R. Böger. — Ebene Geometrie der Lage ;un vol. in-81-1. 289 p. : prix : 5 Marks : t. VII de la Collection Schubert : Goeschen, Leipzig, 1900,

Autor(en): **Beyel, Dr Christian**

Objekttyp: **BookReview**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **2 (1900)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **25.05.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

plane et de l'espace, de Géométrie élémentaire et projective ; il emploie aussi quelquefois comme instrument utile le rapport anharmonique et en outre il introduit quelques concepts de la Géométrie du triangle et des notions sur les Géométries non-euclidiennes de Lobatschewsky et Riemann.

Le deuxième fascicule, paru récemment, présente encore plus d'intérêt. Son objet est : « les coniques et surfaces du deuxième ordre ». Sans abandonner la prédominance de la méthode de Staudt, l'auteur emploie les relations métriques quand cela facilite l'exposition : les nombreuses figures donnent de la clarté au texte. Il faut remarquer le dernier chapitre qui contient des notions sur les lignes planes et les surfaces coniques d'ordres supérieurs.

R. Böger. — **Ebene Geometrie der Lage ;** un vol. in-8°, 289 p. : prix : 5 Marks ; t. VII de la *Collection Schubert* : Goeschen, Leipzig, 1900.

Rien ne saurait mieux confirmer les progrès réalisés par la pensée mathématique dans les domaines les plus divers que la publication de collections populaires d'œuvres mathématiques. La Maison Goeschen à Leipzig fait paraître actuellement deux collections de cette nature. L'une embrassera, entr'autres, les mathématiques, et comprendra, sous forme d'*abrégés*, une série de petits volumes vendus à un prix très modique (1 fr. le vol. relié). L'autre, dirigée par M. le professeur H. Schubert, se composera d'uae série de *traités* établis sur des bases scientifiques tout en tenant compte des besoins de la pratique ; chaque volume sera rédigé de manière à pouvoir être consulté par les personnes non encore initiées à la branche traitée. Le présent ouvrage fait partie de cette dernière collection. Il est principalement consacré à la *théorie des Coniques*. Dans la première partie les coniques sont envisagées comme engendrées par une ponctuelle ou par un faisceau de rayon ; dans la seconde on les considère comme directrices (Ordnungscurve) d'un système polaire.

L'auteur a publié autrefois un mémoire (Ueber Büschel und Netze von ebenen Polarsystemen, Hambourg, 1886) ayant pour objet la suppression de l'imaginaire en géométrie de position. A cet effet il généralise la notion employée par V. Standt sous la dénomination de *Wurf*. A quatre points ABCD il fait correspondre de trois manières différentes trois couples de points. Deux de ces couples constituent ce qu'il appelle un *Wurf*. Il y a trois cas possibles : AB.CD : AC.BD et AD.BC. Dans le second cas les couples sont séparés, c'est le système *elliptique* : les deux autres systèmes AB.CD et AD.BC sont dits *hyperboliques*. On sait que deux couples de points déterminent une involution : on distingue d'ordinaire le cas elliptique du cas hyperbolique. La notion d'éléments doubles conduit alors aux imaginaires : dans le cas d'une involution elliptique les éléments doubles sont imaginaires : ils sont réels dans le cas d'une involution hyperbolique. M. Böger fait la distinction, dès le début, dans la définition du *Wurf* : il ne parle des éléments doubles que dans le cas d'une involution hyperbolique et parvient ainsi à évlter l'introduction des imaginaires. L'auteur estime que cette notion n'est pas seulement inutile mais qu'elle est même nuisible. Etant donné qu'elle ne répond à aucune conception réelle, elle a pour effet d'obscurcir le sujet. Nous ne pouvons pas nous rallier à cette manière de voir. L'imaginaire repose sur une définition à l'aide de laquelle on opère

en géométrie comme avec les autres définis. Elle permet de faire une distinction très précise entre ce qui est concevable et ce qui ne l'est pas ; aussi apporte-t-elle de l'ordre dans la théorie sans l'obscurcir. Les théorèmes prennent une forme plus générale et peuvent être énoncés d'une manière beaucoup plus simple. Selon nous la notion des imaginaires ne doit pas être écartée des manuels ; c'est d'ailleurs l'opinion de V. Standt et de Reye : et nous ne croyons pas que par l'absence de la notion des imaginaires le livre de M. Böger ait atteint une plus grande clarté dans l'exposé.

L'auteur écarte également tout calcul et tout moyen auxiliaire emprunté à la planimétrie. « Mais, puisque l'exercice et l'étude relative à l'égalité et au parallélisme sont d'un grand secours : fournissent d'important notre faculté de conception des choses, » les conséquences planimétriques ont été traités dans des paragraphes marqués d'un astérisque. Cependant dans d'autres ouvrages, par exemple dans celui de Reye, les relations métriques sont examinées d'une manière très approfondie, et nous ne croyons pas que ces auteurs n'aient fait que suivre une mauvaise habitude. Il nous semble au contraire que cela tient à ce que ces considérations spéciales sont à la fois intéressantes et utiles. Tous ceux qui appliquent la géométrie de position au dessin savent qu'en général les constructions nécessitent les relations métriques qui dans l'ouvrage de M. Böger n'occupent qu'une place tout à fait secondaire.

