L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES (1)

Autor(en): **Méray, Ch.**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **3 (1901)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **24.05.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-4646

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES [1]

Aux notions si variées que nous pouvons puiser dans la contemplation d'objets, de phénomènes quelconques, se mêlent presque fatalement celles que fournit le *dénombrement* conçu dans son essence générale ; elles dominent même tous nos aperçus sur le monde matériel dont nous sommes incessamment préoccupés. L'art de les saisir et de les manier rapidement, de leur faire subir des transformations visant au but poursuivi, est donc un instrument nécessaire à l'acquisition et à la combinaison de la plupart de nos idées, un facteur essentiel de toutes nos connaissances.

L'abstraction, division spéciale du travail de l'esprit, a dégagé cet art de toute allusion aux substances d'une variété infinie, dans lesquelles il peut indifféremment se concréter, et, cultivé assidûment pour lui-même, il s'est condensé en règles méthodiques dont l'enchaînement constitue la science générale des *nombres*, ou *Analyse mathématique*. C'est un monument dont, par une exception singulière, tous les matériaux n'ont été tirés que de lui-même ; il est d'aspect sévère et assez étrange, mais il est grandiose, le plus solide et le plus parfait peut être que le travail intellectuel des hommes ait édifié. Nulle science n'intervient aussi

---

(1) Sous le titre *Considérations sur l'enseignement des Mathématiques*, M. Ch. Méray a publié en 1892 dans la *Revue Bourguignonne de l'Enseignement supérieur*, une étude fort remarquable, dont a été extrait le présent article. Le travail *in extenso* dont il s'agit a été tiré à part en brochure, mais cette brochure est depuis bien longtemps épuisée. Il nous sera permis d'exprimer le vœu qu'une réédition permette au public mathématique d'en prendre connaissance. L'*Enseignement mathématique*, dans tous les cas, a jugé que l'extrait actuel présenterait un véritable intérêt pour ses lecteurs, dont bien peu, sans doute, connaissent l'étude de M. Méray. Il y a peut-être quelques points de détail sur lesquels un léger désaccord pourrait se produire entre l'auteur et nous ; mais l'œuvre nous paraît si juste dans l'ensemble, si sincère, si bien inspirée par le désir profond d'une meilleure culture intellectuelle de la jeunesse, que les divergences disparaissent pour ainsi dire et ne laissent place qu'à la plus sympathique approbation.

(NOTE DE LA RÉDACTION.)

fréquemment dans nos spéculations scientifiques et dans nos actes les plus vulgaires : ses formules tracent au marin sa route sur le ciel, à l'ingénieur les détails variés du plan de sa construction, elles codifient les lois des phénomènes naturels ; mais ses premières règles ne sont pas moins nécessaires au journalier pour établir ses modestes comptes.

La *forme* et l'*étendue* des corps, leurs *positions relatives* dans l'espace, ne frappent pas moins notre attention quand elle se dirige sur eux, que leurs rapports purement numériques. La *Géométrie* embrasse l'ensemble de ces notions, multipliées aussi par l'imagination et soudées par le raisonnement. Par ses procédés, par son ordonnance générale, elle se rapproche beaucoup de l'Analyse ; au fond même, elle n'est guère qu'une mise en œuvre spéciale de ses principes et lui est à ce titre entièrement subordonnée. Elle est un instrument aussi indispensable à l'étude et à l'exploitation du monde matériel.

L'usage a réuni ces deux sciences sous la dénomination générique de *Mathématiques pures*, et a groupé dans les *Mathématiques appliquées*, toutes celles résultant effectivement de l'application de l'Analyse et de la Géométrie au développement d'un très petit nombre de notions spéciales. Il semblerait plus naturel de mettre à part l'Analyse, qui prête sans cesse ses principes mais n'en emprunte aucun ailleurs, de réserver le nom de Mathématiques pures à ses diverses branches, puis de placer à sa suite, dans les Mathématiques appliquées, toutes les sciences trouvant dans ses formules un appui essentiel et continu. En les rangeant dans l'ordre où chacune est nécessaire aux suivantes mais non aux précédentes, on y rencontrerait la Géométrie, la Mécanique, la Physique mathématique,.... Il est difficile de préciser le terme de cette liste ; mais il n'est pas déraisonnable d'espérer qu'elle comprendra plus tard toute la Physique, la Chimie et même la Biologie, car chaque jour, se comble un peu l'abîme qui en écartait autrefois toutes ces sciences.

Quoi qu'il en soit, l'Analyse et la Géométrie figurent parmi les agents les plus efficaces de la formation du patrimoine économique et intellectuel des individus et des nations ; leur influence est directe par les facilités qu'elles donnent aux évaluations et transactions journalières, indirecte, mais aussi grande, par leurs

applications innombrables à toutes les sciences, à la Mécanique, à la Physique générale en particulier, où les Arts industriels, la Biologie agricole et médicale, vont de plus en plus chercher des lumières. Ainsi s'explique et se légitime la concession formelle faites aux Mathématiques, par tous les peuples civilisés, d'une place plus ou moins étendue dans l'éducation de la jeunesse.

Aux hommes de toutes conditions, la possession de leurs premiers éléments n'est pas moins nécessaire que la langue maternelle ; leurs parties moyennes comprennent les connaissances théoriques les plus indispensables à l'exercice des professions industrielles, celles en même temps qui rendent possible l'acquisition des autres. Par surcroît, et ce n'est pas un médiocre bienfait, leur étude est la culture la plus propre à assouplir l'esprit, à lui donner de la sûreté et de la pénétration ; à chaque pas, ses forces s'exercent effectivement sur mille thèmes variés par leurs sujets, gradués dans leurs difficultés, et, pour les poser, pour les traiter, le matériel requis ne se compose que d'une plume et d'un morceau de papier. A ce point de vue, l'étude de la Géométrie se recommande particulièrement : elle est moins abstraite, moins serrée que l'Analyse ; parlant aux yeux, elle partage l'aptitude spéciale des perceptions optiques à pénétrer dans l'esprit et à se fixer dans la mémoire. Son immixtion aux spéculations dirigées sur le monde matériel est d'ailleurs plus directe et bien plus apparente.

