J.-H. Graf et Ed. Gubler. — Einleitung in die Theorie der Bessel' schen Funktionen ; I, die Bessel'schen Funktionen erster art (14.3(14.3 p.); II, die Bessel'schen Funktionen zweiter Art (156 p.) ; prix : fr. 8. ; Wyss, Berne, 1899.

Autor(en): **Cailler, C.**

Objekttyp: **BookReview**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **3 (1901)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **23.05.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

temps t »; cette étude est suivie d'applications très intéressantes aux opérations complexes de Bourse.

M. Bachelier termine sa thèse par une remarque qu'il est bon de commenter : « si à l'égard de plusieurs questions traitées dans cette étude, j'ai comparé les résultats de l'observation à ceux de la théorie, ce n'était pas pour vérifier des formules établies par les méthodes mathématiques, mais pour montrer seulement, que le marché à son insu, obéit à une loi qui le domine : la loi de la probabilité ». Cette remarque donnée comme conclusion d'un travail original appuyé sur des documents nombreux, apparaît comme une confirmation de l'idée que je présentais brièvement au début de ce résumé, c'est-à-dire que tout groupe social a des tendances à se déterminer comme tout individu, d'après une probabilité préalable en rapport immédiat avec les documents qu'il possède sur les objets qui entrent dans son jugement. Nous devons à la fois remercier M. Bachelier de nous avoir donné un aussi beau travail scientifique et le féliciter de son intéressante initiative. Il y a là une question de confiance heureusement résolue pour les mathématiciens futurs, qui par l'usage des statistiques de plus en plus riches et précieuses ainsi que par l'emploi des procédés et des symboles de l'analyse, établiront une science économique, avec un succès égal à celui des audacieux qui crurent la mécanique rationnelle et la physique mathématique.

L. Desaint (Paris).

E. Delage. — **La chiffrocryptographie** à transmutations numériques variables, ou l'Art de s'écrire en secret absolu avec des chiffres ; in-18, 64 p. ; prix, 2 francs, chez l'auteur, 5, rue de Mogador, Paris, 1900.

Le titre un peu compliqué en apparence qu'a adopté l'auteur dérive selon lui de la nécessité de distinguer les écritures secrètes où l'on emploie des chiffres de celles où l'on emploie des lettres. Son système repose essentiellement sur l'emploi d'un tableau (transmutographe) où les sons, et non pas seulement les caractères, sont représentés par des groupes de deux chiffres. Il expose successivement deux systèmes, arrive ensuite à quelques conseils de pratique générale, donne enfin plusieurs tableaux, un code de phraséologies fixes, et des éléments phraséologiques.

C'est une étude des plus consciencieuses, et théoriquement intéressante au point de vue mathématique. Quant à l'impossibilité *absolue* du déchiffrement, c'est une question sur laquelle il est prudent de ne se prononcer qu'après expérience faite, tellement est grande l'habilité de divination de certains spécialistes. Il semble cependant que les procédés de M. Delage sont très supérieurs à la plupart des « chiffres » connus, par exemple aux écritures historiques secrètes dont la traduction fit à juste titre un certain bruit, il y a quelques années.

J.-H. Graf et Ed. Gubler. — **Einleitung in die Theorie der Bessel'schen Funktionen ;** I, die Bessel'schen Funktionen erster art (143 p.) ; II, die Bessel'schen Funktionen zweiter Art (156 p.) ; prix : fr. 8. ; Wyss, Berne, 1899.

L'étude de la théorie des fonctions bessélienne offre un vif intérêt à plusieurs point de vue. Ces fonctions constituent par leur définition et par

leurs propriétés une extension naturelle des fonctions trigonométriques; elles fournissent un exemple simple pour les méthodes générales de la théorie des fonctions et de celle des équations différentielles linéaires; enfin elles s'offrent d'elles-mêmes dans une foule d'applications importantes en Physique et en Mécanique céleste.

Aussi la littérature qui les concerne comprend-elle — outre les mémoires originaux — nombre de monographies plus ou moins étendues. Celle que nous devons à la plume autorisée de MM. Graf et Gubler est non seulement la dernière en date, mais nous paraît ne pas pouvoir être assez recommandée à l'attention des personnes qui s'occupent de cette partie de l'Analyse. L'étudiant, en particulier, qui connaît déjà les fonctions bessëliennes par leurs applications, trouvera dans cet ouvrage de quoi approfondir dans tous les sens ses connaissances au point de vue théorique. Les auteurs ont en effet laissé de côté toute application; leur but unique était d'exposer la théorie de Bessel, d'après les idées de l'illustre Schlæfli, d'une manière aussi parfaite que possible.

L'ouvrage se compose de deux fascicules. Le premier est consacré aux fonctions bessëliennes de première espèce. Il débute par une introduction historique où se reconnaît l'érudition toujours bien informée de M. Graf. Dans les cinq chapitres suivants, nous trouvons exposées, par des méthodes en grande partie personnelles aux auteurs, les propriétés et les diverses formes des fonctions de Bessel $J_n(x)$, ainsi que des fonctions complémentaires et associées $K_n(x)$, $P_n(x)$, $Q_n(x)$; valeurs asymptotiques des $J_n(x)$ pour $x = \infty$; racines des $J_n(x)$, développement d'une fonction arbitraire en séries de la forme $\Sigma A_\lambda J_n(\beta_\lambda x)$ où β_λ sont les diverses racines de $J(\beta_\lambda) = 0$. A signaler l'usage si habile qui est fait aux chapitre II et V des lacets et autres intégrales complexes.

