Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

Band: 4 (1902)

Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: DU CALCUL APPROXIMATIF

Autor: Tripard, L.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-5600

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 08.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

DU CALCUL APPROXIMATIF

Combien y a-t-il d'élèves, dans toute la population scolaire, qui connaissent le calcul approximatif? A part quelques bons candidats aux grandes écoles, je suppose qu'il y en a un très petit nombre. On peut, sans exagérer, dire que l'immense majorité l'ignore.

D'où vient cette ignorance? Simplement de ce que le calcul approximatif n'est pas enseigné, et il n'est pas enseigné parce qu'il est trop difficile. Par respect pour la méthode déductive des sciences mathématiques on ne veut l'appuyer que sur une base inébranlable : la théorie des erreurs ; et celle-ci est inaccessible à la masse. Il y a cependant quelque chose qui devrait primer ce respect, c'est la nécessité. La vie journalière de l'adulte, comme celle de l'écolier, présente constamment des exemples de calculs qui ne tombent pas juste. Tout le monde a plus ou moins besoin de savoir les traiter.

Poussé donc par la nécessité, je n'ai pas hésité, au risque de commettre une hérésie scientifique, à appliquer au calcul approximatif, la méthode inductive des sciences physiques. J'ai fait des expérience de calcul dont j'ai tiré des règles pratiques (1) qui me donnent du reste toute satisfaction.

La méthode que je propose ci-après, étant fondée uniquement sur l'expérience, ne saurait prétendre à la certitude, c'est entendu, mais elle est bien suffisante dans les calculs courants, et si elle se trouvait par hasard en défaut, ce ne pourrait être que dans des cas tout à fait exceptionnels. D'ailleurs, si on désire la certitude

⁽¹⁾ Méthode pratique de calcul approximatif. Prix: 1 fr. 25. Société d'Éditions scientifiques, Paris.

on pourra toujours l'obtenir au moyen du contrôle rigoureux que je donne à l'appui même de la méthode dans la brochure signalée plus haut et que le cadre de cet article m'oblige à passer sous silence.

RÈGLES PRÉLIMINAIRES ET DÉFINITIONS

Nous envisagerons simplement le cas le plus fréquent : Tous les nombres d'une expression sont ou connus exactement ou susceptibles d'une approximation indéfinie; il s'agit de calculer le résultat qu'elle représente à une unité, une dizaine,.... un dixième, un centième... près.

Voici d'abord deux règles préliminaires à observer.

Règle I. — Les chiffres d'un nombre se comptent à partir du premier chiffre significatif de gauche, sans se préoccuper de la virgule s'il y en a une.

Règle II. — Chaque fois qu'on néglige des chiffres sur la droite d'un nombre on force le dernier conservé de 1 si le suivant est 5 ou supérieur à 5.

Exemple: 1° Prendre 53,2437 avec 4 chiffres. On prend 53,24.

2º Prendre 0,0378 avec 1 chiffre. On prend 0,04.

3° Prendre 4552,8 avec 2 chiffres. On prend 4600.

Ceci posé, on divise les opérations en deux catégories. La première comprend l'addition et la soustraction; la deuxième comprend la multiplication avec l'élévation aux puissances, la division et l'extraction des racines.

Toute expression qui ne renferme que des opérations d'une même catégorie est une expression simple. Exemple : $\pi + \sqrt{2} - \sqrt{3}$ est une expression simple de première espèce; $\frac{\pi^2\sqrt{3}}{2}$ est une expression simple de deuxième espèce.

Une expression est composée quand elle comporte des opérations des deux catégories; elle est de première ou de deuxième espèce quand l'opération finale est de première ou de deuxième catégorie. Exemple : $\frac{7\sqrt{3}}{2}$ — π est une expression composée de

première espèce; $\frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{5}$ est une expression composée de deuxième espèce.

EXPRESSION SIMPLE DE PREMIÈRE ESPÈCE

Règle III. — On limite chaque nombre vers la droite en conservant l'ordre inférieur à l'ordre d'approximation demandé et on supprime un chiffre à droite du résultat final.

Exemple: Calculer à 0,001 près l'expression 18 + 0,045 348

Le résultat est 15,779 à 0,001 près.

EXPRESSION SIMPLE DE DEUXIÈME ESPÈCE

Règle IV. — On commence par déterminer le nombre de chiffres du résultat (Règle I) par un calcul préliminaire. Pour obtenir un résultat de n chiffres, on prend au départ chaque nombre entier ou décimal qui renferme plus de n+1 chiffres, ainsi que chaque nombre irrationnel avec n+1 chiffres. Si le résultat d'une première opération doit être soumis à une deuxième opération, on le réduit au préalable à n+1 chiffres, et ainsi de suite. Finalement on réduit le résultat à n chiffres.