..... L'enseignement des Mathématiques, primé seulement par celui du langage et surtout des vérités morales, s'adresse donc à tout le monde, depuis l'enfant qui épèle les noms des nombres, l'apprenti s'exerçant aux tracés géométriques, jusqu'à l'élève ingénieur s'appropriant les règles essentielles du Calcul infinitésimal, sans parler du futur professeur qui ne sera pas maître de son sujet avant de l'avoir vu de très haut. Cependant les progrès de cet enseignement n'ont pas suivi ceux de la science qui est son objet; il s'en faut plus encore qu'il donne toute la satisfaction désirable aux besoins intellectuels et professionnels de la jeunesse. L'Arithmétique torture les enfants par des difficultés mal divisées et qu'une préméditation pédante grossit trop souvent à plaisir ; elle leur impose plus d'efforts désespérés que tout le reste des Mathé-

matiques, et les laisse pourtant sans préparation sérieuse à l'Algèbre. Celle-ci, de son côté, commence par les accabler sous un amas inattendu de notions dont la diversité n'a d'égale que leur confusion et leur obscurité : l'alphabet des signes algébriques présenté solennellement comme une initiation cabalistique, des considérations incohérentes ou prématurées sur le calcul des polynômes, d'autres inintelligibles sur les quantités négatives, sur de prétendus symboles de l'infini, de l'impossibilité, de l'indétermination, sur les quantités imaginaires dont on parle pour nier leur existence, etc., fantômes grimaçants dont les ébats grotesques intimident les faibles, importunent longtemps les plus robustes. Tout cet appareil, pour arriver comme première étape, et souvent pour en rester là, à manier méchamment les expressions courantes, à deviner des charades composées à outrance sur les équations du deuxième degré ! A cet encombrement de puérilités difficiles, succèdent sans doute des choses intéressantes ; mais on les gâte, on les étouffe par des tours de gobelets exécutés en intermèdes sur la formule de Moivre, sur l'abaissement inutile de certaines équations, par des variations fastidieuses et sans fin sur la règle de Descartes, le théorème de Rolle et autres théorèmes encore bien plus minces.

Au sommet de cette voie douloureuse, les élus en petits nombres trouvent le Calcul Infinitésimal comme une couronne d'épines, car chez eux est devenue proverbiale l'obscurité des notions qu'on persiste à lui donner pour principes. Il débute par des enfantillages et poursuit par des paralogismes entassés sans ordre. On finit cependant par savoir différentier et intégrer ; mais combien il a fallu rabattre de ces prétentions à la rigueur, où l'on s'était complu en Arithmétique et en Géométrie ! C'est bien le terrain où la foi ne peut venir qu'en marchant ; on ne voit effectivement ni d'où l'on part, ni où l'on va. Quant à la Géométrie élémentaire, semblable à ces maniaques dont les maisons s'encombrent de vieilleries rapiécées, montrées à tout venant, conservées et maniées comme d'inestimables joyanx, elle croit encore se parer en se chargeant d'objets enfantins que vingt siècles ont défraîchis. Divisée comme une écriture sibylline en « Livres » numérotés, elle proclame pompeusement qu'elle va tirer tout de rien, et sacrifie tout en effet à cette risible prétention.

Mais ses oracles ne consistent guère qu'en un fouillis de propositions mesquines, les plus vides en vedette comme le trop fameux postulatum d'Euclide, dont les plus difficiles sont toujours les moins intéressantes. Les propriétés des perpendiculaires, des parallèles, des triangles se mêlent confusément, la théorie du cercle enjambe sur celle de la ligne droite. A force de la trouver muette sur l'espace à trois dimensions, l'adepte croirait volontiers qu'il n'existe pas; mais aussitôt elle le détrompe d'une main brutale en le précipitant par son « Cinquième Livre » au fond d'un labyrinthe inextricable d'où il s'échappe les mains presque vides. Elle se plaît à l'embarrasser sans cesse de son dédain affecté pour les signes de l'Algèbre qui cependant la domine de si haut. Cette éducation spartiate n'amène même pas l'élève à comprendre sans compléments les faits vulgaires de la Cinématique et les constructions de la Géométrie descriptive; il est condamné à la refaire de fond en comble s'il veut s'engager dans la Géométrie générale.

Cet acte d'accusation (suis-je bien tenu de l'affirmer ?) ne vise pas les inventeurs, pour lesquels nous n'aurons au contraire jamais assez de reconnaisssnce ni d'admiration. Il ne vise pas non plus les professeurs, voués précisément à la tâche si pénible et si méritante d'écarter pour les jeunes intelligences les ronces de ces chemins dont « aucun n'est royal »; le réseau serré de traditions, de règlements où ils sont étranglés, leur ôte bientôt jusqu'à l'idée qu'une seule maille puisse impunément en être rompue. Je veux seulement parler des Mathématiques *classiques* qui ont abreuvé mon enfance de tant de dégoût, dont mon âge mûr s'est usé à percer de part en part les épaisses ténèbres. A certains yeux sans doute, la forme passionnée de mes critiques est une irrévérence; mais en les écrivant, j'entends déjà les applaudissements de leurs victimes, hélas ! trop nombreuses, car ce sont tous ceux qui les ont étudiées.

A quoi faut-il attribuer les vices persistants d'un enseignement de cette importance ? Les causes en sont multiples. Pour la Géométrie élémentaire, il y a tout d'abord cette croyance si fausse, épave des superstitions scientifiques du passé, que tout est de perfection divine dans l'œuvre des Grecs d'il y a deux mille ans, que rien sans sacrilège n'y peut être touché. Et même en Angle-

terre, des voix autorisées me l'ont du moins affirmé, le texte d'Euclide est encore classique comme aux beaux jours de l'Ecole d'Alexandrie ; dans leurs réponses, les candidats sont tenus de citer jusqu'aux numéros de ses propositions. Si ce n'est pas là un fanatisme imbécile, brisons nos machines électriques et reprenons le morceau d'ambre que Thalès frottait. Le même sentiment de respect irréfléchi pour les travaux qui ont marqué, fige la science dans bien d'autres immobilités ; en se confinant dans une imitation servile des grands hommes, la postérité les venge sans doute de l'indifférence de leur temps, mais c'est à ses dépens. Puis, on s'exagère les inconvénients de modifications sérieuses dans le fond commun où se puisent les moyens courants d'échanger nos idées mathématiques; on y voit une langue à respecter malgré les irrégularités qui la déparent, qui sèment son étude de mille difficultés. Il y a enfin cette paresse humaine innée, que l'aiguillon du besoin ne réveille pas toujours, et ici c'est bien pis; car il ne s'agit pas d'une machine ayant pour maître un particulier qu'elle ruinerait bientôt s'il n'était pas attentif à sa marche, à son entretien, prompt à remplacer ses organes usés, qui même est jaloux quelquefois d'en montrer la beauté. Nous nous trouvons en présence d'une construction vaste et compliquée, que cimentent des habitudes traditionnelles renforcées par des prescriptions légales; la masse inconsciente pâtit de ses vices ; mais parmi les intéressés, aucun n'en arrache une pierre; tantôt ils ne le peuvent, tantôt ils ne le veulent pas, car il n'y aurait point pour eux de rémunération suffisante. Qui songe à combler l'ornière d'un chemin où il n'a plus à passer?