Le deuxième fascicule, en huit chapitres, s'occupe surtout des fonctions de deuxième espèce. Elles sont définies, non comme secondes solutions à point logarithmique de l'équation différentielle des $J_n(x)$, mais d'après C. Neumann et Schlæfli. Si l'on développe la fonction $\frac{1}{x-y}$ en série de la forme $O^0(x)J^0(y) + 2\Sigma O^n(x)J^n(y)$, $O^n(x)$ est la fonction de seconde espèce. La définition est entièrement analogue à celle qui est en usage pour les fonctions sphériques. Les $O^n(x)$ sont des polynomes en $\frac{1}{x}$. L'étude de leurs propriétés, des équations différentielles qu'ils vérifient, de leurs relations avec $J_n(x)$ et la complémentaire $K_n(x)$ remplit les trois premiers chapitres. Les cinq derniers contiennent des exemples de développements suivant des fonctions bessëliennes de première et de seconde espèce, les formules d'addition, développement en fractions contiuues et polynômes de Schlæfli, relation des fonctions bessëliennes avec les séries hypergéométriques ou l'étude de l'intégrale de Schlæfli $\int_0^\infty J_a(x)e^{-nx}\, x^{c-1}\, dx$ enfin, intégrale discontinue de Gubler $\int_0^\infty J_m(cx)\, J_n(x)dx$.

Si les indications précédentes permettent de comprendre le plan de l'ouvrage et la richesse des matières traitées, il ne peut donner qu'une idée bien insuffisante de la manière distinguée dont les auteurs ont rempli leur

programme. Leur ouvrage doit être consulté par toutes les personnes qui ont à s'occuper des fonctions de Bessel; ajoutons que des indications bibliographiques très complètes permettent au lecteur de s'orienter dans la littératnre du sujet.

C. Cailler (Genève).

Th. Crivetz. — **Essai sur l'équidistante**, in-8°, 50 p.; Bucarest, Inst. C. Göbl, 1900.

Nouveau travail sur le postulatum d'Euclide. L'auteur examine quelques propriétés de la ligne plane équidistante d'une droite donnée du plan. Ensuite il s'attache à conclure que cette ligne équidistante se compose de deux droites parallèles. Il considère que la théorie des parallèles, la somme des angles d'un triangle rectiligne, la nature des équidistantes d'une ligne droite donnée sont intimement liées et forment un seul problème.

La brochure de M. Crivetz sera certainement lue avec intérêt par tous les mathématiciens que passionne la lutte des euclidiens et non-euclidiens, dont les lecteurs de l'*Enseignement Mathématique* ont été déjà souvent entretenus.

Briefwechsel zwischen Carl Friederich Gauss und Wolfgang Bolyai, mit Unterstützung der Ungarischen Akademie der Wissenschaften herausgegeben von Franz Schmidt und Paul Staeckel. Un vol. in-4°, de xvi-208 p., relié, prix : fr. 20. — B.-G. Teubner, Leipzig, 1900.

Si le nom de Gauss est inséparable de celui de W. Bolyai dans l'histoire de la science, cela ne tient pas seulement au fait qu'ils restent tous deux attachés à un même domaine de recherches, mais aussi à l'amitié profonde qui liait ces deux géomètres. Gauss et Bolyai se sont rencontrés pour la première fois à l'Université de Goettingue en octobre 1796 ; l'un était âgé de dix-neuf ans, l'autre de vingt-deux. Ils passèrent ensemble plus de deux années dans une grande intimité à la poursuite d'un même idéal. Tous deux portèrent déjà leur attention sur les problèmes fondamentaux de la science, et c'est à ce moment-là qu'ils échangèrent leurs premières réflexions sur les fondements de la Géométrie qui devaient les préoccuper jusqu'à la fin de leur vie. Ils se séparèrent en mai 1799 et, bien que les circonstances ne leur permirent plus de se revoir, ils restèrent en correspondance pendant plus d'un demi-siècle, jusqu'à la mort de Gauss, en février 1855; Bolyai mourut au mois de novembre de l'année suivante.

C'est cette correspondance qui a été recueillie et annotée par MM. Schmidt et Stackel et qui vient d'être publiée en un superbe volume, grâce à l'appui de l'Académie des Sciences de Budapest. Elle apporte une foule de détails nouveaux sur la vie intime des deux savants. Il ne s'agit donc pas d'une simple correspondance scientifique, mais de lettres échangées entre deux amis intimes qui se communiquent de temps à autre tout ce qui les préoccupe dans le domaine de la science pure comme dans celui de la vie ordinaire.

Ces lettres nous permettent de suivre Gauss dans sa carrière scientifique remplie de gloire et dans sa vie privée exempte de grands soucis, tandis que, d'autre part, elles nous montrent Bolyai, isolé en Hongrie dans un milieu entièrement réfractaire aux mathématiques et continuellement en lutte avec