Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 4 (1902)
Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Kapitel: Congrès des mathématiciens allemands; Hambourg, septembre 1901.
Autor: Schröder, Dr J.

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 13.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Prix G. de Pontécoulant. — Destiné à encourager les recherches de Mécanique Céleste. A décerner, s'il y a lieu, à la séance publique de 1903.

Congrès des mathématiciens allemands; Hambourg, septembre 1901.

L'Association des Mathématiciens allemands (*Deutsche Mathematiker-Vereinigung*) a tenu son assemblée annuelle à Hambourg, du 22 au 26 septembre 1901, en commun avec la première section de la 73e réunion des Naturalistes et des Médecins allemands.

La première séance eut lieu le lundi 23 septembre, sous la présidence de M. le professeur Dr Schubert (Hambourg). Au nom de la Ville Libre et Hanséatique de Hambourg, celui-ci salua d'abord cette Assemblée si extraordinairement bien choisie, en exprimant le désir qu'elle fournisse cette année à tous ses participants, en même temps qu'aux sciences mathématiques, la plus large part de profits. Puis M. le professeur Dr Hilbert (Göttingue), en prenant la place de M. le professeur Dyck, président de l'Association, empêché par l'exercice de ses fonctions officielles, salua les congressistes, en exprimant surtout l'espoir que, par la discussion entre les membres défendant des points de vue différents, chacun pût emporter une riche moisson d'encouragement personnel.

Dans la première séance, M. le professeur Dr Schoute (Groningue) a fait une communication *sur les systèmes de genre zéro* (N_{2n-1} dans l'espace R_{2n-1}). Il présenta successivement la génération analytique et géométrique, la représentation la plus simple analytique, la mobilité du système et son importance dans la Mécanique.

Ensuite M. le professeur Dr Schubert (Hambourg) rapporta sur le nombre des constantes de la généralisation du polyèdre dans l'espace à n dimensions. Après avoir montré dans son introduction que, en général, ce nombre ne peut pas être donné à l'aide du nombre des faces dans les espaces de dimension moindre, il exprime d'abord le nombre des constantes à l'aide du nombre des sommets, du nombre des faces dans l'espace $(n - 1)$ et de la somme des nombres de sommets des faces dans l'espace $(n - 1)$. Les $(2n - 2)$ équations auxquelles il est conduit ne suffisent plus pour $n > 3$. Après la démonstration de ces formules M. Schubert applique les résultats obtenus au tétraèdre, à l'hexaèdre, à l'octaèdre et à la pyramide dans l'espace n.

M. le Dr Jahnke (Berlin) parla des *rotations dans l'espace à quatre dimensions*. Après quelques préliminaires sur la composition des rotations dans l'espace à trois dimensions et la connexité du problème de rotation avec des paramètres déterminés, par lesquels Euler présente le cosinus de direction d'un système orthogonal, M. Jahnke

mentionne une relation remarquable existant entre une rotation dans l'espace à quatre dimensions et deux rotations adjointes dans l'espace à trois dimensions. Cette relation joue un rôle important dans le problème de la rotation, dans le mouvement d'un corps solide dans un liquide idéal et dans la rotation d'un corps pesant autour de son centre de gravité quand un autre corps est relié avec lui de façon qu'il doive tourner autour d'un axe fixe relié avec le premier corps.

Enfin M. le professeur Dr STUDY (Greifswald) parla d'une *nouvelle branche de la Géométrie*. Il traita une espèce de géométrie linéaire qui diffère de celle de Plücker en ce que la conception de la ligne droite est étendue d'une autre manière.

La deuxième séance eut lieu le mardi matin sous la présidence de M. le professeur Dr HILBERT (Göttingue).

MM. les professeurs Dr F.-W. MEYER (Königsberg), Dr F. KLEIN (Göttingue), Dr SOMMERFELD (Aix-la-Chapelle) firent un rapport détaillé sur *l'état actuel du travail fait pour l'Encyclopédie des Sciences Mathématiques;* M. Meyer rapporta sur les trois premiers volumes qui traitent de l'Arithmétique, de l'Analyse et de la Géométrie, tandis que M. Klein rapporta sur le quatrième volume (Mécanique) ainsi qu'en partie, en remplacement de M. le professeur Dr WIECHERT (Göttingue), sur le sixième volume (Géodésie et Astronomie) et M. Sommerfeld sur le cinquième volume (Physique).

C'est avec une grande satisfaction que les rapporteurs purent constater que les travaux de cette œuvre, conçue sur un plan très large et qui doit aussi être traduite dans les langues française et anglaise, avancent avec une complète régularité. Ces rapports furent suivis d'une discussion animée.