..... Avant d'exposer les modifications que je rêve dans l'enseignement des Mathématiques à ses divers degrés, il convient de formuler quelques principes généraux de la matière, qui, s'ils sont admis par le lecteur, lui feront juger ces innovations, comme à moi, désirables.

Dans le monde intellectuel, comme dans celui de la matière et de l'énergie, rien ne sort jamais de rien, et tous les raisonnements scientifiques sont infiniment moins des créations de vérités nouvelles que des transformations d'idées auparavant acquises d'une manière ou d'une autre, qu'un moyen d'une puissance

extraordinaire pour grouper nos connaissances dans l'ordre où elles sont le plus faciles à conserver, à transmettre et à étudier. Ne pouvant donc nous passer de ces idées premières, dites *hypothèses* dans les sciences physiques, *axiomes* en mathématiques, nous trouvant en présence d'un nombre *incalculable* de notions ou *propositions* pouvant être enchaînées de mille manières par le raisonnement, il est absolument indifférent *au point de vue de la certitude du tout*, que telles ou telles, en nombre plus grand ou plus petit, soient prises pour jouer ce rôle d'idées premières. La conquête d'une vérité nouvelle est assurée par la justesse du raisonnement qui peut y conduire et par l'exactitude de ses prémisses, *quelles qu'elles soient*.

La certitude d'un groupe de notions susceptibles d'être solidarisées par le raisonnement est une qualité d'*ensemble*, n'appartenant à aucune d'elles en propre, à l'exclusion des autres; et, pour ainsi dire, jamais, l'exactitude d'une hypothèse physique ne peut être constatée autrement que par la vérification expérimentale de l'ensemble des conséquences accessibles à l'observation, que le raisonnement permet d'en tirer. Personne encore n'a perçu directement une molécule d'éther; on sait néanmoins que le fluide de ce nom existe et qu'il vibre, parce qu'on a réussi à éteindre un rayon lumineux en lui en superposant un autre; on sait que ses vibrations sont transversales, parce que deux rayons polarisés à angles droits ne peuvent interférer. De même pour le principe de la gravitation universelle, dont la solidité n'est révélée que par l'accord constant des prévisions qu'il fournit, avec les observations des astronomes, etc., etc.

L'exactitude d'un axiome mathématique n'a pas d'autre caractère; on a voulu, on veut encore lui imposer l'*évidence;* mais le sens de ce mot est tout relatif. Tel fait aperçu sans effort par un esprit donné ne le sera pas par un autre, soit que la nature ait fait ce dernier moins pénétrant, soit qu'il ait été moins exercé. Si d'ailleurs il nous était facile d'analyser complètement les circonstances qui ont donné pour nous une évidence relative à tel fait déterminé, nous y trouverions sans aucun doute, mêlées à des perceptions directes, les perceptions indirectes fournies par la vérification sensorielle de ses conséquences logiques immédiates. Entre l'exactitude d'une hypothèse physique et l'évidence d'un

axiome mathématique, il n'y a donc aucune différence essentielle : il y a seulement celle du moins grand au plus grand.

La rigueur d'un enchaînement de propositions, d'une théorie scientifique, comme on le dit, ne dépend donc, ni de la nature, ni du nombre des hypothèses ou axiomes qui la fondent, mais seulement d'un départ fait exactement par l'esprit, entre eux et ce qu'il en tire par le raisonnement.

Plus on s'éloigne de l'Analyse dans le domaine général des sciences exactes, plus s'écartent aussi les limites entre lesquelles peut se faire le choix des axiomes ou hypothèses ; des circonstances variées peuvent nous recommander tels ou tels, mais aucune ne peut nous les imposer.

Quant à la réduction outrée du nombre des vérités à garder comme premières, c'est un jeu puéril de l'esprit, comparable à celui qui consiste à faire tenir un objet quelconque sur sa pointe. Les physiciens le dédaignent et s'en trouvent bien.

..... La nécessité, pour chaque théorie, de fournir en même temps une préparation aux suivantes, ainsi que le soulagement éprouvé par l'esprit chaque fois qu'il se retrouve en présence de choses qui ne lui sont pas tout à fait inconnues, prescrivent un maintien soigneux, dans les énoncés et dans les démonstrations, de toute analogie pouvant exister entre les faits qu'ils concernent. D'après cela, il conviendrait de ne pas employer la formule de résolution d'une équation du deuxième degré, à la démonstration des relations existant entre ses coefficients et ses racines, puisque des formules de ce genre n'existent pas pour les équations de degrés plus élevés, alors pourtant que ces relations sont les mêmes.

Dans chaque démonstration, comme dans chaque énoncé, il faut encore, autant que possible, si je puis m'exprimer ainsi, traiter les objets variés qui y sont intéressés, suivant un cérémonial réglé d'après les rôles identiques ou différents qu'ils peuvent y jouer. Cette observation s'applique aux notations qu'on ne saurait jamais choisir trop judicieusement, la question fût-elle des plus simples. Pour la formule du binôme, par exemple, elle me ferait préférer un énoncé, une écriture, un raisonnement, n'impliquant tous aucune distinction faite, même provisoirement, entre les deux parties de la somme dont il s'agit de développer une puissance.

A plus forte raison, faut-il proscrire les définitions appelées à être changées plus tard. Celle de la tangente au cercle, consistant à dire qu'elle le rencontre en un seul point, est mauvaise parce qu'elle ne s'applique ni aux lignes gauches, ni aux lignes planes rencontrées par leur tangente ailleurs qu'au point de contact. Celle de la similitude des polygones par l'égalité de leurs angles et la proportionnalité de leurs côtés l'est encore, puisqu'il faut la modifier une première fois pour les polyèdres, une deuxième fois pour les figures courbes. Après avoir défini l'homothétie, on dit que ces dernières sont semblables quand un déplacement convenable peut les rendre homothétiques. Cette définition est bonne parce qu'elle est définitive, et que d'ailleurs, la perception expérimentale de la similitude de deux figures est aussi facile, quand elles sont placées en homothétie, que difficile quand elles ne le sont pas.

