Cours complet de Mathématiques élémentaires, publié sous la direction de M. Darboux, doyen de la Faculte des sciences de Paris. — 5 volumes parus. — Paris, Armand Colin et Cie.

Autor(en): **Ripert, L.**

Objekttyp: **BookReview**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **1 (1899)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **04.06.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

plus élevées des mathématiques, et très dignes de fixer l'attention de nos savants.

Quelques leçons professées à l'École polytechnique sur la science de l'actuaire auraient évité bien des catastrophes qui se sont produites dans ces derniers temps, et si nos ingénieurs avaient reçu les quelques notions que je voudrais voir introduire dans les programmes, les caisses de retraite de nos grands établissements industriels ne se seraient pas trouvées en déficit, ainsi qu'une enquête officielle vient de le constater.

H. LAURENT (Paris).

G.-E. FISCHER and J.-J. SCHWATT, assistant professors of Mathematics in the University of Pennsylvania. — **Text-Book of Algebra with Exercices** for secondary schools and colleges. Première partie, 1 vol. in-8°, 683 p. Philadelphia, 1898.

Bien qu'il existe déjà un grand nombre de traités consacrés aux éléments d'Algèbre, il y en a relativement peu qui, à côté de la clarté et de la rigueur de l'exposé, présentent les qualités pédagogiques que l'on est en droit d'exiger d'un ouvrage destiné aux commençants. Le *Text-Book* de MM. Fischer et Schwatt réunit incontestablement toutes ces qualités et, à ce point de vue, mérite d'être signalé à l'attention des professeurs.

On constate à chaque page combien les auteurs se sont efforcés à mettre le sujet à la portée des élèves. Ainsi, aucune démonstration n'est abordée avant que la propriété soit clairement expliquée au moyen d'exemples convenablement choisis. Il en est de même des règles concernant les opérations algébriques ; elles sont toujours précédées d'un grand nombre d'exercices.

Il nous paraît inutile d'énumérer les différents chapitres que comprend ce premier volume. Nous pouvons nous borner à dire qu'il contient une étude très approfondie : 1° de tout ce qui se rattache au calcul algébrique ; 2° des équations du premier degré à une ou plusieurs inconnues ; 3° des équations du second degré et de celles qui s'y ramènent ; 4° des progressions ; et 5° du théorème du binome à exposants entiers et positifs.

Chaque chapitre est accompagné d'un choix considérable d'exercices et de problèmes. Les professeurs trouveront là une source féconde d'applications très variées.

H. F.

Cours complet de Mathématiques élémentaires, publié sous la direction de M. DARBOUX, doyen de la Faculté des sciences de Paris. — 5 volumes parus. — Paris, Armand Colin et Cie.

I. *Leçons d'Arithmétique théorique et pratique*, par M. Jules TANNERY, sous-directeur des études scientifiques à l'Ecole normale supérieure. Un vol. in-8° (1894) ; prix : 5 francs. — II. *Leçons de Cosmographie*, par M. M. TISSERAND, membre de l'Institut, directeur de l'Observatoire de Paris, et H. ANDOYER, maître de conférences à la Faculté des sciences de Paris. Un vol. in-8° (1895) ; prix : 6 francs. — III. *Leçons d'Algèbre élémentaire*, par M. C. BOURLET, docteur ès sciences, professeur de mathématiques spéciales au lycée Saint-Louis. Un vol. in-8° (1896) ; prix : 7 fr. 50. — IV. *Leçons de Géométrie élémentaire* (*géométrie plane*), par M. Jacques HADAMARD, maître de conférences à la Faculté des sciences

de Paris, professeur suppléant au Collège de France. Un vol. in-8° (1898); prix : 6 francs. — V. *Leçons de Trigonométrie rectiligne*, par M. C. Bourlet, professeur de mathématiques spéciales au lycée Saint-Louis. Un vol. in-8° (1898) ; prix : 6 francs.

