B. – APERÇU HISTORIQUE

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **4 (1902)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **24.05.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

Par contre les nombres que l'on désigne d'ordinaire par les lettres π (rapport de la circonférence au diamètre) et e (base des logarithmes népériens) appartiennent à la catégorie des nombres irrationnels transcendants.

En résumé c'est le symbole $p + qi$, par lequel on définit le nombre imaginaire, qui constitue la forme la plus générale sous laquelle on envisage la notion de nombre dans les mathématiques supérieures. Suivant que le nombre réel q est nul ou différent de zéro, ce symbole représente un nombre réel ou imaginaire.

B. — Aperçu historique

Après avoir examiné les diverses extensions de la notion de nombre dans leur développement logique, il est intéressant de jeter un coup d'œil rapide sur leur développement historique [1].

8. *Nombres négatifs.* — Les anciens se bornaient dans leurs calculs à l'emploi des nombres *réels positifs*. Au point de vue historique les nombres négatifs viennent donc après les nombres fractionnaires et irrationnels. Ils ont été pris en considération, pour la première fois, croit-on, au XIIe siècle, par le mathématicien hindou Bhaskara, puis par les Arabes, qui ont servi d'intermédiaires entre les Grecs, les Indiens et les Occidentaux. Au XVIe siècle Cardan, en Italie, Stifel, en Allemagne, et Harriot, en Angleterre, portent leur attention sur les nombres négatifs; mais ce ne fut qu'avec Descartes (1596-1650) que ces nombres furent employés d'une façon systématique dans les calculs.

9. *Nombres fractionnaires.* — L'emploi des nombres fractionnaires remonte à la plus haute antiquité. Les *Égyptiens* ramènent les fractions à des fractions *types* dont le numérateur est l'unité; par exemple, ils remplacent $\frac{2}{9}$ par la somme des fraction $\frac{1}{6}$ et $\frac{1}{18}$. Les *Babyloniens* et les *Grecs* emploient de préférence pour les fractions le *système sexagésimal;* ainsi Ptolémée (150 ans

[1] Ces renseignements historiques sont empruntés, pour la plupart, aux *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik* de M. M. Cantor, et à l'*Encyklopaedie der mathematischen Wissenchaften.*

après J.-C.) écrit le nombre π sous la forme 3.. 8.. 30, ce qui signifie d'après la notation moderne $3 + \frac{8}{60} + \frac{30}{3600}$.

Les *Romains* font surtout usage, pour les dénominateurs des fractions, du système duodécimal.

La notation actuelle des fractions remonte au XIIIe siècle; elle est due à LÉONARD DE PISE connu aussi sous le nomde FIBONACCI.

Les fractions décimales ont été introduites au XVIe siècle; l'emploi de la virgule est due à KEPLER (1571-1630).

10. *Nombres irrationnels.* — La notion de nombre irrationnel a pris naissance en Géométrie. PYTHAGORE (env. 500 ans av. J.-C.) a déjà reconnu que la diagonale du carré est *incommensurable* avec son côté. EUCLIDE (env. 300 ans av. J.-C.) consacre un livre entier de ses *Éléments* aux nombres irrationnels envisagés comme rapports de deux longueurs incommensurables entre elles. APOLLONIUS (vers 250 à 200 ans av. J.-C.) et ARCHIMÈDE (287-212 av. J.-C.) s'occupèrent également des nombres irrationnels. Ce dernier y fut conduit par ses importants travaux dans le domaine de la Géométrie *métrique*. Il envisage déjà pour un nombre irrationnel les valeurs approchées par défaut ou par excès; ainsi il connut pour π les limites 3 10/17 et 3 1/7, et pour $\sqrt{3}$ les limites $\frac{265}{153}$ et $\frac{1351}{780}$.

BHASKARA s'occupa des opérations élémentaires effectuées sur les racines carrées de nombres entiers; il sut rendre rationnel le dénominateur d'une fraction. C'est à lui que remonte la transformation de $\sqrt{a+\sqrt{b}}$ en une somme de deux racines carrées. Mais ce ne fut qu'au XVIe siècle que les nombres irrationnels furent classés dans la suite naturelle des nombres au même titre que les nombres rationnels (MICHAEL STIFEL, *Arithmetica integra*, 1544).

La théorie moderne des nombres irrationnels n'a été développée que pendant la seconde moitié du XIXe siècle; ses fondements ont été établis par les travaux de G. CANTOR, DEDEKIND, MÉRAY, WEIERSTRASS, KRONECKER.