... Je passe maintenant à la partie technique de mon travail, celle où j'ai à tracer un plan rationnel d'études mathématiques. Pour fixer les idées et pour envisager la question dans sa plus grande étendue, je supposerai qu'il s'agit d'élèves appelés à parcourir le cycle entier de matières classiques, y compris ce qui appartient à l'enseignement supérieur. Ce programme doit assurément être amendé pour ceux qui n'iront pas jusqu'au bout, et cela suivant l'éloignement du point où ils s'arrêteront; mais je ne puis tout dire ici, et d'ailleurs ces modifications ne sont guère que de simples coupures. Je commencerai par l'Analyse, ce mot conservant le sens que je lui ai donné jusqu'ici; je poursuivrai par la Géométrie, et je terminerai par quelques indications sur la Mécanique.

On ne peut faire une étude raisonnée d'un sujet quelconque, avant d'avoir acquis empiriquement une certaine somme de notions le concernant: autrement, l'élève ne sait à quoi appliquer ce que le maître lui dit. La Grammaire, par exemple, resterait toujours lettre close pour les enfants, si en l'abordant ils ne connaissaient déjà quelques phrases où elle puisse leur faire distinguer le substantif de l'adjectif, le sujet du verbe, etc. Cela est si vrai, que pour enseigner une langue étrangère, même à des intelligences déjà fort cultivées, on a dû renoncer à débuter par cette sèche

étude successive des diverses parties du discours : les méthodes les plus faciles et les plus rapides commencent toujours par la proposition de phrases simples, progressivement compliquées, sur lesquelles s'exécute ensuite l'analyse des mots et de leurs combinaisons.

L'Arithmétique, premier anneau de l'enchaînement qui embrasse l'Analyse et même tout l'ensemble des sciences positives, échappe à cette règle moins que quoi que ce soit. Avant d'étudier méthodiquement les propriétés des nombres, il faut en connaître quelques-uns, et pour cela les avoir déjà maniés tant soit peu. On commencera donc par donner aux élèves la routine, si je puis m'exprimer ainsi, de la numération et des premières opérations sur les nombres, dans le système décimal cela va s'en dire, et on ajournera toute explication pouvant retarder l'acquisition de cette pratique. Le choix des procédés les plus expéditifs doit être laissé aux instituteurs de la première enfance.

Arrivé à ce point, véritable début des études méthodiques, on commet une faute immense en commençant par exposer la théorie de la numération et des quatre opérations fondamentales. D'abord on paraît oublier qu'on enseigne ainsi, non le mécanisme de ces opérations conçues comme éléments ultimes des combinaisons des nombres *réalisables en dehors de toute numération systématique*, mais seulement, chose absolument différente, *les règles spéciales à suivre pour déduire, des notations décimales de nombres donnés, celle du résultat de chaque opération les concernant.* On oublie ensuite que ces règles comme tout le reste reposent sur les principes généraux du calcul considéré indépendamment du système décimal, *principes dont on n'a pas dit un seul mot encore*, et cette omission laisse la théorie pleine de sous-entendus dissimulés et d'obscurités. C'est la vraie cause des difficultés de l'Arithmétique, réputées avec raison les plus grandes que les élèves aient à surmonter pendant toute la durée de leurs études mathématiques.

Je commencerais donc par ce groupe d'axiomes et de premiers théorèmes d'Arithmétique, d'Analyse générale, devrais-je dire, que j'exposerais catégoriquement et avec soin. Tels sont ceux concernant l'indifférence de l'ordre et du groupement de plusieurs nombres pour la formation de leurs combinaisons par voie d'addition et de soustraction, l'addition et la soustraction de

sommes et de différences, l'indifférence de l'ordre et du groupement des facteurs d'un produit, la multiplication et la division d'une somme ou différence par un nombre, la multiplication l'une par l'autre de deux sommes ou différences, etc. Je ne manquerais pas de familiariser l'élève avec les signes du calcul, avec l'emploi des lettres pour représenter les nombres dont il est inutile de spécifier les valeurs; par de fréquentes vérifications numériques, je le pénétrerais de l'exactitude de ces premiers énoncés, et de cette manière, il apprendrait à la fois à abstraire, à raisonner et à manier les expressions algébriques les plus simples.

... Pour moi l'Algèbre n'est pas un genre spécial de calcul, ni comme on l'écrit [1] « l'Analyse des équations », c'est la *théorie des fonctions rationnelles* (et aussi des irrationnelles algébriques). Tout d'abord, j'ouvrirais donc largement l'esprit des élèves à ces notions relatives de fonctions et variables indépendantes, dissimulées en Mathématiques élémentaires, de propos si obstiné et si intempestif. Mais, comme la valeur d'une expression rationnelle n'existe pas à proprement parler, quand son calcul comporte des soustractions inexécutables, comme cet accident rend impossibles beaucoup de transformations avantageuses, je commencerais par exposer l'artifice qui permet de tourner l'obstacle, c'est-à-dire la théorie des quantités négatives. C'est une difficulté de l'Algèbre comparable à celle de l'étude des fractions en Arithmétique, mais bien moindre à cause de la préparation fournie par cette dernière. Elle peut se lever par des moyens analogues, consistant à mettre bien en lumière le caractère fictif de ces conceptions, à analyser avec patience les lois toutes conventionnelles de leurs combinaisons, à faire ressortir l'inclusion des règles du calcul ordinaire dans celles qui leur sont spéciales, et surtout à bien expliquer qu'un nombre proprement dit n'est pas la même chose que la quantité positive dont il est la valeur absolue, que les signes + et —, par suite d'une confusion nécessitée par la simplification de l'écriture, remplissent en réalité et tour à tour deux emplois différents, savoir d'indiquer tantôt une addition ou une soustraction à exécuter, tantôt la qualification de *positive*

---

[1] J.-A. Serret. *Cours d'Algèbre supérieure*, 3e édit., p. 1.

ou *négative* attribuée à la quantité qu'ils précèdent. C'est ce que j'ai exposé dans mon travail cité tout à l'heure à propos des fractions, et je serais certainement suivi dans cette voie par un élève qu'aurait préparé en Arithmétique une certaine pratique du calcul algébrique et l'étude toute semblable de la théorie des fractions. Quant à l'application des quantités positives et négatives à la représentation des directions des grandeurs concrètes qui peuvent en offrir d'opposées, elle fournirait bien plus naturellement d'intéressants préliminaires aux diverses questions où celles-ci interviennent, comme l'application des fractions à la spécification analytique des grandeurs concrètes non multiples de l'unité choisie. Le « Problème des courriers », par exemple, présenterait pour la première fois des longueurs, des durées, des vitesses pourvues de ces qualifications spéciales exprimées par les mots positives et négatives.