Exemple: Calculer à 0,01 près $\sqrt{503 \pi \sqrt{2}}$.
On a visiblement

$$3\times 1 < \pi\sqrt{2} < 4\times 2.$$

Ce produit $503 \pi \sqrt{2}$ soumis au radical aura 4 chiffres à la partie entière; la racine carrée aura 2 chiffres à la partie entière, et comme elle doit être calculée à 0,01 près elle aura en tout 4 chiffres.

On prend π et $\sqrt{2}$ chacun avec 5 chiffres, et on fait le calcul comme il est indiqué ci-après.

$$3,1416 \times 1,4142 = 4,44285072$$

$$4,4429 \times 503 = 2234,7787$$

$$\sqrt{2234,8} = 47,27...$$

Le chiffre qui suivrait le 7 étant inférieur à 5, on a comme résultat 47,27.

Définition. — On appelle d'abord résultat brut tout nombre fourni par l'une quelconque des opérations du calcul d'une expression simple de première espèce.

Ainsi en se reportant à l'application qui suit la règle III

19,7774, 3,9987, 15,7787 sont des résultats bruts.

En supposant ensuite que dans le calcul d'une expression simple de seconde espèce on ait pris n + 1 chiffres au départ, si on limite le résultat fourni par l'une quelconque des opérations successives à n + 1 chiffres, on obtient un nombre qu'on appelle encore résultat brut.

Ainsi en se reportant à l'application qui suit la règle IV,

4,4429, 2 234,8, 47,274 sont des résultats bruts.

EXPRESSION COMPOSÉE

Le calcul d'une expression composée se fait par application de la règle suivante qui comprend d'ailleurs les règles III et IV.

Règle V. — Chaque fois qu'on passe d'une opération à l'opération suivante, on soumet à cette dernière le résultat brut de la précédente. Les nombres de chiffres à prendre au départ doivent être tels que par cette manière d'opérer l'on arrive finalement à un résultat brut ayant un chiffre de plus que le résultat cherché.

Exemples: 1° calculer à 0,01 près $\pi^2 + 5\sqrt{2}$.

Ceci est une opération composée de première espèce. Les deux termes de l'addition, qui est la dernière opération à faire, doivent être des résultats bruts exprimant des millièmes. Or π^2 est une expression simple de seconde espèce; pour en tirer un résultat brut de millièmes, c'est-à dire un résultat de 4 chiffres, il convient de prendre π avec 4 chiffres. $5\sqrt{2}$ est aussi une expression simple de seconde espèce; pour en tirer un résultat de 4 chiffres, il convient de prendre $\sqrt{2}$ avec 4 chiffres.

En définitive on fait les calculs suivants :

$$3,142^2 = 9,872164$$

 $1,414 \times 5 = 7,070$
 $9,872 + 7,070 = 16,942$

Le résultat demandé est 16,94.

2º Calculer à 1000 unités près
$$\frac{\sqrt{650} + \sqrt{0,02}}{\pi - 2,22\sqrt{2}}$$
.

Ceci est une expression composée de seconde espèce. La dernière opération à faire est une division. Quelle sera la composition des deux résultats bruts qui formeront le dividende et le diviseur de cette division? Ces deux résultats bruts devront avoir chiffre de plus que le résultat final; on est donc conduit à déterminer le nombre de chiffre de celui-ci. Un calcul préliminaire montre que le numérateur vaut environ 25, et le dénominateur environ 0,002; par conséquent le résultat aura 5 chiffres à la partie entière, et comme il doit être calculé à 1 000 unités près, il aura en tout 2 chiffres. Il en résulte qu'on doit tirer du numérateur et du dénominateur des résultats bruts de 3 chiffres.

Or le numérateur aura 2 chiffres à la partie entière, on devra tirer de chaque terme du numérateur un résultat brut de dixièmes, et pour cela prendre 25,5 pour $\sqrt{650}$ et 0,1 pour $\sqrt{0,02}$. Le résultat brut du numérateur est donc

$$25,5 + 0,1 = 25,6.$$

Quant au dénominateur, son premier chiffre significatif est au rang des millièmes; chacun de ses termes devra être limité aux cent millièmes inclus. Or $2,22\sqrt{2}$ a 1 chiffre à la partie entière; pour en obtenir un résultat brut de cent millièmes on devra prendre $\sqrt{2}$ avec 6 chiffres. Le résultat brut du dénominateur est

$$3,14159 - 3,13955 = 0,00204$$

Enfin en divisant 25,6 par 0,00204, on trouve 13 000.

L. TRIPARD (Armentières).