DEUXIÈME PARTIE Contributions psychologiques à l'étude des parallèles.

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **5 (1903)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **26.05.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

DEUXIÈME PARTIE

Contributions psychologiques à l'étude des parallèles.

Les astronomes ont découvert et fait admettre l'*équation personnelle*. — Les géométres auraient pu les devancer de bien des siècles, si toutefois la géométrie est antérieure à l'astronomie. L'intuition géométrique n'est déjà pas identique pour tout le monde. — Le raisonnement géométrique, la preuve géométrique ne signifient rien, en général, c'est-à-dire abstraction faite de la culture intellectuelle des gens et de leur tournure personnelle d'esprit. Cela est la revanche des non-euclidiens : mauvais terminologistes, mauvais logiciens, ils se relèvent aux yeux de tous par le côté *empirique* et le *relativisme* de leur PSYCHOLOGIE. — Mais c'est tout, ou plutôt non, ce n'est pas tout ! Si les Euclidiens eussent tenu la main aux définitions exactes et bien serrées, jamais leurs adversaires n'auraient osé mettre en avant la notion de « deux droites se rencontrant sous un *angle nul !* ».

Ceci d'ailleurs sera une transition entre la philologie et la psychologie : qu'est-ce qu'un ANGLE ?

Il y a, ce me semble, un vestige de la négligence ici dénoncée, lorsque nous cherchons à comprendre ce que les gens veulent dire en parlant d'un *arc de cercle* ? Il y a des arcs de circonférence et des secteurs de cercle, mais il ne faut en aucun cas confondre l'angle biradial avec l'angle-espace. Le psychologue accuse hautement cette amphibologie : « L'angle est-il une situation relative de deux demi-droites, ou bien une portion définie de l'espace plan absolu ? » — Répondez. Et comme personne ne consent à répondre franchement, le psychologue continue sa grêle de questions :

1° Que voulez-vous dire en annonçant que deux angles adjacents égalent deux droits ?

2° Qu'est-ce que ces deux angles adjacents dont les côtés distincts sont en ligne droite ?

3° Qu'est-ce que cette somme des angles autour d'un sommet commun et égale à quatre droits ?

4° Qu'est-ce enfin et surtout (!) que l'*espace-bande* compris entre deux parallèles ?

Et, comme personne encore ne veut se compromettre là-dessus, nous dirons ceci :

1° L'espace-bande compris entre deux parallèles n'est point un angle *nul*, c'est un INCOMPARABLE à la façon dont Leibniz a cherché ses infiniment petits.

2° Une *bande-espace* est double ou triple d'une autre, comme la différentielle (dy) est double ou triple de l'accroissement unitaire et étalon (dx).

3° Une bande, si large qu'elle soit, ne peut en se répétant devenir une *partie aliquote* de l'espace plan.

4° Aucun *angle-espace*, dans le sens véritable, ne peut rester contenu dans une bande. (Bertrand de Genève).

Nous voici au cœur du sujet psychologique. (Théorie de la connaissance). On peut faire de la géométrie bidimensionnelle sur trois faces principales, ayant avant tout cette propriété, savoir : « Que l'on transportera les figures, d'un endroit en un autre, sans *plissement* ». (Je traduis une phrase de Gauss). L'axiome des axiomes est donc celui-ci : « Transportabilité et superposabilité des figures ». — C'est le *principe majeur de la technicité géométrique*.

Le psychologue est enchanté de voir cette hiérarchie introduite dans les vieux axiomes jaloux les uns des autres, oligarchistes et faussement démocrates ! Il est certain que les axiomes ne se valent pas... (*apodictiquement* parlant). — Ce serait trop facile !

L'Euclidien comprendra que sa géométrie n'est ni plus ni moins vraie que les autres géométries... mais qu'elle est plus commode ! (Poincaré).

L'Euclidien admettra même, en y mettant un peu de bonne volonté, que sa géométrie est *plane*, c'est-à-dire *plate*, *homaloïdale*, *bourgeoise*, *opportuniste*, *tempérée*, comme une foule immense de choses en ce bas mode ! — Psychologiquement l'EUCLIDIANISME est encore conforme à son étymologie, c'est la BONNE CLEF pour ouvrir les serrures moyennes, sans aucune ironie ! — Mais il pourrait très bien se faire que le nom d' « Euclide » fût symbolique en tout cela ?