... Après avoir fait connaître les propriétés fondamentales des séries entières (avec ou sans imaginaires, peu importe) j'annoncerais à mes élèves comme un fait général résultant de l'analyse détaillée des principales circonstances qui président à la généralité des fonctions analytiques, que leurs accroissements sont toujours développables en séries entières par rapport à ceux des variables supposés suffisamment petits, cela sauf à partir des valeurs initiales *singulières* des variables, assignables *à priori* dans chaque cas. Ce point posé, je reviendrais, pour les dérivées, à la définition de Lagrange, d'où suivraient sans effort leur nomenclature et leurs propriétés générales (indifférence de l'ordre de dérivations successives, réduction à une constante, d'une fonction dont les dérivées premières sont toutes nulles identiquement, etc.). J'annoncerais ensuite, *toujours sans démonstrations*, le principe de la théorie des fonctions composées (une pareille fonction est développable par la formule de Taylor à partir de valeurs particulières données des variables, si les fonctions simples le sont toutes et y prennent des valeurs à partir desquelles la composante l'est aussi), celui de la théorie des fonctions implicites (par exemple toute racine u que posséderait l'équation $f(x, u) = 0$ est développable par la formule de Taylor à partir de toute valeur de x lui donnant une valeur pour laquelle la fonc-

tion de deux variables $f(x, u)$ est elle-même susceptible d'un pareil développement et pour laquelle aussi f'_u ne s'évanouit pas), et j'obtiendrais sans coup férir les règles de formation des dérivées de fonctions tant composées qu'implicites; je les appliquerais comme premiers exemples, à la formation des dérivées de sommes, produits, etc., d'expressions rationnelles et radicales.

Les principes de la théorie des dérivées seraient ainsi ceux que j'ai proposés dont mon *Nouveau Précis d'analyse infinitésimale*, en prolongeant seulement et élargissant avec hardiesse la route dont le point de départ a été marqué par Lagrange, dont le premier et le plus difficile tronçon a été frayé par les travaux d'Abel, de Cauchy, de Briot et Bouquet. Ma méthode offre l'avantage immense de réduire les principes dont il s'agit à une simple extension naturelle des plus élémentaires propriétés des polynômes entiers, d'offrir sans cesse aux yeux de l'élève dans la série qui fournit le développement de la fonction dont on lui parle, une image achevée de sa valeur et de ses propriétés générales; je veux dire, par exemple, que le signe $\frac{x}{1} - \frac{x^3}{1.2.3} + \ldots$ représente ce qui peut ressembler le plus à un polynôme entier envisagé sous toutes ses faces, qu'il renferme implicitement ou explicitement toutes les propriétés de la fonction correspondante, tandis que cet autre, $\sin x$, est lui-même un symbole muet. Pourquoi donc, dans la patrie de Lagrange, de Cauchy et des plus éminents continuateurs de leur œuvre, dans cette France rayonnant du double génie de l'élégance et de la clarté, hésite-t-on encore à s'engager, résolument comme moi, dans cette voie, à délaisser pour toujours ces sentiers tortueux et obscurs, pleins de ronces et de fondrières, où l'on ne peut marcher qu'en boitant? C'est une énigme dont je n'ai pas ici à chercher le mot; mais, avec une confiance rendue inébranlable par un quart de siècle de réflexions incessantes et d'expérimentations professorales toujours heureuses, je déclare hautement ceci : les chemins que j'ai suivis sont d'une sécurité absolue, en même temps les plus droits, les plus larges, les plus unis, qui puissent conduire élèves et maîtres aux points rapprochés ou éloignés de la théorie des fonctions: nul n'en tracera jamais qui puissent, même de fort loin, leur être comparés, s'ils se refuse à les faire partir de l'idée mère de Lagrange. Tout à l'heure je reviendrai sur ce point.

Comme première application de la théorie des dérivées, je placerais ici ce qui concerne la discussion des fonctions réelles (croissance, décroissance, maxima, etc.) et à côté, celle des expressions dites se présenter sous les formes $\frac{0}{0}$, etc.; en réalité ce sont des fonctions dans des *phases singulières*, ces états exceptionnels où elles cessent de se plier à la formule de Taylor.

La nature des choses exclut tout à fait de l'Algèbre le logarithme, l'exponentielle et les lignes trigonométriques ; mais l'utilité pratique de ces fonctions, qui surpasse beaucoup encore celle de la théorie des équations, exige que les éléments de leur monographie soient exposés aux élèves, et on ne peut les placer que dans le cours d'Algèbre au point où nous sommes arrivés. Je tirerais l'exponentielle népérienne de la sommation de la série entière $1 + \frac{x}{1} + \frac{x^2}{1,2} + \ldots$, et le logarithme, de la résolution de l'équation $e^u = x$, considérations d'où les principales propriétés de ces fonctions se déduisent avec une rare facilité. Annonçant ensuite sans le démontrer, que les coordonnées rectangulaires $\cos x$, $\sin x$, de l'extrémité variable d'un arc de la circonférence de rayon $= 1$, sont des fonctions de sa longueur x, auxquelles le développement de Taylor est toujours applicable, je constaterais sur ce cercle les identités $D \cos x = - \sin x$, $D \sin x = \cos x$; j'en déduirais immédiatement les développements de ces deux fonctions que je rattacherais aussitôt à l'exponentielle par la formule d'Euler, etc. ; j'aurais ainsi pour toutes ces premières transcendantes, les éléments essentiels d'une théorie *vraiment analytique*, offrant une cohésion, une clarté et une élégance parfaites.

Le cours d'Algèbre se terminerait par la théorie générale des équations (dont la majeure partie pourrait au surplus suivre immédiatement l'équation du deuxième degré) ; sur ce point j'ai peu d'observations à faire. J'énoncerais sans démonstration aucune, le théorème en vertu duquel toute équation entière à une inconnue offre une racine au moins. Pour le théorème fondamental sur les fonctions symétriques, je prendrais la démonstration de Gauss [1], au lieu de passer par les formules de Newton,

[1] *Demonstratio nova altera*, etc. (Werke, Bd. III).

méthode artificielle et sans portée. J'insisterais sur deux points de doctrine qu'on laisse toujours dans l'ombre : la théorie à laquelle cette proposition se rattache étroitement est celle des fonctions rationnelles, non celle des équations qui y trouve seulement un point d'appui : le fait capital qui assure l'existence du même théorème est le caractère *multilinéaire* qui appartient exclusivement aux fonctions symétriques élémentaires en fonctions composées desquelles toutes les autres se trouvent être ainsi exprimables. Je rattacherais la transformation des équations à la théorie des fonctions symétriques, de préférence. Je traiterais l'équation du troisième degré par la méthode de Lagrange, qui seule explique la possibilité de sa résolution par radicaux. Je réduirais la résolution des équations numériques à ses procédés essentiels : théorèmes de Rolle, de Descartes, de Sturm, méthode d'approximation de Newton ; il conviendrait d'expliquer le principe de l'interpolation. Mais surtout je gagnerais du temps en élaguant ces développements démesurés sur les questions se rattachant à l'équation binôme, sur la séparation des racines des équations entières, et je supprimerais toute allusion aux fractions continues. La théorie si difficile des équations entières à plusieurs inconnues n'en est encore qu'à ses plus grossiers rudiments ; je restreindrais donc l'élimination, aux détails indispensables à connaître pour l'exécution des calculs courants.