M. le professeur Dr von LILIENTHAL (Münster) traita de la *Géométrie du mouvement et de son emploi dans la Géométrie différentielle*. Il rappela d'abord l'emploi des mouvements hélicoïdaux infiniment petits dans la théorie des courbes et des surfaces. Après quelques remarques sur les recherches faites dans ce domaine par Beltrami, il examina le déplacement infiniment petit d'un trièdre trirectangle dont l'une des arêtes reste perpendiculaire à la surface, les deux autres coïncidant avec les tangentes de deux familles de courbes orthogonales. Les axes de ces mouvements hélicoïdaux engendrent un cylindroïde, dont deux propriétés fondamentales furent mises en lumière. Cet exposé se termina par quelques remarques sur certains paraboloïdes dont celui de Mannheim est un cas particulier.

M. le professeur Dr STÆCKEL (Kiel) rapporta sur les *propriétés arithmétiques des fonctions analytiques*. Il rappela d'abord ses recherches dans ce domaine publiées dans les « *Mathematische Annalen* » et les « *Comptes Rendus.* » Il insista en particulier sur le développement en série de puissance des fonctions analytiques uniformes, possédant un théorème d'addition algébrique, et présentant une singularité essen-

tielle à l'infini. Il montre que dans certaines conditions une pareille fonction ne peut être périodique, que si la période est un nombre transcendant.

M. le professeur Dr EBERHARD (Halle) présenta ensuite une *contribution à la théorie des Equations*. Il s'agit du problème suivant : Etant donnée une équation du degré n, on doit trouver deux équations du degré $n - 1$ composées de telle sorte que de leur étude on puisse déduire le nombre et la position des racines réelles de l'équation primitive.

Dans la *troisième séance* tenue le *mardi après-midi* conjointement avec la section de Géophysique, sous la présidence de M. le professeur Dr KILLING (Münster), ce fut M. le professeur Dr CHARLIER (Lund) qui parla le premier sur l'*explication astronomique d'une époque glaciaire;* puis M. le Dr HALM (Edimbourg) *sur les relations entre le magnétisme terrestre et les phénomènes sismiques ainsi que leur importance pour l'astronomie théorique et métrique*. M. le Dr HARTWIG (Bamberg) traita *la marche et la fermeture des horloges à pendule d'Ort*.

Après la communication de M. le Dr MARCUSE (Berlin) *sur le récent développement de la détermination géographique des lieux*, M. le professeur Dr EBERT (Kiel) présenta un travail sur *une question de Mécanique céleste*.

La *quatrième séance*, tenue le mercredi après-midi, fut présidée par M. le professeur Dr MITTAG-LEFFLER (Stockholm). Ce fut d'abord M. le professeur Dr STÆCKEL (Kiel) qui fit le rapport dont il s'était chargé sur le *développement de l'enseignement des Mathématiques appliquées aux universités allemandes*. Après avoir introduit le sujet par une revue rétrospective de la manière dont les maîtres avaient été préparés à leur carrière d'enseignement aux écoles supérieures, dans la première moitié du siècle passé, le rapporteur montra que dans la seconde moitié du même siècle, et cela par la création de gymnases réaux, d'écoles réales supérieures et de beaucoup d'autres écoles spéciales servant directement aux besoins de la technique et de la pratique, il était résulté pour l'instruction des mathématiciens une incompatibilité bien reconnaissable, en ce que, dans les cours universitaires la méthode purement abstraite fut constamment préférée et que par là les maîtres passant aux établissements réaux furent insuffisamment préparés dans plus d'une branche, comme par exemple celle de la Géométrie descriptive. Ce n'est qu'à une époque plus récente qu'aux universités, et cela surtout grâce aux instigations de M. le professeur Dr FÉLIX KLEIN, qu'il a été apporté quelque changement à cet état de choses en ce qu'à Göttingue on a fait d'abord quelques installations et pris des mesures dans le sens indiqué pour l'enseignement des Mathématiques appliquées. D'autres universités ont ensuite suivi l'exemple donné. Il s'agit avant tout de l'instruction des candidats à l'enseignement dans trois branches, à savoir : la Géométrie descriptive, la Mécanique technique et la

Géodésie. Il résulte d'un plan d'études esquissé par M. Staeckel que cette instruction peut être obtenue après une étude d'environ quatre semestres.

Le conférencier examine longuement les conditions de l'enseignement de la Géométrie descriptive, qui, depuis une dizaine d'années a donné les plus satisfaisants résultats. Les meilleures installations se trouvent jusqu'à présent à Göttingue.

