I. — Théorie de l'hyperbole

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **2 (1900)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **26.05.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

LES FONCTIONS HYPERBOLIQUES

DANS L'ENSEIGNEMENT MOYEN

Comme appendice à la leçon sur les propriétés de la fonction e^x, bien des professeurs proposent en exercice à leurs élèves de démontrer les principales formules relatives aux transcendantes

$$\mathrm{sh}x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}, \quad \mathrm{ch}x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}, \quad \mathrm{th}x = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$$

appelées communément *sinus*, *cosinus*, et *tangente hyperboliques* de l'argument réel x; ils signalent les analogies et différences que ces fonctions présentent avec les fonctions circulaires du même nom, et expliquent leur qualificatif d'hyperboliques en remarquant que $X = \mathrm{ch}\, x$, $Y = \mathrm{sh}\, x$ sont les coordonnées d'un point de l'hyperbole équilatère

$$X^2 - Y^2 = 1.$$

Mais là se bornent la plupart du temps les indications qu'ils donnent, et dans aucune partie du cours, les élèves ne sont appelés à en tirer profit. Nous croyons que c'est là une regrettable lacune, et nous sommes persuadé que si les étudiants de nos cours de mathématiques spéciales et de facultés étaient familiarisés avec le maniement des sinus et cosinus hyperboliques comme ils le sont avec celui des sinus et cosinus circulaires, ils sauraient apporter à bien des calculs de notables simplifications ; il est aisé de le prouver par des exemples simples empruntés à des questions élémentaires.

I. — Théorie de l'hyperbole

On peut écrire ainsi les coordonnées d'un point M de l'hyperbole :

$$x = a\,\mathrm{ch}\,\varphi, \quad y = b\,\mathrm{ch}\,\varphi.$$

et les propriétés de la courbe donnent lieu à des développements identiques à ceux qui servent pour l'ellipse ;

$$x' = a \operatorname{sh} \varphi, \quad y' = b \operatorname{ch} \varphi$$

représentent l'extrémité M′ du rayon oM′ conjugué à oM.

II. — Calcul d'une dérivée

Soit la fonction $y = \mathrm{L}\,(x + \sqrt{1 + x^2})$. En posant $x = \operatorname{sh}\varphi$, on a immédiatement

$$x + \sqrt{1 + x^2} = \operatorname{sh}\varphi + \operatorname{ch}\varphi = e^{\varphi}$$

donc $y = \varphi$, ou $x = \operatorname{sh} y$; par suite

$$y' = \frac{1}{\operatorname{ch} y} = \frac{1}{\sqrt{1 + x^2}}$$

III. — Résolution de l'équation $ax^2 + bx + c = o$.

Quand les racines sont réelles et de même signe, on définit un argument circulaire φ par l'égalité

$$\frac{4ac}{b^2} = \sin^2 \varphi$$

et les formules

$$x' = -\frac{b}{a} \cos^2 \frac{\varphi}{2}, \quad x'' = -\frac{b}{a} \sin^2 \frac{\varphi}{2}$$

font connaître les deux racines ; on peut suivre une marche en tout semblable si le produit ac est négatif, à condition de définir cette fois un argument hyperbolique φ par l'égalité

$$-\frac{4ac}{b^2} = \operatorname{sh}^2 \varphi$$

les racines, réelles et de signes contraires, sont

$$x' = -\frac{b}{a} \operatorname{ch}^2 \frac{\varphi}{2}, \quad x'' = \frac{b}{a} \operatorname{sh}^2 \frac{\varphi}{2}.$$