloss mit der Sprache der Mathematik Mühe. Die formalisierten Texte der Juristen oder auch nur eine Packungsbeilage sind für sehr viele eine Überforderung.

Welche Mathematiker hätten zu diesem Thema etwas zu sagen? Welche Linguisten? Müssten im Literaturverzeichnis oder im Namensverzeichnis vielleicht auch Poincaré, Hilbert, Gödel, Chomsky zu finden sein? Frege, Russel und Whitehead erscheinen auf Seite 405 bei den Verweisen auf weitere Literatur. Damit ist angezeigt, dass dieser Text kein akademisches Fachbuch ist, das die Linguistik einer natürlichen Sprache mit jener der mathematischen Sprache vergleicht und fragt: Was ist in diesem Umfeld möglich und was nicht? Würden die Folgerungen ganz allgemein und unabhängig von der Sprache für Chinesisch oder für Suaheli auch gelten?

Der Ansatz des Praktikers ist im Wesentlichen stark didaktisch. Viele elementare Beispiele zeigen die Klippen auf, denen man im Unterricht auf Schritt und Tritt begegnen kann, wenn naives Sprachverständnis Missverständnisse beim Interpretieren der Fachsprache erzeugt oder den Zugang zu ihr gar blockiert. Es ist ein Verdienst des Autors, auf diese weit verbreiteten Schwierigkeiten hinzuweisen und exemplarisch Lösungen zu zeigen.

Keine noch so raffinierte Didaktik kann müheloses Mathematikverständnis garantieren. Ein erhebliches Mass an Disziplin und Anstrengung gehört fast immer dazu. Die Anstrengungen aller an der Mathematikvermittlung Beteiligten lassen sich durch ein waches Bewusstsein für die linguistischen Aspekte jedoch unterstützen. Eine mathematische Erklärung kann im Lichte der Fachsprache einwandfrei sein, aber dennoch total unverständlich für die Lernenden. Eine Frage mag banal daherkommen und dennoch ein schwieriges mathematisches Problem enthalten. Die Sprachanalysen des Verfassers zeigen, wo vor allem auch im Unterricht Fallen auftreten, die ein echtes Verständnis verhindern. Es bleiben noch genug Beispiele übrig, in denen auch die formale Sprache der Mathematik Entscheidungen über wahr oder falsch nicht erzwingen kann – *decidable* und *undecidable* fehlen im Stichwortverzeichnis.

Mit diesen Hinweisen sei das Buch Lehrpersonen empfohlen, die bereit sind, sich um Übersetzungsprobleme so vertieft zu kümmern, dass ihr Unterrichtserfolg nachhaltig gesteigert wird. Wir können vom Autor lernen, in der Sprechweise die mathematische Denkweise der Lernenden zu erahnen und diese über die Schärfung des Sprachbewusstseins selbst zu verbessern.

H.R. Schneebeli, Wettingen

N. Bacaër: A Short History of Mathematical Population Dynamics. 168 Seiten, SFr. 36.–. Springer Verlag, London, 2011; ISBN 978-0-85729-114-1.

Leonardo di Pisa (Fibonacci) hat im Liber Abaci von 1202 eine Aufgabe gestellt, die das Wachstum einer Kaninchenpopulation betrifft. Die heutigen Aufgaben der Populationsdynamik betreffen zum Beispiel die Struktur überalterter Bevölkerungen mit Folgen für die Sozialversicherungen, Kontrolle des Bevölkerungswachstums als Kampf gegen die Armut und den Hunger, die Ausbreitung gefährlicher Krankheiten, Resistenzbildung bei Bakterien, die Folgen genetischer Manipulationen oder einen rationalen Umgang mit beschränkten erneuerbaren Ressourcen etwa bei Fischbeständen oder beim Tropenholz. Antworten auf offene Fragen in diesen Bereichen sind von politischer und praktischer Relevanz. Mathematische Modellbildung und Computersimulationen sollen als Entscheidungshilfen dienen.