Il serait à désirer que l'on établisse partout des salles de dessin avec le matériel nécessaire. Des ordonnances d'études émanées de personnes compétentes devraient être imprimées et distribuées aux étudiants pour leur servir de guide dans leur activité universitaire. La fréquentation des cours de Géométrie descriptive et celle des exercices s'y rapportant est presque partout très satisfaisante. Aujourd'hui il est relativement facile de trouver des maîtres capables, vu que beaucoup de jeunes mathématiciens cherchent à s'occuper dans l'enseignement de cette branche. Quant à la Géodésie et la Mécanique technique, la position est actuellement bien plus défavorable. Ces deux branches ne sont enseignées que dans fort peu d'universités.

Aujourd'hui la difficulté principale gît dans l'acquisition du matériel technique nécessaire. La bonne volonté montrée par MM. les physiciens en mettant leurs installations à la disposition de la Mécanique technique peut avoir une excellente influence. Une autre difficulté réside en la pénurie d'obtenir de nouvelles forces dans l'enseignement, car les mathématiciens sont trop insuffisamment préparés dans les connaissances techniques, tandis que, d'autre part, les ingénieurs ne possèdent en général pas des connaissances mathématiques assez approfondies pour entreprendre avec succès l'enseignement universitaire. Il n'y a que le temps qui puisse remédier à ces inconvénients. M. Staeckel termine par la remarque que, dans les commissions d'examen de la plupart des universités prussiennes, la branche des Mathématiques appliquées est confiée à un examinateur spécialement désigné pour cette branche.

Vint ensuite un travail de M. le professeur Dr Engel (Leipzig) *sur les coefficients différentiels d'ordre supérieur*. Il s'agit d'une extension des coordonnées de Clebsch, telle que dans les équations différentielles d'ordre supérieur, elles puissent fournir le même résultat que celui qu'elles donnent dans la forme fournie par Clebsch dans les équations différentielles du premier ordre.

Déjà en 1893 M. Engel avait indiqué une voie aboutissant au même but, mais inutilisable à cause du grand nombre des variables. Après que M. Study eut résolu le problème pour les équations différentielles à deux inconnues dans le plan, M. Engel effectua la résolution pour le cas des équations différentielles du troisième ordre et celui des équations aux dérivées partielles du second ordre dans l'espace.

Puis vint un rapport de M. le professeur Dr Franz Meyer (Königsberg) *sur l'extension du théorème d'Henrici et celui d'Ivory*.

Dans les deux théorèmes il existe des distances qui restent constantes pour certaines familles de collinéations, comme cela ressort d'une démonstration très simple. La différence des carrés des distances, dans l'espace à n dimensions, peut être représentée par une forme bilinéaire de deux séries de variables, les variables de l'une des séries étant telles que leur somme doit disparaître. De là résultent des extensions des deux théorèmes d'après différentes directions.

Après que M. le professeur Dr MITTAG-LEFFLER (Stockholm) eut discuté un *critère de trouver les singularités de fonctions analytiques,* M. J. TORKA (Friedenau) parla d'*une nouvelle Géometrie du mouvement.* Après avoir fait ressortir l'importance des systèmes articulés dans les sciences techniques, il examina à un point de vue nouveau les combinaisons les plus simples de ces mécanismes.

Le jeudi matin eut lieu d'abord l'assemblée générale administrative de la *Deutsche Mathematiker-Vereinigung,* sous la présidence de M. le professeur Dr HILBERT (Göttingue). Après avoir entendu le rapport annuel, présenté par M. le professeur Dr GUTZMER (Iéna), d'après lequel il ressort que l'association compte actuellement 520 membres, on résolut que désormais le *Jahresbericht* (rapport annuel) serait remplacé par une publication mensuelle. Outre la liste des membres, les comptes rendus des travaux scientifiques présentés aux assemblées et les rapports administratifs de l'association, ce nouvel organe ferait connaître à ses lecteurs des conférences, des rapports, des discours académiques, des articles nécrologiques, des rapports sur les Assemblées d'autres associations mathématiques, et, de plus, des communications relatives aux Ecoles supérieures en tant qu'elles intéressent les mathématiques pures ou appliquées. Comme rédacteur on choisit M. le professeur Dr GUTZMER, auquel on témoigna en même temps les remerciements de l'Assemblée, pour les services éminents qu'il avait rendus pendant sept années comme secrétaire-caissier de l'association. Quant à la partie financière de la Société, l'offre de la maison Teubner à Leipzig de se charger dorénavant de la caisse fut acceptée avec reconnaissance. M. le professeur Dr HEINRICH WEBER (Strasbourg) fut élu comme membre du Bureau, en remplacement de M. le professeur Dr Hilbert, sortant de charge.

