GÉNÉRALITÉS

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **2 (1900)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **25.05.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

PROBLÈMES MATHÉMATIQUES [1]

GÉNÉRALITÉS

Lorsque une science progresse d'une manière continue, on peut juger de son développement ultérieur par l'examen des problèmes qui l'occupent actuellement.

L'existence de problèmes précis a une importance capitale et pour le progrès des mathématiques et pour le travail de chaque chercheur.

A quels signes pourrons-nous reconnaître quels sont parmi ces problèmes les plus proches à faire avancer notre science ?

Un problème doit être bien défini ; son sens et sa portée faciles à saisir ; il doit être difficile, mais non pas inabordable.

Nous pouvons citer comme exemples, d'une part le problème de Fermat, par lequel Kummer a été amené à introduire les idéaux dans la théorie des nombres algébriques, et d'autre part le problème des trois corps.

D'où nous viennent les problèmes mathématiques ?

C'est l'expérience qui, dans chaque domaine, pose devant nous les problèmes primaires. (Duplication du cube, quadrature du cercle, les premiers problèmes de l'analyse infinitésimale et de la théorie du potentiel.)

Dans le développement ultérieur de la science, c'est notre esprit qui, par des raisonnements logiques (combinaison, généralisation, spécialisation), crée lui-même des problèmes nouveaux et féconds. (Problème des nombres premiers, problèmes provenant de la théorie de Galois, de la théorie des fonctions elliptiques et de celle des fonctions automorphes.)

---

[1] Résumé de la conférence tenue par M. HILBERT à la sixième section (*Enseignement et méthodes*) du Congrès international des mathématiciens, le 8 août 1900.

A quelles exigences la solution d'un problème mathématique doit-elle répondre ?

Nous disons qu'une question est résolue, lorsque, en nous appuyant sur un nombre fini d'hypothèses fournies par le problème lui-même, nous pouvons démontrer la justesse de la solution à l'aide d'un nombre fini de syllogismes.

La *rigueur mathématique* que nous exigeons ainsi n'entraîne pas nécessairement des démonstrations compliquées ; la méthode la plus rigoureuse est souvent la plus simple et la plus facile à comprendre. (Introduction des intégrales abéliennes dans la théorie des courbes algébriques, emploi des séries de puissances dans la théorie des fonctions.)

Les conceptions de l'Arithmétique ou celles de l'Analyse ne sont pas les seules qui soient susceptibles d'un traitement rigoureux. Celles de la Géométrie et des sciences physiques le sont également, pourvu qu'au moyen d'un système complet d'axiomes, elles soient aussi bien fixées que les conceptions de l'arithmétique.

Chaque système de conceptions nous conduit à créer un système de symboles destinés à servir d'instruments de démonstration.

Une démonstration faite au moyen des symboles géométriques sera donc parfaitement légitime, dès que l'on se rendra un compte exact des axiomes qui leur servent de base. (Minkowski, Geometrie der Zahlen.)

Lorsqu'un problème présente des difficultés sérieuses, *par quelles méthodes pouvons-nous l'attaquer ?*

D'abord par *généralisation*, en rattachant le problème considéré à un groupe de questions du même ordre. (Introduction des nombres idéaux dans la théorie des nombres algébriques, emploi des chemins complexes dans la théorie des intégrales définies.)

Ou bien par *spécialisation*, en approfondissant l'étude de problèmes anologues plus simples déjà résolus.

L'échec des tentatives faites pour résoudre un problème provient souvent de ce que la question est impossible à résoudre sous la forme donnée. Nous exigeons alors une *démonstration* rigoureuse *de l'impossibilité*. (Axiome des parallèles, quadrature du cercle, résolution algébrique des équations du 5e degré.)

Mais nous avons la conviction qu'en mathématique, il sera tou-

jours possible ou bien de résoudre le problème, ou bien de démontrer qu'il ne comporte aucune solution.

Jamais mathématicien ne sera réduit à dire : *Ignorabimus.*

ÉNONCÉ DE QUELQUES PROBLÈMES

Nous voulons illustrer ce que nous venons de dire par quelques problèmes empruntés aux divers domaines des mathématiques, et qui nous semblent particulièrement propres à contribuer à l'avancement de notre science.

I. Problèmes relatifs aux notions fondamentales

1. *Problème de Cantor sur la puissance du continu.*

Chaque ensemble de nombre est équivalent ou bien à l'ensemble des nombres entiers rationnels, ou bien au continu.

Le premier pas à faire pour trouver la démonstration de ce théorème serait peut-être de résoudre le problème suivant :

Mettre le continu sous la forme d'un ensemble bien ordonné (wohlgeordnete Menge).

2. *Axiomes de l'Arithmétique.*

Trouver un système d'axiomes régissant et définissant les conceptions arithmétiques ;

Examiner si ces axiomes sont indépendants les uns des autres, et, *dans le cas contraire, mettre en évidence les parties communes,* de façon à obtenir un système d'axiomes complètement indépendants ;

Enfin *prouver que ces axiomes sont compatibles*, c'est-à-dire qu'une suite finie de déductions logiques partant de ces axiomes, ne peut jamais conduire à une contradiction.

Nous disons qu'une conception existe au point de vue mathématique, lorsque les axiomes qui la définissent sont compatibles. D'après cette définition, la solution du problème précédent ne serait autre chose que la démonstration de l'existence mathématique du continu. De là, nous serions peut-être conduits à établir de la même manière l'existence des ensembles de puissance transfinie supérieure.