Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

Band: 6 (1904)

Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Buchbesprechung: G. Humbert. — Cours d'analyse, professé à l'Ecole polytechnique. Tome I : Calcul différentiel, Principes du Calcul intégral. Applications géométriques. Gauthier-Villars, Paris, 1903. — 1 vol. gr. in-8º de 483 pages ; Prix : 16 fr.

Autor: Buhl, A.

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 11.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

de réduction est moindre que 1 : 1,000,000, il suffit de prendre la terre pour un globe. Il apprécie le mérite de Tissot qui, dans son « Mémoire sur la représentation des surfaces et les projections des cartes géographiques » a été le premier à examiner les diverses esquisses radiométriques d'après leurs proportions de défiguration. — Après avoir donné un abrégé historique de tous les mesurages des arcs de méridiens entrepris depuis 1735, et après avoir déduit l'aplatissement de la terre, il explique les notions de latitude géographique, réduite et géocentrique, et démontre les relations entre ces trois grandeurs ; la distance d'un point de la surface et du centre est également exprimée par une formule ; puis, la longueur du rayon de courbure est dérivée de l'examen d'un élément de courbure, la longueur des degrès d'un méridien est calculée en fonction de la latitude réduite (plus tard aussi à l'aide de la latitude géographique) et les arcs du sphéroïde terrestre sont comparés à ceux du globe inscrit. Si le quotient des deux longueurs correspondantes — c'est-à-dire la proportion d'agrandissement — est constant, nous avons affaire à la représentation équidistante. Après avoir discuté d'une manière semblable les arcs des parallèles (dont la représentation sur le globe inscrit devient naturellement équidistante, l'auteur établit l'élément différentiel de la surface et calcule la surface du sphéroïde terrestre par intégration ; l'intégrale elliptique qui en résulte est évaluée par un développement en séries et donne A = 509,950,723 kilomètres carrés ; un globe d'une surface égale aurait un rayon de 6370·2 km.

La grandeur d'une maille du réseau des degrès (« *Gradnetzmasche* ») est obtenue suivant la formule de Grunert, et appliquée à l'aire d'une section de la carte de l'Etat-major et d'une feuille planchette ; une telle feuille embrasse toujours 6′ de latitude et 10′ de longitude.

Le second chapitre du livre contient la partie pratique de l'étude mathématique de la cartographie : représentation équidistante, représentation conforme du sphéroïde sur le globe de Mollweide et de Gauss, et enfin transformation sur le plan au moyen de la projection de Mercator.

Tous les raisonnements sont rigoureux et montrent qu'une étude approfondie de la géographie mathématique et de la cartographie est inaccessible à ceux qui ne possèdent pas une connaissance approfondie des mathématiques. L'auteur remonte partout aux premières et meilleures sources (Mollweide, Gauss, Bessel, Grunert, Helmert, Tissot, Hammer, Jordan, lieutenant-général Dr Schreiber) qui traitent ces problèmes à fond. Il ne ménage pas de ses critiques les auteurs modernes qui n'abordaient pas le sujet avec les connaissances indispensables.

L'impression est irréprochable ; ce n'est que page 51, qu'on trouve : h sin $= (90^\circ - \sigma).d\varphi$, où « sin » doit être placé après le signe d'égalité.

Le livre peut être recommandé à tous ceux qui s'occupent de géographie mathématique. ERNST KALLER (Vienne).

G. HUMBERT. — **Cours d'analyse,** professé à l'Ecole polytechnique. Tome I : Calcul différentiel, Principes du Calcul intégral. Applications géométriques. Gauthier-Villars, Paris, 1903. — 1 vol. gr. in-8o de 483 pages ; Prix : 16 fr.

Ce nouveau cours d'analyse est avant tout une œuvre d'enseignement qui se distingue des autres par une originalité extrême et un grand souci de clarté se manifestant continuellement par le choix d'exemples concrets fort simples et de nombreuses interprétations géométriques.

Une préoccupation de cette nature apparaît déjà dès la dixième ligne du commencement de l'ouvrage. L'auteur voulant s'expliquer sur la notion de limite prend comme exemple le nombre 0,9999... qui tend vers l'unité lorsque le nombre des 9 augmente indéfiniment.

Combien d'autres auteurs y a-t-il qui aient songé à éclaircir ainsi des notions où le plus souvent, le débutant ne voit que de rébarbatives abstractions. Plus loin, dans l'étude de la continuité des fonctions de deux variables, l'étude de la différence $f(x,y) - f(x_0,y_0)$ quand x et y diffèrent infiniment peu de x_0 et y_0 est faite géométriquement par la considération des valeurs que prend $f(x,y)$ en tous les points d'un carré infiniment petit ayant pour centre le point x_0, y_0.

Les infiniment petits analytiques sont immédiatement suivis d'exemples d'infiniment petits géométriques et, après des généralités fort claires sur les dérivées, les différentielles et les déterminants fonctionnels, un chapitre important s'ouvre sur la géométrie infinitésimale et les méthodes synthétiques qui permettent de résoudre élégamment des questions variées sur la courbure des courbes planes, les développées, les caustiques, etc., etc. Cette façon de faire est si peu habituelle que M. Humbert paraît presque s'en excuser dans sa préface, paraissant craindre qu'on lui reproche de morceler son cours. A notre avis, ce scrupule est non seulement exagéré mais l'inspiration nous paraît on ne peut plus heureuse et bien féconde pour l'étudiant qui aura ainsi des notions bien tangibles sur les infiniment petits et leurs divers ordres et se perdra moins dans les critères analytiques généraux dont le moindre défaut est d'être souvent d'une application compliquée et peu élégante dans des cas simples élégants en eux-mêmes.