La prochaine réunion annuelle aura lieu à *Karlsbad.*

Cette partie administrative fut suivie d'une séance scientifique (*la cinquième*) présidée par M. le professeur Dr F. KLEIN (Göttingue).

La première communication fut faite par M. le professeur Dr F. SCHILLING (Göttingue). Après avoir rappelé sa première série de modèles, relatifs à la génération des courbes cycloïdales, il présenta de *nouveaux modèles cinématiques pour la théorie des engrenages et fit ressortir leur liaison avec la théorie des transformations de contact.* Ces modèles se répartissent en trois classes suivant le mode de génération.

M. le professeur Dr HAUCK (Charlottenbourg) a ensuite parlé sur

les relations entre trois projections parallèles d'un système de l'espace. Dans chacun des trois plans sont donnés deux faisceaux de rayons parallèles, auxquels on donne le nom de *faisceaux centraux* (*Kernstrahlenbüschel*). L'auteur envisage alors deux de ces faisceaux situées dans des plans différents et qu'il désigne sous le nom de faisceaux *opposés*.

Il en déduit une correspondance entre les points des trois plans telle que trois points coordonnés sont reliés entre eux par la triple condition que chaque fois deux d'entre eux doivent être situés sur les rayons correspondants des faisceaux centraux s'y rapportant ; il obtient ainsi une affinité *parallèle-projective-trilinéaire*, qui est déterminée par deux systèmes de trois points de points coordonnés et les deux directions centrales de chaque plan. Trois systèmes d'une pareille affinité peuvent toujours être *orientés* de façon qu'ils se présentent comme projections parallèles du même système de l'espace. Chaque couple de faisceaux centraux opposés est placé alors en perspective. Les trois intersections des plans appelés centraux représentent les rayons projetants et se rencontrent au point objectif. Les rayons projetants de même espèce sont parallèles entre eux.

L'affinité peut aussi être déterminée par quatre systèmes de trois points coordonnés, quand ils sont choisis avec la restriction, que dans aucun système les quatre points ne soient tous placés en ligne droite ou que trois points ne tombent ensemble; car de ces quatre systèmes de trois points on peut déterminer les directions centrales en remarquant que chaque fois deux droites coordonnées sont coupées dans des séries semblables de points par les faisceaux centraux.

Les trois axes de perspectivité ne se coupent au même point que lorsque les trois systèmes sont placés de telle façon qu'un triple de points coordonnés se réduit à un seul point. On obtient alors une *orientation plane*.

Une pareille orientation fournit un moyen de construction important qui rappelle la méthode axonométrique. Pour terminer l'on mentionna la détermination de l'affinité par les trois « rapports des faisceaux centraux » et les trois « angles centraux », par quoi l'on arrive à la conception de l'affinité « supplémentaire ». Par la fixation des rapports entre les six éléments de détermination on arrive à une grande richesse de formes de l'affinité parallèle-projective-trilinéaire. Les espèces usuelles de projection de la Géométrie descriptive sont surtout caractérisées par des rapports très simples.

M. le professeur Dr Adler (Prague) *traita ensuite de la représentation sphérique et de son importance pour la Géométrie descriptive.* La représentation sphérique peut être facilement étudiée pour beaucoup de surfaces, surtout pour celles du 2e degré, et cela synthétiquement. En envisageant la surface polaire d'une surface par rapport à la sphère de rayon un, on obtient ainsi une correspondance par points.

En projetant les points de la surface polaire depuis le centre de la sphère sur sa surface, on obtient l'image sphérique de la surface pri-

mitive. C'est sur cette base qu'on peut démontrer alors le théorème que les images sphériques des lignes de courbure d'une surface du 2e degré sont des coniques homofocales. De plus les images sphériques des « isophotes » (lignes d'égale teinte) d'une surface quelconque avec un éclairage à rayons parallèles sont aussi des isophotes de la sphère avec le même éclairage. C'est sur ces théorèmes que repose l'importance de la représentation sphérique pour la Géométrie descriptive ; il y a cependant en cela une certaine difficulté, car il faut toujours trouver une construction permettant de passer aussi simplement que possible des points de la surface primitive à leur image sphérique, et inversement. Cette construction réussit d'une façon satisfaisante dans le cas des surfaces du 2e degré.