11. *Nombres imaginaires.* (1) — Les premiers mathématiciens

(1) Voir BEMAN, *Un chapitre de l'histoire des mathématiques*, l'ENS. MATH., 1re année, 1899, p. 162-184.

qui conservèrent dans les calculs les racines carrées de nombres négatifs, furent les algébristes italiens du XVIe siècle, entre autres CARDAN. Au siècle suivant, GIRARD, DESCARTES et WALLIS prêtent quelque attention aux nombres imaginaires; Descartes fait la distinction entre les racines *réelles* et les racines *imaginaires* d'une équation. Plus tard vinrent les travaux de DE MOIVRE qui publia [1], en 1730, la formule qui porte son nom, et de L. EULER auquel revient le mérite d'avoir découvert (1748) la relation entre les fonctions trigonométriques et la fonction exponentielle, à savoir la relation

$$e^{i\alpha} = \cos\alpha + i\sin\alpha.$$

En 1797, WESSEL présenta à l'Académie royale des sciences et des lettres de Danemark un mémoire « sur la représentation analytique des quantités », dans lequel il étudie la représentation géométrique des nombres imaginaires; mais son mémoire resta dans l'oubli pendant près d'un siècle. ARGAND, qui traita la même question, sans avoir eu connaissance du travail de Wessel, fut plus heureux. Son mémoire, intitulé : *Essai sur une manière de représenter les quantités imaginaires dans les constructions géométriques* (Paris, 1806) servit de point de départ à une série de recherches dans ce domaine.

La théorie des nombres complexes ne fut établie d'une façon définitive que pendant la première moitié du XIXe siècle par les travaux fondamentaux de GAUSS, en Allemagne, et de CAUCHY en France. Malgré les objections qu'elle souleva au début, elle ne tarda pas à exercer une influence considérable sur l'ensemble des mathématiques supérieures.

12. *Nombres algébriques et transcendants.* — Cette distinction des nombres en deux classes a été introduite à la suite des recherches sur la nature de l'irrationnalité des nombres π et e.

En 1770, LAMBERT examine l'irrationalité de π à l'occasion du problème de la quadrature du cercle; puis, en 1794, LEGENDRE démontre que π [2] est un nombre irrationnel.

---

[1] D'après M. A. von BRAUNMÜHL (*Bibl. Mathematica*, série III, t. II, p. 97-102, 1901), DE MOIVRE dut connaître cette formule déjà en 1707.

[2] Voir le court aperçu qu'en donne M. F. KLEIN, *Vorträge über ausgewählte*

L'existence des nombres transcendants a été établie pour la première fois par LIOUVILLE dans ses mémoires publiés en 1844 et en 1851. Leur théorie a été établie par G. CANTOR, HERMITE, LINDEMANN, WEIERSTRASS et HILBERT.

C'est Hermite qui, le premier, fournit un exemple effectif de nombre transcendant. Dans un mémoire célèbre, publié en 1873, il démontre que *e n'est pas un nombre algébrique*, c'est-à-dire, qu'une équation de la forme

$$a_1 e^n + a_1 e^{n-1} + a_2 e^{n-2} + \ldots + a_{n-1} e + a_n = 0$$

les a étant entiers, est impossible.

Plus tard, en 1882, M. LINDEMANN généralise la méthode de Hermite et parvient à démontrer que π *est transcendant*. Son mémoire est d'une importance considérable non seulement pour la théorie des nombres transcendants, mais encore pour la Géométrie élémentaire. Il apporte, en effet, la démonstration rigoureuse de l'impossibilité de la résolution du problème de la quadrature du cercle à l'aide de la règle et du compas.

H. FEHR.

L'ATOME DANS LA GÉOMÉTRIE (1)

Convient-il d'introduire la considération de l'atome dans l'enseignement de la Géométrie élémentaire ? Cette introduction nous paraît à la fois utile et nécessaire.

Fragen der Elementargeometrie, ausgearbeitet von Tägert (Leipzig, 1895) ; rédaction française par Griess, Paris, 1897. On y trouve un intéressant chapitre consacré à la possibilité de la construction d'expressions algébriques.

(1) En nous envoyant cet article, M. Bonnel se demande si nous ne le jugerons pas trop long et d'un ton trop autoritaire. Il nous semble très naturel que chaque auteur donne au développement de sa pensée l'étendue (compatible avec le cadre de notre Revue), qu'il juge nécessaire, et qu'il défende ses idées de toute la force de sa conviction. Aussi, fidèle au principe d'indépendance complète qu'elle s'est toujours efforcée d'appliquer, la Rédaction accueille-t-elle avec empressement la présente étude ; elle en fera de même pour celles que M. Bonnel compte consacrer