L'étude des changements de variable est illustrée des plus belles applications géométriques : transformations ponctuelles des figures et transformations de contact, le tout avec une facilité véritablement remarquable.

Quoi de plus surprenant que la considération immédiate de la cyclide de Dupin comme provenant, par la transformation de Sophus Lie, de l'hyperboloïde à une nappe. Cette transformation qui conserve les contacts change en effet les droites en sphères ; donc au lieu d'une droite qui s'appuie sur trois droites fixes (hyperboloïde réglé) correspond une surface enveloppe de sphères touchant trois sphères fixes (cyclide de Dupin).

Signalons encore un intéressant chapitre sur la genèse des équations différentielles et des équations aux dérivées partielles auxquelles satisfont, la droite, le cercle, les coniques, les cylindres, les cônes, les surfaces réglées et développables, après lequel nous abordons l'étude des séries.

Dans ce dernier sujet, H. Humbert ne pouvait trouver aucun avantage à s'éloigner des méthodes classiques ; mais il les a exposées avec une grande sobriété et en abrégeant fort le fatras analytique parfois si rebutant dans ces théories.

Nous voyons ensuite la notion de *fonction analytique* $f(x+iy) = P + iQ$ suivie immédiatement, à propos de P et de Q, de celle de *fonction harmonique*. Quant aux *fonctions uniformes* ou *monodromes*, leur importance apparaît immédiatement par la considération de la non uniformité de $\log z$.

La première partie de l'ouvrage se termine par la formule de Taylor pour le cas de plusieurs variables, puis par les maxima et minima. A côté des procédés ordinaires sont mentionnés des exemples géométriques élégants traités directement quand, par exemple, la dérivée ou la différentielle totale

de la fonction étudiée sont susceptibles d'être aperçues directement sur les figures au moyen de considérations synthétiques.

La seconde partie de ce premier volume est consacrée au Calcul intégral. Au milieu des généralités habituelles je signalerai comme points présentant un intérêt particulier, l'étude des intégrales de genre zéro comme intégrales attachées aux courbes unicursales, puis un important chapitre sur la réduction aux formes canoniques, des intégrales hyperelliptiques, elliptiques et abéliennes de genre un. L'auteur donne, comme première définition du *genre,* la définition géométrique : différence entre le nombre maximum de points double possible par une courbe de degré n et le nombre de points double que possède cette courbe en réalité.

Après les intégrales définies nous avons de nombreuses applications à l'évaluation des aires, des volumes, des arcs et la seconde partie se termine avec l'étude des intégrales définies dans le cas de limites infinies, l'intégration et la dérivation des séries, une introduction à la théorie des séries trigonométriques et les formules de quadratures approchées.

La troisième partie du volume a trait aux applications géométriques du Calcul infinitésimal : théorie du contact, enveloppes des courbes planes et des surfaces, enveloppes de courbes gauches, conséquences.

La théorie des courbes gauches est rapidement développée et l'auteur paraît préférer raisonner directement sur les notions de courbure et de torsion que sur les rayons de courbure et rayons de torsion. Il arrive ainsi à écrire les formules de Frenet sous une forme un peu différente de la forme habituelle.

Les lignes tracées sur les surfaces sont étudiées brièvement, mais quant à leurs plus belles propriétés ; voici notamment le théorème de Sophus Lie mentionné plus haut qui transforme les génératrices, c'est-à-dire les lignes asymptotiques de l'hyperboloïde réglé en les lignes de courbure de la cyclide de Dupin ; il est ainsi établi que cette dernière surface possède pour lignes de courbure deux familles de cercles. Mentionnons aussi l'étude des lignes de courbure de l'ellipsoïde qui introduit l'importante notion des coordonnées elliptiques et la définition des surfaces minima par la propriété de leurs asymptotiques de former un réseau orthogonal.

Le volume se termine par le problème des surfaces applicables l'une sur l'autre et la théorie des cartes géographiques.

Excellent ouvrage, au résumé, pour l'initiation à l'analyse et à ses plus belles applications.

A. Buhl (Montpellier).

C. A. Laisant. — **L'Education fondée sur la science,** avec une préface d'Alfred Naquet. — 1 vol. in-8°, 152 p., prix : 2 fr. 50 ; Félix Alcan, Paris 1904.

M. Laisant a eu l'heureuse idée de réunir en un volume les conférences faites par lui à l'Institut psycho-physiologique, dans les années 1899, 1901 et 1903, sur les quatre sujets suivants : l'initiation mathématique, l'initiation à l'étude des sciences physiques, éducation scientifique et psychologie, le problème de l'éducation.

Un souffle de vie et de vérité anime ces pages vigoureusement préfacées par M. Naquet. L'auteur ne prétend pas résoudre les diverses questions qu'il aborde ; mais il se propose d'exciter la réflexion du lecteur et il y réussit pleinement. Dans les deux premières études, il fait toucher du doigt