Ensuite M. le professeur Dr E. Müller (Königsberg) montra, qu'à l'aide de la notion de couple de points orientés, il est possible *d'établir pour la projectivité sur une droite des théorèmes analogues à ceux de Lie dans la Géométrie de la sphère.*

M. le professeur Dr London (Breslau) communique ses recherches sur une *espèce particulière de suite convergente de points.* Après avoir indiqué la définition de la notion de la suite convergente de points, il examina d'abord une construction du point de convergence, il est vrai seulement approximative, mais le degré d'approximation pouvant être donné à volonté. On est amené à des conséquences appropriées à des buts de construction, si l'on rapporte les points d'une droite d'une façon projective et si l'on construit relativement à un point de départ le point correspondant, et à celui-ci encore le correspondant, et ainsi de suite.

Dans le cas où le rapport projectif a des points doubles réels et n'est pas en involution, une pareille suite d'itération converge vers un des points doubles, tandis que la suite fournie par la projectivité inverse converge vers l'autre point double. Dans le cas de points doubles non réels, les points de la suite d'itération remplissent la droite partout d'une façon continue. Des rapports analogues subsistent pour des relations projectives dans les espaces à 2, 3, ... dimensions.

M. le professeur Dr Hilbert (Göttingue) parla de *quelques dissertations mathématiques récentes* faites par ses élèves et traitant de questions de la théorie des nombres, du calcul des variations et de Géométrie. Dans ce dernier domaine doivent être signalés les travaux de MM. Boy, Zoll et Hamel. La dissertation de M. Boy traite de la topologie des surfaces exemptes de singularités. Elle montre qu'effectivement il existe une surface exempte de singularités qui, par rapport au plan projectif, joue le même rôle dans le problème de la représentation conforme que la sphère par rapport au plan de la variable complexe. M. Hilbert présenta même le modèle d'une pareille surface.

D'autre part, M. Zoll traite de même avec succès les surfaces à lignes géodésiques fermées.

Le travail de M. Hamel a pour objet les différentes géométries obte-

nues en conservant tous les axiomes à l'exception de celui des triangles congruents, et pour lesquelles la détermination de la mesure est telle que la droite est le plus court chemin. Précédemment déjà deux manières de traiter de telle sorte la Géométrie avaient été trouvées par M. Minkowski et Hilbert lui-même. M. Hamel prouve qu'il y a encore d'autres manières d'envisager les géométries de cette espèce.

Vint enfin une communication de M. le Dr Zermelo (Göttingue) : *sur la théorie des lignes minima*. Dans le problème des « plus courtes lignes », il faut distinguer entre « les plus courtes » et « les plus courtes de toutes », selon que dans la variation on se restreint aux courbes voisines, ou qu'on ne le fait pas. La ligne géodésique est « la plus courte » jusqu'au premier point de tangence avec « l'enveloppe » du point initial, mais cesse déjà avant d'être « la plus courte de toutes », et cela au point de section avec « la courbe dite celle de double distance », où deux lignes les plus courtes d'égale longueur se coupent. Les plus courtes lignes à l'intérieur d'une portion limitée de surface plane formant une surface simple sont des courbes qui se composent de lignes droites et de parties concaves de la courbe du contour. Les plus courtes lignes partant d'un point initial remplissent la surface en formant un éventail et ne se coupent jamais une seconde fois. Pour finir le rapporteur parla du problème important du tracé des routes de montagnes suivant les lignes « les plus courtes » dont la pente à une limite donnée.

M. le professeur Dr Klein clôtura cette assemblée annuelle en prononçant des paroles pleines de cordialité et de remerciements à l'adresse de MM. les membres du Comité local pour tous les soins qu'ils ont bien voulu apporter à la réussite de cette réunion.

Dr J. Schröder (Hambourg).

La faillite de l'éducation scientifique.

Notre éminent ami M. Louis Olivier, dans la *Revue générale des Sciences*, dont il est le directeur, a publié (n° du 30 octobre 1901), à propos de l'enseignement de la Botanique, un article excellent dont nous avons plaisir à détacher le passage que voici :

« On a parlé de la faillite de la Science ; c'était une bêtise ; mais ne « semble-t-il pas que nous marchions, tête baissée, vers la faillite de « notre éducation scientifique ?

« Bien lourde est la tâche des professeurs de l'enseignement secon- « daire, obligés de se tirer d'affaire dans un cadre aussi restreint, en « accommodant leur rôle d'éducateurs aux exigences du mécanisme « administratif. »

Cette observation si juste s'applique à merveille à la question qui nous préoccupe plus particulièrement, celle de l'éducation mathématique. Là encore, là surtout, particulièrement en France, le mal est