Nous venons d'indiquer les points essentiels par lesquels cet ouvrage s'écarte des traités classiques (V. Standt et Reye). Dans leur ensemble les matières traitées sont celles que l'on trouve dans le premier volume de la géométrie de Reye. Quant à l'ordre adopté, M, Böger débute par les *figures perspectives* (homologiques). En procédant ainsi il donne satisfaction à tous ceux qui étudient cette branche dans ses relations avec la géométrie descriptive. A la perspectivité (homologie) se rattachent les figures harmoniques : viennent ensuite la projectivité (homographie), l'involution, les sections coniques, et les théorèmes de Pascal et de Brianchon. Puis l'auteur examine les propriétés projectives et involutoires des coniques et la théorie des pôles polaires. Les chapitres relatifs aux diamètres, aux foyers et au cercle de courbure donnent lieu à quelques considérations sur les relations métriques.

La seconde partie traite de la collinéation, de la réciprocité et des systèmes réciproques de plans en involution. Ces systèmes que l'auteur désigne sous le nom de champ polaire (*Potarfeld*) ; font l'objet d'une étude très approfondie ; la conique joue le rôle de directrice (*Ordnungseurve*). A ces développements viennent se rattacher les considérations relatives au faisceau de champs polaires, et en particulier à deux champs polaires. D'autre part l'auteur étudie une certaine correspondance entre une ponctuelle et une série de points sur une conique ; il lui donne le nom d'involution du 3e ordre. Il examine enfin la construction la plus générale d'une conique à l'aide de cinq involutions ; il y parvient en envisageant chaque couple d'une involution polaire comme éléments doubles d'une nouvelle involution dite l'involution adjointe.

Les dénominations que l'on rencontre dans cet ouvrage s'écartent souvent des termes bien choisis que l'on emploie depuis longtemps en géométrie de position. On y trouve en outre beaucoup de définitions et d'expressions nouvelles qui pourraient avoir leur place dans un mémoire mais qui sem-

blent déplacées dans un manuel tel que celui-ci. Il en résulte que les questions d'un intérêt général ne prennent pas une forme plus simple que dans d'autres ouvrages. Nous croyons donc que cet ouvrage, écrit d'ailleurs sous une forme très claire, trouvera meilleur accueil dans les milieux scientifiques que chez les praticiens auxquels il était spécialement destiné.

Dr Christian Beyel (Zurich).

José Echegaray. — **Lecciones sobre resolucion de ecuaciones y teoria de ecuaciones.** Madrid, 1899.

L'apparition, chez nous, d'un ouvrage consacré à la théorie de Galois sur les équations peut être considérée comme un événement.

Dans l'enseignement de l'Algèbre nous sommes encore obstinés à suivre, presque sans y rien ajouter de nouveau, les doctrines classiques qui se terminent au célèbre théorème de Sturm ou au non moins célèbre théorème de Cauchy, si fondamental aujourd'hui dans les cours modernes d'Analyse.

M. Echegaray, en publiant ses remarquables leçons données à l'Athénée de Madrid, a donné un coup de bélier à notre routine invétérée qui résiste avec entêtement, dans nos établissements d'enseignement, à l'introduction des concepts combinatoires, presque restreints à présent à la théorie des déterminants et à quelques ébauches sur la théorie des congruences : nous ne nous inquiétons pas de la prépondérance des concepts d'ordre et de combinaison dans toutes les branches de la Mathématique.

M. Echegaray commence son exposition en montrant l'enchaînement des questions qui présentent de jour en jour une plus grande amplitude et exigent de nouveaux algorithmes pour aboutir aux solutions.

« Parler de la résolution des équations, dit-il, c'est parler de l'*infini*, parce qu'il existe des classes infinies d'équations, et nous ne pouvons en résoudre qu'un très petit nombre : il faut, pour le voir, combiner sous le signe d'une intégrale définie tous les signes algébriques qui nous sont connus. »

En passant de l'équation implicite à l'équation explicite, on augmente le *degré de sa transcendance ;* nous nous élevons ainsi, depuis les fractions, les quantités négatives, imaginaires, jusqu'aux fonctions elliptiques, etc.

Conduit au calcul symbolique, il donne une très élégante démonstration géométrique du principe fondamental des équations, et il établit d'abord les rapports entre les fonctions symétriques des racines d'une équation et ses coefficients, En présence de l'impossibilité de suivre une méthode synthétique, et à défaut d'une méthode générale, il poursuit la méthode analytique, se servant des exemples des équations des quatre premiers degrés, dans le but d'offrir une ébauche de ce que serait la méthode générale : il apprend à trouver la *résolvante*, et développe la théorie des substitutions, l'obtention de l'inconnue au moyen de la multiplication : la représentation analytique des substitutions est mise en lumière par de nombreux exemples, ainsi que l'étude des transpositions et des cycles, qui est rendue intuitive à l'aide de représentations graphiques ingénieuses, où l'on emploie des transversales comprises entre des parallèles : il fait voir que pour chaque cycle, la *transversale du produit est la résultante du produit des facteurs*, pour obtenir la substitution transformée par une autre. L'emploi du tableau que M. Echegaray appelle *de Cauchy*, et sa représentation symbolique, facilitent la