Wigner hat "the unreasonable effectiveness of mathematics" als Schlagwort im Zusammenhang mit Anwendungen in der Physik zum geflügelten Wort gemacht. Bacaër ist realistisch, bescheidener und ehrlich, was die Rolle mathematischer Modelle in der Populationsdynamik betrifft: Die heute verfügbaren Modelle erfassen die hohe Komplexität der Populationsdynamik insgesamt nur mangelhaft. Naive Schlussfolgerungen verbieten sich. Gerade darum ist die Beschäftigung mit der Thematik in historischer Perspektive besonders attraktiv. Trotz aller Grenzen gibt es Fortschritte, die wir der Weiterentwicklung der Mathematik und dem Einsatz von Computern bei der Modellbildung verdanken.

Das kleine Buch schafft es, vordergründig in 26 chronologisch organisierten Kapiteln Biographien und historisch relevante Themen zur Populationsdynamik gut lesbar darzustellen. Dabei werden verschiedene Grundthemen angesprochen und teils mehrfach im jeweiligen historischen Zusammenhang erneut aufgenommen, wie beispielsweise:

- Die Bevölkerungsentwicklung vom exponentiellen Wachstum zum Matrixmodell von Leslie und von Jäger-Beute-Systemen über chaotische Dynamik bis zur chinesischen Ein-Kind-Politik.
- Das Aussterben der Familiennamen, das Aussterben der Arten und die natürliche Selektion.
- Modelle zu Risiko und Nutzen bei der Pockenimpfung und Modelle zur Ausbreitung von ansteckenden Krankheiten bis zu Perkolationssimulationen.
- Die Gesetze von Mendel, das Gesetz von Hardy-Weinberg und Ausbreitung der Gene.

Im Hintergrund wird immer massvoll dosiert die Mathematik kurz erklärt, die zum Kern des Modelles gehört.

Mathematiklastige Textstellen sind besonders gekennzeichnet, damit sie von jenen übersprungen werden können, welche sich in erster Linie für die Geschichte und die Biografien der Schlüsselpersonen interessieren. Für mathematisch Interessierte ist die Einbettung in einen historisch-biografischen Kontext eine erhellende Ergänzung zur formalen Darstellung der Mathematik.

Wer sich für die mathematische Ideengeschichte interessiert, kommt nicht darum herum, auch die entsprechenden Textstellen oder weitere Literatur zu studieren. Dazu bietet der Autor zahlreihe Hinweise auf Originalarbeiten, Links im Internet oder Vertiefungen. Es gelingt ihm, auf engem Raum wesentliche mathematische Ideen zu motivieren und in der jeweils einfachsten Ausprägung darzustellen. Damit qualifiziert sich dieser Text als relevant zur Bereicherung des Mathematikunterrichts im Gymnasium. Einzelne Kapitel können als Ausgangspunkte

für Unterrichtsprojekte oder für selbständige Schülerarbeiten dienen, in denen Programmierung und Computeranwendungen die mathematische Modellbildung vervollständigen oder noch nicht vorhandene mathematische Fertigkeiten (z.B. das Lösen von Differentialgleichungen) im Sinne der Gerüstdidaktik überbrücken helfen.

Auszugsweise ist dieses Buch unbedingt nutzbar für *Anwendungen der Mathematik*. Es lohnt sich, an diesem Fallbeispiel zu studieren, wie ein Minimum an Fachkenntnissen aus dem Anwendungsgebiet zu vermitteln wäre, um mathematische Modellbildung zu lancieren. In dieser Hinsicht ist das Buch weit über die angesprochene Thematik hinaus vorbildlich.

Ich kann diesen Text vorbehaltlos und wärmstens empfehlen.

H.R. Schneebeli, Wettingen

J. Stedall: The History of Mathematics – A Very Short Introduction. 123 Seiten, £7.99. Oxford University Press, Oxford, New York, 2012; ISBN 978-0-19959968-4.