..... Passons aux études géométriques, en commençant naturellement par les Eléments. On s'imagine généralement que la certitude de la Géométrie n'a d'autre cause que l'évidence propre des axiomes admis et la rigueur du raisonnement ; à mes yeux, comme je l'ai d'ailleurs fait pressentir, c'est une erreur complète. Les ouvriers constructeurs (menuisiers, etc.), dépourvus habituellement de toute teinture de Géométrie méthodique, savent cependant exécuter certains tracés fort éloignés des axiomes en question, et ils ont, dans leur exactitude, une foi robuste qu'il ne ferait par toujours bon railler ; or cette foi ne peut provenir ni des axiomes soi-disant fondamentaux qu'ils n'ont jamais distingué de quantité d'autres faits géométriques existant à leur connaissance, ni de raisonnement qu'ils seraient hors d'état d'ajuster ;

son unique fondement qui en vaut bien un autre, est que sans cesse leurs tracés se sont accordés les uns avec les autres et leur ont procuré des coupes irréprochables. Dans les premières propositions de la Géométrie rationnelle, il ne faut donc voir rien que la nature des choses rende nécessaire, mais de SIMPLES ARRANGEMENTS, construits avec plus ou moins d'art, et TOUJOURS APRÈS COUP, de faits simples découverts bien longtemps auparavant, par des moyens et dans un ordre également inconnus. Je n'en veux d'autre preuve que la variété même de ces arrangements, qui s'accroît encore chaque jour, sans avoir jamais porté la moindre atteinte à la certitude de la Géométrie.

Les Anglais, ai-je déjà dit, se cramponnent avec délices à celui d'Euclide ; c'est leur affaire d'aimer ainsi ce qui est menu et sent le parchemin moisi. Mais nous, Français qui en tout, et non sans quelque fondement, nous piquons de vues nettes et larges, d'un faire élégant, nous devrions faire plus beau, plus grand, que de rapetasser sans cesse ces vieilleries. Au point de vue dogmatique, quelle est la valeur de cette définition : « La ligne droite est le plus court chemin entre deux quelconques de ses points ? » Tout bonnement celle d'une pétition de principe. Effectivement, si la comparaison numérique de deux *segments rectilignes* est réalisable par leur décomposition en fragments tous superposables, celle de deux *chemins courbes* ne l'est plus directement puisqu'une pareille décomposition cesse d'être possible ; et, pour faire la comparaison, il n'y a d'autre moyen que de la ramener à celle des longueurs variables de deux lignes brisées à côtés infiniment petits, inscrites dans l'un et dans l'autre. Or les côtés de ces lignes brisées étant des *segments rectilignes*, l'opération dont il s'agit exige de toute nécessité l'acquisition *préalable* de cette notion de la ligne droite qu'il s'agissait au contraire de préciser. On ne veut partir que de faits d'une simplicité irréductible ; du haut de chaires parfois fort élevées, certains simplificateurs ont proscrit toute considération de mouvement en Géométrie (comme si la conception de figures distinctes, mais superposables, pouvait être séparée de celle d'un déplacement capable d'appliquer l'une sur l'autre) ; et cependant nous voyons, dans la première démonstration classique relative aux perpendiculaires, un demi-plan qui tourne autour d'une droite pour aller s'appliquer sur un

autre. Est-il *immobile* ? Ce mouvement de rotation est-il tout ce qu'il y a de plus *simple* au monde, et, pour qui ne l'aurait pas observé maintes fois, serait-il *évident* en particulier, que le plus court chemin d'un point à un autre peut jouer le rôle *charnière* ? Reste-t-on seulement dans ce *plan* où l'on prétend au contraire emprisonner la moitié de la Géométrie ? Etc., etc.

Si laid que soit cet arbre, je ne dirais pas qu'il faut l'abattre s'il portait de bons fruits ; mais de tous, ceux-ci sont, je le répète les plus amers et les plus indigestes. Une suite interminable de minuscules théorèmes s'appuyant sur tout, s'attaquant à tout à propos de rien, se succédant dans un désordre affreux bien qu'il soit un effet de l'art, commence par surmener l'attention et la mémoire des enfants, par en dégoûter la plupart ; sur quoi on les gorge longuement de toutes les futilités de la Géométrie plane. Un nouveau nuage de théorèmes en poussière vient aveugler le groupe d'élèves à qui on daigne faire les honneurs de l'espace, et leur exhiber de nouveau, sous des formes parfois inaccoutumées, les objets dont la Géométrie plane les a entretenus. La représentation se termine par des quadratures et cubatures dont quelques-unes sont également inutiles et difficiles, par quelques mots, généralement assez mal compris, sur la symétrie et la similitude. Somme toute, les enfants du peuple n'apprennent pas la Géométrie parce que les faits qui les intéresseraient ont été placés trop loin de leur portée. Ce sont des objets de prix accrochés au sommet d'un mât de cocagne trop élevé et trop bien savonné pour qu'ils aient le temps d'y grimper. Les élèves des classes dites « de Lettres », dans les collèges, n'en savent point, ou bien n'ont retenu que des bribes de Géométrie plane, chose à peu près équivalente, car les uns se sont découragés en voyant le mât se perdre dans les nuages, les autres n'ont été conduits qu'à mi-hauteur. Quant aux élèves des classes « de Sciences » ils en savent si peu, même après plusieurs années d'études, qu'il faut embarrasser le cours de Géométrie descriptive, pour un quart peut-être, des théorèmes de Géométrie générale les plus importants ; enfin ils ne soupçonnent même pas que notre Poncelet par sa perspective, notre Chasles, par son « Principe de correspondance », leur ont créé des moyens de traiter comme en se jouant, mille questions maintenant inabordables pour eux.