A ce point de vue : Euclidianisme = Transigeance = Succès ! Revenons à la géométrie pure.

Il y a certainement une surface sur laquelle la géométrie euclidienne est vraie. — Cela suffit au psychologue. Si l'on veut que cette surface se nomme « Horisphère », nous la nommerons ainsi afin d'apaiser les passions. Et puis après ?

Théorème. — Par un point P pris en dehors d'une droite et par rapport à une transversale donnée, on peut mener autant de parallèles qu'on sait géométriquement en construire, c'est-à-dire *une seule*. Nous y insistons à dessein : *une seule :*

1° Si le point P est pris sur la transversale même, l'unicité de la parallèle est évidente, puisque toute autre droite ne ferait pas les angles voulus au point P avec la transversale donnée.

2° Si le point P est à la fois en dehors de la droite et de la transversale, il faut démontrer que du point P on ne peut mener à la transversale qu'*une* droite faisant *un* angle défini en grandeur et en direction. — Or, cette démonstration est facile.

Théorème. — Par un point pris en dehors d'une droite, on peut mener autant de droites asymptotes que l'on sait en construire, c'est-à-dire une seule.

Et en effet ce n'est là qu'un corollaire du théorème précédent, si l'on veut bien se rappeler que la *parallèle* est la seule droite *asymptote*, dans le sens propre des termes.

Mais le philosophe fera remarquer que si la seule droite asymptote que nous sachions construire est une parallèle, rien ne prouve qu'il n'y ait pas d'autres droites non parallèles et pourtant asymptotes dont la construction nous échappe ?

J'avoue que cette dialectique donne envie de jeter par terre toute la géométrie et même toute géométrie ! — Exemple.

1° Par un point pris sur une droite on peut élever *une* perpendiculaire, ou *plusieurs* ou *pas du tout*.

2° Par un point pris en dehors d'une droite on peut abaisser *une* perpendiculaire, ou *plusieurs* ou *aucune*.

Le géomètre se révolte aussitôt et demande au nom de quel absurde libéralisme on détruit l'unicité ou la réalité même de la perpendiculaire ?

Ce libéralisme n'est pourtant pas si absurde que cela, attendu que notre procédé pour élever une perpendiculaire est issu de la croyance que l'espace plan est exactement divisible en deux moitiés et chacune d'elles encore en deux moitiés. Lorsqu'on disait jadis, pour établir la possibilité de la quadrature du cercle, qu'un carré inscrit, grandissant jusqu'à devenir un carré circonscrit, devait à un moment critique passer tout juste par une aire égale à celle du cercle, on oubliait que cette croissance *continue* est une superstition ; et que en réalité, l'aire croissante du carré *saute par-dessus* la valeur incommensurable de l'aire circulaire. L'instant précédent donne un carré encore trop petit, l'instant suivant donne un carré déjà trop grand.

Chacun de nous attribue au principe de continuité des vertus diverses. Ainsi, au nom de la continitué *absolue* on élèvera, je suppose, une première perpendiculaire sur une droite. Or, au nom de la même continuité, je défie le géomètre d'en élever une seconde, à côté. Et voilà pourquoi : votre procédé de construction consistant à faire tourner la future perpendiculaire autour de son pied, vous ne parviendrez pas à chasser le point de rencontre à l'infini (voy. plus haut), vous n'atteindrez pas l'angle aigu de parallélisme et encore moins l'angle droit ! Voilà où l'on arrive en usant d'une dialectique à outrance. La géométrie finit par être pleine de *desiderata*.

Conclusions provisoires.

La linguistique et la psychologie nous conduisent à déclarer incorrecte, dans la forme et dans le fond, toute la théorie des parallèles. Il faudrait pouvoir faire abstraction de tout notre psittacisme à l'endroit de ce trop fameux chapitre. Au lieu de rabâcher automatiquement les mots, les phrases et les paragraphes, il faudrait loyalement se demander à quel résultat on prétend arriver soit par la raison pure, soit par l'intuition empirique, soit par l'emploi simultané de la logique et des notions expérimentales directes.

1° Si l'on admet notre première rectification, savoir : que deux droites coplanaires sont parallèles dès qu'elles font des angles définis avec une transversale définie et imposée au constructeur ;