Les programmes des classes de mathématiques élémentaires indiquent les matières de l'enseignement et en fixent les limites. Mais le sujet est à la fois si vaste et si complexe, il touche à tant d'ordres d'idées distincts, que bien des desiderata subsistent, moins encore peut-être pour la composition des programmes eux-mêmes que pour la manière de les appliquer. La plus grande initiative est avec raison laissée aux professeurs à cet égard ; mais on peut dire que ce qui leur manque surtout pour bien l'exercer c'est l'outillage. Un très grand nombre d'ouvrages classiques de mérites divers et quelques-uns d'une valeur incontestée existent ; mais ils ne permettent pas à un professeur de préparer son cours avec la vue d'ensemble et la cohésion indispensables. Le besoin se fait universellement sentir de livres d'enseignement élémentaires, conçus d'après un plan d'ensemble mûrement élaboré, qui puissent être pour les maîtres des guides sûrs dans l'accomplissement de leur tâche difficile et qui, tout en se maintenant suffisamment à la portée des élèves pour pouvoir être mis fructueusement entre leurs mains pendant la durée des études, restent pour eux des livres intéressants et utiles après ses études terminées.

Le *Cours complet de Mathématiques élémentaires*, publié, depuis 1894, sous la direction de M. Darboux, doyen de la Faculté des sciences de Paris, par une société de professeurs et de savants, nous paraît répondre dans la plus large mesure au besoin que nous venons d'indiquer. Cinq volumes ont déjà paru. Ce sont, comme le dit M. J. Tannery en tête de ses *Leçons d'Arithmétique*, des livres d'enseignement, qui peuvent servir à ceux qui commencent leurs études mathématiques et à ceux qui les poursuivent, très élémentaires au début, où les démonstrations prennent peu à peu une forme plus abstraite et qui touchent, à la fin, à des sujets d'ordre assez élevé.

Ce que révèlent ces divers ouvrages, c'est le souci de la clarté de l'exposition, de la rigueur du raisonnement et de la mise en relief des méthodes. Les auteurs se préoccupent sans cesse d'élucider par de nombreuses applications les théories exposées. Lorsque plusieurs méthodes se présentent, ils développent de préférence celle qui leur paraît la plus féconde ou qui est susceptible d'une extension ultérieure. Chaque volume contient, sous la forme de derniers chapitres, de Notes ou d'Appendices, des compléments traitant de matières qui, sans être explicitement dans les programmes, s'y rattachent immédiatement, éclaircissant ainsi les difficultés, éveillant l'intérêt des lecteurs en leur faisant comprendre que la science est allée beaucoup plus loin, et leur inspirant par suite le goût et le désir de continuer son étude.

Dans le développement des sujets classiques, les auteurs se sont abstenus autant que possible d'innovations. Mais il en est quelques-unes qui s'imposent, que réclament depuis longtemps tous les bons esprits, qui sont même entrées dans la pratique de l'enseignement de beaucoup de professeurs. Les auteurs guidés, comme ils le déclarent, par les éminents conseils de M. Darboux, n'ont pas reculé devant l'introduction de ces innovations dans leurs ouvrages, et ils ont pu ainsi simplifier et élucider certaines théories jusqu'à présent compliquées et obscures.

C'est ainsi que, dans ses *Leçons d'Algèbre*, M. Bourlet facilite considérablement l'exposé de la théorie des équations du premier degré en la faisant précéder de quelques notions très brèves de Géométrie analytique, celles qui sont nécessaires pour arriver à montrer que l'équation d'une droite est du premier degré.

Ces notions fort simples et d'un caractère bien élémentaire sont indispensables pour faire comprendre toute la portée de la discussion des équations du premier degré. En montrant comment on peut représenter graphiquement la fonction du premier degré, on met l'élève en état de saisir les questions plus difficiles qui vont se présenter pour la discussion des fonctions du second degré.