Wie kann es gelingen, einen Abriss der Mathematikgeschichte, die sich über mindestens 4000 Jahre und alle Hochkulturen erstreckt, auf 120 knappen Seiten allgemeinverständlich darzustellen?

Die Autorin bewältigt diese Aufgabe mit Bravour. Die Zeitreise beginnt bei Andrew Wiles und dem Grossen Satz von Fermat, und sie gelangt über die Broncezeit im Zweistromland zurück zu Andrew Wiles. Sie bricht mit der Tradition, Biographien der hervorragendsten Persönlichkeiten, die zur Mathematik beigetragen haben, chronologisch aufzureihen oder zu kommentieren. Statt dessen werden wichtige Fragen zur Entstehung und Entwicklung der Mathematik thematisch gebündelt und im Lichte moderner historischer Forschung mit Berücksichtigung soziologischer und ökonomischer Erkenntnisse bearbeitet. Beispielsweise wird die Frage *What is mathematics and who is a mathematician?* so beantwortet, dass die griechischen Wurzeln des Wortes zur Sprache kommen, aber auch die alternativen Bezeichnungen aus anderen Kulturkreisen und Epochen. Es wird erkennbar, dass der Begriff *Mathematik* zeit- und kulturabhängig ist. Ab dem 18. Jahrhundert setzt sich die europäisch geprägte Auffassung durch.

Die Verbreitung mathematischer Ideen wird über Raum und Zeit angesprochen.

Die Geschichte der Überlieferung von Euklids Elementen gibt Gelegenheit zu Abstechern in die arabische Welt und die mittelalterliche Mathematik. Es werden Parallelen zwischen chinesischen Aufgaben für die Mandarinausbildung und analogen Fragen aus dem *Liber Abaci* von Leonardo di Pisa aufgezeigt. Damit wird exemplarisch die Rolle von Handelswegen, etwa der Seidenstrasse, für einen globalen Austausch von materiellen aber auch ideellen Gütern erkennbar, darunter auch von mathematischen Erkenntnissen.

Wie wird Mathematik unterrichtet? Tontäfelchen aus Nippur (Irak) lassen erahnen, was und wie um 1740 v. Chr. in sumerischen Schulen unterrichtet wurde. Und wie wurde um 1780 n. Chr. im ländlichen England in der Greenrow Academy unterrichtet? Die Inhalte waren erstaunlich ähnlich zu dem, was ich selbst um 1960 noch in einem Schweizer Gymnasium erlebte.

Die Lebensumstände und Leistungen mathematischer Persönlichkeiten werden selektiv und exemplarisch kommentiert, aber auf eine ungewohnte Art. Wovon lebten die Mathematiker? War Mathematik eine Beschäftigung für Privilegierte oder eine Erwerbsquelle? Die Quellenlage bringt es mit sich, dass die Rolle von Anwendungen mit Wechselwirkungen zwischen Mathematik, Spitzentechnologien und Machtausübung ausgeblendet bleiben.

Anhand des Satzes von Pythagoras wird ein Blick ins Innere der Mathematik geworfen. Die zeitliche Entwicklung von Beweisen, Berechnungen und Notationen wird kurz skizziert. Zum Schluss reflektiert die Autorin noch über die Entwicklung der Historiographie der Mathematik.

Der Text kommt fast ohne Formeln aus. Semantik steht im Vordergrund. Daher ist das kleine Buch insbesondere relevant für alle, die sich mit Mathematikvermittlung befassen. Wer im Unterricht die ‘genetische Methode’ berücksichtigt, wird diesen neuen Text mit Interesse und Gewinn lesen. Ich kann ihn insbesondere allen Unterrichtenden uneingeschränkt empfehlen.

H.R. Schneebeli, Wettingen

Typesetting & Layout: *mathScreen online, CH-4123 Allschwil*