Les Grecs de l'Antiquité enseignaient ce qu'ils savaient, et pour s'en tenir à cela, ils avaient cette raison trop bonne qu'ils ne pouvaient faire mieux ; mais franchement, ce n'est pas la peine de naître à la fin du XIXe siècle pour être toujours nourri au brouet noir ; s'il est si savoureux, que ne revient-on à l'Algèbre de Diophante? Je ne puis, moi, m'en contenter. Considérant qu'en Géométrie, comme en Arithmétique et ailleurs, le raisonnement se fait dans le vide, aussi longtemps qu'il n'a pas pour point d'appui un ensemble suffisant de notions premières acquises antérieurement par des moyens empiriques, je voudrais qu'à l'âge où ils apprennent les noms des nombres et la pratique du calcul, les enfants apprissent en même temps à connaître par la vue et le toucher, le point, la ligne droite, le plan et leurs combinaisons élémentaires (parallèles, perpendiculaires, segments rectilignes, angles, etc.). Cette première éducation consisterait en leçons analogues à celles dites « de choses » dans l'enseignement enfantin; le maître présenterait aux élèves des tracés, des modèles simples en relief, construits *ad hoc* ou bien judicieusement choisis parmi les objets environnants, et les amènerait peu à peu à en distinguer et à en nommer les éléments. En même temps, il leur enseignerait à tracer sur le papier, des droites passant par deux points donnés, des parallèles, des perpendiculaires, etc. ; il leur ferait analyser les mouvements simples qu'on peut observer à chaque instant, comme celui de translation (équerre glissant sur une règle, tiroir d'un meuble dans sa gaine, etc.), celui de rotation (objets mobiles, sur gonds et charnières, comme portes, couvercles de coffres, couvertures d'un livre cartonné, compas ayant une pointe piquée au papier, etc.). Ceux qui ont vu de jeunes enfants s'amuser de longues heures aux jeux dits « de construction », ou même seulement à manier des règles, équerres et compas, ne douteront pas de l'intérêt que ces exercices bien dirigés pourraient leur offrir, et j'ajoute en passant qu'ils y trouveraient la meilleure préparation à l'étude du dessin.

..... En Géométrie analytique, il conviendrait de suivre le même ordre qu'en Géométrie élémentaire, c'est-à-dire d'exposer tout d'abord les généralités intéressant le point, la ligne droite, le plan, les figures homothétiques et symétriques, ces divers

objets considérés dans l'espace ; toutes ces matières sont utiles et faciles ; elles fournissent en outre de très intéressantes applications de la théorie des équations linéaires simultanées. Viendraient ensuite les particularités de la Géométrie plane, la monographie des courbes du deuxième degré, accompagnées de développements sur la Géométrie pure, de problèmes bien choisis sur les figures de degrés supérieurs. On y joindrait naturellement des indications sur les coordonnées non rectilignes, mais sans cette insistance si tenace sur les coordonnées polaires, car leur emploi raisonnable se limite à quelques problèmes isolés comme celui de Képler.

On abuse de l'attention des élèves plus étrangement encore, quand on les retient sur les figures du deuxième degré, au delà de la mesure suffisante. Voyons, à quoi leur sert-il de connaître ces mille formes sous lesquelles on écrit l'équation d'une conique pour mettre en évidence telle ou telle particularité, ces artifices disparates pour découvrir la nature d'une surface du deuxième degré, ses génératrices, sections circulaires, etc. ? C'est charger leur mémoire de choses surtout encombrantes, dont elle s'empresse de se débarrasser, aussitôt les examens subis. Que de choses plus intéressantes et plus faciles pourraient être substituées à cet amas de questions oiseuses, ne fût-ce que les premiers éléments du Calcul intégral !

Sur les applications géométriques de l'Analyse infinitésimale, je dirai seulement qu'elles devraient être soigneusement groupées et entièrement détachées du cours d'Analyse, cela au même titre que les applications mécaniques connues sous le nom de « Mécanique rationnelle ». Aujourd'hui en effet, ces deux enseignements s'enchevêtrent au grand dommage l'un de l'autre. En commençant par les rectifications, quadratures, cubatures, et en rattachant systématiquement tout le reste à la théorie générale des contacts, les matières se classent et s'exposent d'une manière naturelle et facile.

La Géométrie descriptive familiarise les élèves avec les figures de l'espace, les force en quelque sorte à s'assimiler les plus importantes propositions du cours de Géométrie élémentaire, leur explique d'avance tous les dessins géométriques qui tomberont sous leurs yeux, les exerce à bien les exécuter ; de plus, elle est

intéressante quand elle n'est pas outrée. J'attache donc la plus grande importance à son étude, d'ailleurs très facile, et je voudrais, qu'après l'avoir débarrassée des théorèmes de Géométrie générale qui n'y sont pas à leur place, on pût l'élargir dans les cours inférieurs, par des constructions comportant autre chose que des droites et des plans. Mais dans les cours supérieurs, sa théorie et sa pratique dévorent un temps considérable, qui serait bien mieux employé à des études plus sérieuses. Est-il raisonnable d'enseigner aux élèves plus que les principes essentiels des constructions, de leur faire consumer des journées à la confection des épures les plus étranges ?

Dans les cours de Mathématiques élémentaires, la Trigonométrie devrait être réduite à la définition des sinus, cosinus, etc., considérés comme nombres caractéristiques des angles inférieurs à deux droits, à la démonstration géométrique des formules de résolution des triangles et à l'explication purement descriptive de la disposition des Tables. La suppression des formules générales dont on peut se passer, de ces soi-disant principes de la construction des Tables, permettrait d'y ajouter les relations fondamentales entre les éléments d'un trièdre qui sont fort utiles dans la Géométrie de l'espace. Dans les cours de Mathématiques spéciales, ces formules générales seraient rattachées à la théorie analytique des fonctions circulaires.