Pour l'étude de la variation de ces fonctions, M. Bourlet prenant une initiative depuis longtemps désirée [1], a résolument abandonné les méthodes dites élémentaires, dont l'exposition présente tant de difficultés et qui ne se prêtent pas d'ailleurs à la généralisation, et adopté la *méthode des dérivées* qui, sans être plus difficile à concevoir est d'une application plus régulière, plus aisée et surtout plus féconde. Cette méthode initie les élèves aux idées essentielles de limites et de continuité ; la simple définition des coordonnées précédemment donnée rend les résultats tangibles en permettant de construire la courbe représentative de chaque fonction étudiée. Les élèves qui ont bien compris la théorie élémentaire exposée dans le corps du volume passent sans aucune peine au complément de la même étude que M. Bourlet a placé dans un Appendice, et qui contient sur les fonctions circulaires, la construction des courbes, etc., des notions du plus grand intérêt pour ceux de ces élèves qui sont destinés à suivre le cours de mathématiques spéciales.

Chacun des volumes qui composent le Cours complet de Mathématiques élémentaires demanderait une analyse très détaillée ; mais, dans les limites de notre cadre, cette analyse se réduirait presque forcément à une sèche énumération des matières. Les *Leçons d'Arithmétique* de M. J. Tannery (1894) et les *Leçons de Cosmographie* de MM. Tisserand et Andoyer (1895) sont des livres déjà bien connus et d'ailleurs grandement recommandés par la notoriété et la compétence de leurs auteurs ; la plupart des journaux scientifiques en ont rendu compte et ont été unanimes dans la constatation du mérite de ces ouvrages. Il en est de même des *Leçons d'Algèbre* de M. Bourlet (1896) ; nous venons du reste d'indiquer deux points principaux qui distinguent ces Leçons des Traités d'Algèbre parus jusqu'à ce jour, et le seul vœu que nous aurions à émettre serait l'introduction, soit au Livre II soit dans un Appendice, de quelques notions élémentaires sur les déterminants permettant d'énoncer dans toute leur généralité les règles de Cramer et la règle de l'élimination du premier degré. Il ne nous reste donc qu'à rendre compte des deux volumes parus en 1898.

---

[1] Tout récemment, dans un remarquable compte rendu (*Enseignement mathématique*, n° 1, p. 67), M. le professeur Greenhill signalait le grand avantage que possède l'étudiant français d'avoir été initié, dès ses premiers pas en Algèbre, à la conception fondamentale d'une quantité variable et de ses dérivés. C'est en effet ce qui devrait être, ce que presque tous les professeurs réclament ; mais on ne saurait dire que ce progrès considérable soit effectivement réalisé ; il faut espérer que l'heureuse initiative prise par M. Bourlet permettra d'atteindre un but si désirable. — Voir également sur ce sujet : C.-A. Laisant, *la Mathématique*, p. 214.

Les *Leçons de Trigonométrie rectiligne* de M. Bourlet sont conçues dans le même esprit et d'après les mêmes principes que ses *Leçons d'Algèbre*, dont elles sont la suite naturelle. L'auteur, après une Introduction où il complète la théorie des segments et établit celle des projections, divise son ouvrage en trois Livres, contenant toutes les matières du programme de la classe de mathématiques élémentaires, et un Appendice présentant tous les compléments nécessaires aux élèves de mathématiques spéciales.

La division en trois Livres (Formules fondamentales concernant les angles, arcs, lignes trigonométriques. — Construction et usages des tables; équations trigonométriques. — Résolution des triangles et applications diverses) est celle que l'expérience a consacrée et que tous les Traités de Trigonométrie ont adoptée. Dans l'exposition de cette science, il n'y a en effet aucune innovation de principe à introduire ([1]). Il nous paraît donc inutile de donner un plus long détail; il suffira de dire que l'ouvrage est aussi complet que possible sans jamais cesser d'être élémentaire, et que l'auteur a fait la plus large place aux applications et au développement des procédés de calcul. Chacun des dix-huit chapitres qui composent les trois Livres est suivi d'un grand nombre d'exercices proposés.

L'Appendice, destiné aux élèves de mathématiques spéciales, peut sembler, au premier abord, en contradiction avec le plan général du Cours complet; mais il est ici parfaitement justifié, car il n'y a rien, dans les compléments de Trigonométrie, qui ne puisse être compris par un bon élève de Mathématiques élémentaires; et d'ailleurs, il y a grand avantage, toutes les fois que cela est possible comme dans le cas actuel, à mettre entre les mains des élèves un ouvrage qui puisse leur servir dans tout le cours de leurs études.

