différents modes de mesure des angles.

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **4 (1902)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **25.05.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

Les différents modes de mesure des angles.

Dans la plupart des traités de Trigonométrie il manque un chapitre spécial sur les différents modes de mesure des angles ; c'est cependant une question des plus importantes, surtout pour la pratique.

Comme unité de mesure on prend ordinairement le *degré*. Dans ce sens, un degré est un angle, mais on peut aussi le considérer comme un arc $\left(\frac{1}{360}\text{ de la circonférence}\right)$ et on a la longueur du degré si on connaît le rayon.

Au lieu du degré, on emploie aussi le *grade*, qui se prête aux mêmes observations, mais dont les sous-divisions sont décimales. C'est le $\frac{1}{400}$ de la circonférence.

Cette unité fut proposée lors de la création du système métrique. Elle offre de grands avantages, et il importe de savoir convertir en grades les degrés, minutes et secondes, et réciproquement.

Les progrès de nos instruments actuels, dans les observations, permettent d'évaluer des angles d'une seconde, alors que Tycho-Brahé, avec son quart de cercle, de dimension beaucoup plus grande, n'arrivait guère qu'au demi-degré.

Lorsqu'il s'agit de calculs trigonométriques, il est plus avantageux, au lieu du degré ou du grade, de prendre une unité empruntée à la nature même du cercle. Celle qu'on a adoptée est le *radian*, arc dont la longueur est égale à celle du rayon. Dans ce système, un angle droit a pour mesure $\frac{\pi}{2}$, et on a la correspondance que voici entre radians et degrés

R	D
2π	360
$\frac{\pi}{2}$	90
1	57 17′ 44″,8 ou 206 264″,8

L'usage du radian, ou unité trigonométrique, s'impose parfois avec un caractère d'urgence.

Si R est le rayon d'un cercle, la longueur d'un arc est αR, si l'angle correspondant est mesuré en radian, pour le nombre α, et $\frac{q}{360} \times 2\pi R$, si cet angle est mesuré en degrés par le nombre q.

L'avantage saute aux yeux ; on en trouverait un pareil dans la comparaison des formules, donnant une vitesse angulaire.

En planimétrie on démontre que le rapport de l'arc de cercle à sa corde a pour limite l'unité quand la corde diminue indéfiniment ; et

ainsi la corde, pour de très petits arcs, diffère si peu de l'arc qu'on peut négliger la différence et dire que la corde est égale à l'arc. D'où il suit, sous une autre forme, qu'on a les équations connues :

$$\lim \frac{\sin x}{x} = 1,$$

$$\lim \frac{\operatorname{tang} x}{x} = 1,$$

$$\lim \cos x = 0,$$

$$\text{pour } \lim x = 0.$$

Mais elles n'existent que si l'angle x est mesuré au moyen de l'unité trigonométrique.

Si l'on remplace $\sin x$ par n, quand l'angle est égal à $1''$, on obtient

$$n = \frac{1}{206\,265} \mathrm{R}.$$

Quand l'angle d'une seconde sous-tend un arc de longueur 1, le rayon de son cercle est de 206 265 unités. Par conséquent pour voir le décimètre sous un angle d'une seconde, on doit s'éloigner de 206 265 décimètres ou plus de 20 kilomètres ; pour une minute, l'éloignement est de 350 mètres, et pour un degré de 6 mètres à peu près.

Remarquons que

$$\sin 1'' = \frac{1}{206\,265}$$

d'où l'on tire

$$\log \sin 1'' = 4{,}68557 - 10.$$

Donc, pour trouver approximativement le logarithme d'une fonction goniométrique d'un petit angle on pourra, par exemple, écrire

$$\sin 1^\circ 15' = \sin 4\,500'' = 4\,500 \sin 1''$$

ou

$$\begin{aligned} \log \sin 1^\circ 15' &= \log 4\,500 + \log \sin 1'' = \\ &= 3{,}65321 + 4{,}68557 - 10 = \\ &= 8{,}33878 - 10 \end{aligned}$$

tandis que rigoureusement le nombre doit être

$$\log \sin 1^\circ 15' = 8{,}33875 - 10.$$

Quand on sait, que les parallaxes des étoiles fixes qui ont été déter-

minées, sont comprises entre 0″,2 et 2″, on en conclut facilement que les étoiles fixes sont 1 000 000 à 100 000 fois plus loin de nous que le soleil. Pour la constante de l'aberration, on trouve également 20″, parce que le rapport entre la vitesse de la lumière (300 000 kilomètres) et la vitesse de la terre autour du soleil (30 kilomètres) est à peu près 10 000. Toujours quand on veut mesurer un petit angle, comme le champ de vision d'un télescope, des cercles gradués, etc., on doit faire usage de cette formule.

Inversement quand il est question de petites quantités, on peut exprimer une longueur en mesure d'angle. Le théorème de Kepler

$$\mathcal{M} = \mathcal{E} - e \sin \mathcal{E},$$

où $\mathcal{M}$ et $\mathcal{E}$ sont mesurés en degrés et où e est très petit, peut se formuler encore ainsi :

$$\mathcal{M} = \mathcal{E} - \frac{e}{\sin 1''} \sin \mathcal{E}.$$

J.-C. Bolt (Rotterdam).

Remarque sur la cycloïde.

1. La cycloïde peut être engendrée par le mouvement composé d'un point qui se meut sur une circonférence, pendant que celle-ci glisse sur une droite, si l'on suppose que les espaces parcourus par le point mobile du cercle et par le point de contact avec la droite sont égaux. C'est, comme on sait, sur ce mode de génération que l'on s'appuie, pour montrer par la méthode de Roberval que la normale à la cycloïde passe par le point de contact correspondant.

Ce mode de génération peut aussi être présenté d'une manière légèrement différente, comme il suit :

La cycloïde est engendrée par le sommet C ou D, d'un parallélogramme *articulé* dont le côté AB glisse sur l'axe ox, pendant que les côtés AC et BB tournent autour des points mobiles A et B respectivement, l'espace parcouru par AB étant égale à l'arc décrit par C ou D.

En effet, comme tous les points du côté CD décrivent alors évidemment la même courbe (en des positions différentes), l'on peut, au lieu du parallélogramme, considérer seulement une droite AC dont le point A glisse sur l'axe des x et qui en même temps tourne autour de A. Comme le point C décrit alors, pour un observateur entraîné par le mouvement de A, un arc de cercle, et que ce cercle (si on le décrit) glisse sur une droite parallèle à ox à distance AC, il est évident que tout revient au mouvement composé cité au commencement. M. Schilling a donné dans cette *Revue* (II, p. 31 et suiv.) des propositions sur