Comme celle de la Géométrie, l'entrée de la Mécanique est obstruée par un échafaudage extraordinairement laborieux de petites propositions qui ne satisfont pas l'esprit, qui exigent un temps fort long pour être étudiées, mais un instant seulement pour être définitivement oubliées. De tous les principes, on ne retient que trois choses : la définition de la force excitant à chaque instant un point matériel libre, animé d'un mouvement donné savoir en direction, celle de l'accélération de ce mouvement, en intensité le produit de la même accélération par une constante caractéristique de ce point, dite sa masse, puis le principe des vitesses virtuelles, puis celui de d'Alembert, et tout ensuite découle naturellement de ces seules données. Pourquoi donc, au lieu de les poser clairement, d'en développer naturellement les conséquences dont l'accord constant avec les phénomènes mesurables assure mieux que quoi que ce soit la solidité de tout l'édi-

fice, s'obstine-t-on, pour y conduire les élèves, à les traîner sans pitié à travers l'indépendance des mouvements simultanés et autres considérations provisoires et obscures? L'introduction dans l'enseignement moyen, de notions précises sur les quantités infiniment petites et sur l'usage des coordonnées, permettrait d'y énoncer le principe général des vitesses virtuelles pour en tirer aussitôt des démonstrations faciles et uniformes de la composition des forces et des premières règles de l'équilibre. En Dynamique, on traite avec trop de complaisance des questions de de fantaisie comme celles impliquant des forces fonctions du temps; il faudrait au contraire modeler plus soigneusement les théories sur les phénomènes mécaniques de la nature, où n'interviennent au fond que des forces dépendant exclusivement des positions de leurs points d'application, et que domine le principe de la conservation de l'énergie. Mais je dois me borner à ces diverses indications, car l'espace me manque pour les développer.

..... Je crains fort qu'on ne traite de chimères ce que je viens de proposer. Ceux qui croient qu'une chose est bonne uniquement parce qu'elle a duré et dure encore, n'auront sans doute que du dédain pour mes idées; je ne pourrais que leur offrir d'avance l'assurance du mien pour les leurs. D'autres me liront avec plus de bienveillance, mais ils estimeront que je me suis trompé; s'ils veulent prendre la peine de me dire en quoi, je ferai mon profit de leurs critiques, ou bien j'essaierai de les réfuter. D'autres enfin, je les crois plus nombreux qu'il ne paraît, gémissent aussi du faible rendement de l'enseignement mathématique, relativement à ce qu'il coûte de temps et de peines; leurs vœux appellent un meilleur état de choses; ils honorent peut-être mes idées de leur approbation, mais ils aperçoivent des obstacles insurmontables à toute réforme de quelque importance.

Aux derniers, je dirai que si les difficultés sont grandes, elles ne sont pas invincibles, car elles sont le fait des *hommes*, non de la nature des choses. Ce sont effectivement des législateurs qui édictent des programmes officiels, des examinateurs qui imposent leurs prescriptions, les complètent et les étendent par leur jurisprudence; ce sont des professeurs qui, dans le champ

malheureusement étroit qui reste ouvert à leur initiative, préparent les élèves aux exigences des uns et des autres. Or, ce que tous ont fait hier, ils peuvent aussi bien le défaire demain. Si la chose pouvait dépendre d'elle, l'industrie privée en serait bientôt venue à bout.

En France, tous les enseignements aboutissent à des examens, et rien en fait ne peut y être touché sans l'assentiment du législateur représenté ici par l'Administration de l'instruction publique. C'est donc à elle que je m'adresserais principalement, pour solliciter, non pas l'intervention du bras séculier au profit d'innovations improvisées, mais un ensemble de mesures libérales assurant à toute nouveauté la possibilité de se faire jour et de s'imposer, s'il y a lieu, par son propre mérite. D'abord, pour la rédaction de ses programmes, elle s'éclairerait bien mieux encore, si, dans les commissions où ils s'élaborent, elle mêlait plus largement aux spécialistes, ces hommes distingués qui sans être du métier, sans avoir pu s'imboire de ses préjugés, connaissent cependant la matière et discernent surtout ce qu'il convient d'en prendre et d'en laisser, pour qui ne veut pas en faire l'occupation de toute sa vie. Il est bien évident, par exemple, que si les Bacheliers ès sciences, pour ne pas parler des autres, ne sont plus tenus de s'être exercés aux vers latins, à l'accentuation et aux thèmes grecs, ce n'est pas à des commissions composées exclusivement de Latinistes et d'Hellénistes qu'ils le doivent. Elle pourrait ensuite rayer des programmes officiels et interdire aux examens toute question roulant sur des matières de *pure doctrine* que tout le monde n'entend pas encore de la même manière, ou, plus exactement, qui peuvent être oubliées sans préjudice sérieux pour l'instruction générale du candidat.

On ne saurait, par exemple, se passer d'une théorie quelconque des nombres incommensurables, mais il n'est pas nécessaire de la retenir pour savoir les manier. Chaque professeur choisirait donc librement la sienne, s'il était certain que les élèves ne seront jamais inquiétés à ce propos, et la meilleure ne tarderait pas à se répandre partout. L'Administration pourrait encore, dans les programmes de tous les examens n'ayant pas le caractère de concours, introduire des questions variées, à titre facultatif pour les candidats; celles de ces questions qui offriraient un véritable

intérêt seraient étudiées volontiers et deviendraient bientôt classiques. Après avoir donné aux maîtres la liberté qu'ils peuvent attendre d'elle, car les traditions et les préjugés, la mode encore, sont ici les vrais tyrans, l'Administration ne pourrait-elle enfin récompenser ceux d'entre eux qui auraient su en user au profit des études ? C'est à ses élèves surtout que rend service un maître habile à les faire briller aux examens, mais c'est à l'Etat, quand il a fait faire quelque réel progrès à l'enseignement.

Il en sera ce qu'il pourra, mais j'ai cru remplir un devoir de ma modeste charge, en dénonçant ici l'édifice inhospitalier et déplaisant des Mathématiques classiques, au public comme à tout Ministre qui serait particulièrement désireux d'élever partout le niveau de cet enseignement, et d'en rendre les parties les plus indispensables, pour la première fois vraiment populaires.

CH. MÉRAY (Dijon).

SUR LA LIGNE DROITE

REGARDÉE COMME ÉTANT LE PLUS COURT CHEMIN D'UN POINT A UN AUTRE [1]

Extrait d'une lettre adressée à M. F. Klein par M. D. Hilbert.

Si nous prenons comme éléments les points, les droites et les plans, nous pourrons établir la Géométrie au moyen des axiomes suivants [2] :

---

[1] Comparer le problème 4 « de la droite regardée comme le plus court chemin d'un point à un autre » dans la conférence faite par M. Hilbert au Congrès international des Mathématiciens en 1900, publié dans les Göttinger Nachrichten (1900). Une traduction française sera publiée dans le volume du Congrès. Ce problème 4 soulève un grand nombre de questions ayant trait aux principes fondamentaux de la géométrie. Aussi une traduction de l'article actuel, dont la connaissance est nécessaire à cette étude, ne nous semble pas inutile.

[2] Comparer la Festchrift de M. Hilbert, *Grundlagen der Geometrie*, Teubner, et Gauthier-Villars, traduction L. Laugel (1900).