Les *Leçons de Géométrie élémentaire* (Géométrie plane), de M. Hadamard, débutent par une Introduction ne donnant avec raison que les premières définitions strictement nécessaires pour aborder l'étude de la Géométrie. L'auteur adopte ensuite la division classique en quatre Livres; mais le troisième est doublé par un Complément de même importance exposant, sans sortir du domaine élémentaire, celles des théories de la Géométrie moderne qui ont pris place d'une façon définitive dans l'enseignement. Une énumération sommaire des chapitres nous paraît ici indispensable pour donner une idée du plan de l'ouvrage et de l'enchaînement logique des matières.

Le Livre Ier (*De la ligne droite*) comprend six chapitres : Angles. Triangles. Perpendiculaires et obliques. Cas d'égalité des triangles rectangles; propriétés de la bissectrice d'un angle. Droites parallèles. Parallélogrammes; translations. Droites concourantes dans un triangle.

Livre II (*Du cercle*), sept chapitres : Intersection d'une droite et d'un cercle. Propriétés du diamètre. Arcs et cordes. Intersection de deux cercles. Mesure des angles. Construction. Déplacement des figures.

Livre III (*De la similitude*), sept chapitres : Lignes proportionnelles. Similitude des triangles. Relations métriques relatives aux triangles. Lignes proportionnelles dans le cercle; axe radical. Homothétie et similitude. Constructions. Polygones réguliers; mesure de la circonférence.

([1]) S'il n'y a pas, relativement à l'exposition de la Trigonométrie, d'innovations compatibles avec les programmes actuels, il y aurait bien des remarques à faire sur le mode de distribution de l'enseignement des éléments. Consulter à ce sujet l'excellent article de M. H. Fehr (*Enseignement math.*, n° 1, p. 45).

Livre III (*Compléments*), sept chapitres : Signes des Segments. Transversales. Rapport anharmonique ; faisceaux harmoniques. Pôles et polaires dans le cercle. Figures inverses. Problèmes des cercles tangents. Propriétés du quadrilatère inscrit.

Livre IV (*Des aires*), quatre chapitres : Mesure des aires. Comparaison des aires. Aire du cercle. Constructions.

L'auteur a revu avec le plus grand soin tous les raisonnements classiques et a pu en modifier très avantageusement quelques-uns, soit sous le rapport de la rigueur, soit sous le rapport de la simplicité. Par exemple, la considération du sens de rotation des angles, défini dès le premier chapitre, lui permet de donner aux énoncés du second Livre ainsi qu'à plusieurs des suivants toute la netteté, la simplicité et la généralité désirables.

M. Hadamard a multiplié les exercices autant que le comportait le cadre de son ouvrage. A cet effet, il propose des questions de difficulté très différente et graduellement croissante qu'il divise en trois catégories : 1° des exercices placés à la fin de chaque chapitre et en général très simples, surtout les premiers d'entre eux ; 2° des exercices sur l'ensemble de chaque Livre, d'une solution moins immédiate, quoique toujours à la portée des élèves ; 3° des énoncés de problèmes relativement difficiles, rejetés à la fin du volume.

L'ouvrage se complète par quatre Notes. Dans la Note A, d'une très grande importance, l'auteur expose, en ce qui concerne la démonstration des théorèmes, la solution des problèmes, les constructions, les transformations, les principes fondamentaux de la *méthode en géométrie*, principes dont les commençants devraient être pénétrés dès la première année de l'enseignement et sur lesquels il est essentiel d'appeler fréquemment leur attention.

La Note B sur le *Postulatum d'Euclide* que, dans le corps du volume, M. Hadamard a admis comme axiome, donné un aperçu tout à fait élémentaire des graves questions soulevées à ce sujet depuis le commencement du siècle et qui a donné naissance à la géométrie non-euclidienne.

Les Notes C et D ont un caractère plus spécial. La première comble une lacune de la solution donnée par Gergonne du problème des cercles tangents ; la seconde fait disparaître, d'une manière simple et ingénieuse, le postulatum qui existe dans la théorie ordinaire de l'aire.

