IV. Limites de racines

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **5 (1903)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **26.05.2024**

l'on déduit que

$$\alpha^2 - \frac{a_1}{a_0}\alpha - \frac{a_2}{a_0} > 0$$

mais, pour cela, il faut que α soit un nombre plus grand que la racine positive de l'équation

$$x^2 - \frac{a_1}{a_0}.\, x - \frac{a_2}{a_0} = 0$$

(parce que $\alpha > 0$) d'où

$$\alpha > \frac{a_1}{2a_0} + \sqrt{\left(\frac{a_1}{2a_0}\right)^2 + \frac{a_2}{a_0}}$$

qui est plus grande que $\frac{a_1}{a_0}$.

IV. Limites de racines

On connaît les relations entre les racines et les coefficients, c'est-à-dire

$$\alpha + \beta + \gamma + \ldots\ldots = - a_1$$
$$\alpha\beta + \alpha\gamma + \ldots\ldots = + a_2$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$\alpha\beta\gamma\ldots\ldots\gamma = (-1)^\mu a_\mu$$

Nous pouvons en déduire des règles pour trouver des limites des racines ; par exemple :

1. — Si dans un polynôme du degré μ avec des racines toutes réelles, nous avons

$$| a_{\mu-1} | > a_\mu$$

il y aura nécessairement une racine en valeur absolue moindre que μ.

Démonstration. — La somme des produits des racines $\mu - 1$ à $\mu - 1$ donne en valeur absolue le terme $| a_{\mu-1} |$. La valeur absolue du produit des racines est $| a_\mu |$. Des produits $\mu - 1$ à $\mu - 1$, le plus grand en valeur absolue est celui qui n'a pas la racine la plus petite ; et si nous multiplions ce produit par μ, nous aurons un nombre plus grand que $| a_{\mu-1} |$ et par conséquent que $| a_\mu |$; tandis que si le même produit est multiplié par la racine a plus petite, nous aurons le terme $| a_\mu |$.

D'où l'on voit que μ est plus grand que la plus petite racine.

2. — Dans un polynôme qui a toutes les racines positives

et

$$|a^{\mu}| > |a_{\mu-1}|,$$

il y a nécessairement une racine positive plus grande que le degré du polynôme.

Démonstration. — La somme des produits des racines $\mu - 1$ à $\mu - 1$ est égale à $|a_{\mu-1}|$, tandis que le produit de μ racines est égal à

$$|a_{\mu}|$$

Des produits $\mu - 1$ à $\mu - 1$ le moindre sera celui qui n'a pas la plus grande racine. Donc ce produit, multiplié par μ, nous donnera un nombre plus petit que $a_{\mu-1}$ et par conséquent plus petit que a_{μ}.

D'où il suit que le nombre μ est plus petit que la plus grande racine.

P. Zervos (Athènes).