Peut-être sera-t-il utile, dans une seconde édition, d'ajouter une Note développant et précisant quelques-unes des théories si importantes du Complément du Livre III, notamment celles qui concernent la Géométrie sur la droite, et donnant, par exemple, quelques notions succinctes sur l'involution dont il est incidemment question dans les exercices de la fin du volume. D'ailleurs, les Notes ont un but éminemment utile, celui de permettre de jeter un coup d'œil sur les conséquences immédiates de l'enseignement donné et la liaison intime de ses diverses parties : on pourrait, croyons-nous, profiter de cette Note additionnelle pour développer *un peu* les premières notions de Géométrie analytique que contient l'Algèbre de M. Bourlet. Quelques définitions et considérations sur les signes des aires nous paraîtraient enfin pouvoir être ajoutées utilement au Livre IV.

La Géométrie plane de M. Hadamard nous fait vivement désirer la publication la plus prompte possible du volume qui doit être consacré à la Géométrie de l'espace. En l'étudiant, on reconnaît, par la facilité d'exposition

qui résulte des renvois aux ouvrages précédemment publiés de MM. Tannery et Bourlet, le grand avantage d'un Cours complet de Mathématiques élémentaires et la justesse de la pensée qui a inspiré celui dont nous n'avons pu rendre que trop sommairement compte.

L. Ripert (Paris).

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE

Comptes rendus des séances de l'Académie des sciences, t. CXXVIII; Paris, Gauthier-Villars, 1899.

N° 1 (2 janvier). — État de l'Académie. — Allocution de MM. Wolf et Van Tieghem, président sortant et président pour 1899. — G. Poisson : Sur la propagation des ondes liquides dans les cours d'eau.

N° 2 (9 janvier). — E. Fabry : Généralisation du prolongement analytique d'une fonction. — Servant : Sur les points singuliers d'une fonction définie sur une série de Taylor. — E.-O. Lovett : Sur la correspondance entre les lignes droites et les sphères. — Ribière : Sur la flexion des cylindres à base circulaire.

N° 3 (16 janvier). — Du Ligondès : Sur la variation de la densité à l'intérieur de la Terre. — G. Gallice : Sur une nouvelle règle à calcul. — N. Saltykow : Sur les intégrales complètes des équations aux dérivées partielles.

N° 4 (23 janvier). — E. Picard : Sur le prolongement des fonctions. — N. Saltykow : Généralisation de la première méthode de Jacobi sur l'intégration d'une équation aux dérivées partielles. — G.-A. Miller : Sur les groupes d'opérations. — Crelier : Sur le développement de certaines irrationnelles en fraction continue. — C. Guichard : Sur la déformation des quadriques de révolution. — A. Pellet : Sur l'équation normale des surfaces.

N° 5 (30 janvier). — N. Seltykow : Sur la généralisation de la première méthode de Jacobi. — E. Maillet : Sur les groupes de classe $N-u$ et de degré N au moins $u-1$ fois transitifs. — Lémeray : Sur le problème de l'itération. — Steckloff : Sur le développement d'une fonction donnée suivant les fonctions harmoniques. — E. Borel : Sur le prolongement des fonctions analytiques. — A. Pallet : Sur les systèmes orthogonaux. — L. Raffy : Surfaces doublement cylindrées et surfaces isothermiques. — Tzitzéica : Sur les surfaces à courbure totale constante. — Blutel : Sur les lignes de courbure de certaines surfaces. — Bouasse : Sur les courbes de traction.

N° 6 (6 février). — A. Hurwitz : Sur un théorème de M. Hadamard. — M. Brillouin : Théorie moléculaire du frottement des solides polis.

N° 7 (13 février). — S. Pincherle : Sur les séries de puissances toujours divergentes. — L. Autonne : Sur les intégrales algébriques de l'équation de Riccati. — G. Poisson : Sur la voûte élastique. — L. de la Rive : Sur la propagation d'un allongement graduel dans un fil élastique.

N° 8 (20 février). — E. Borel : Sur la croissance des fonctions définies par des équations différentielles. — Le Roy : Sur les séries divergentes et les fonctions définies par un développement de Taylor. — E. Catton : Sur