Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 6 (1904)
Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: ENSEIGNEMENT ÉLÉMENTAIRE DE LA MÉCANIQUE
Autor: Gouilly, Al.
Kapitel: § I. — La mesure en mécanique, usage des vecteurs.
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-7560

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 03.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

§ I. — La mesure en mécanique, usage des vecteurs.

Une science, quelle qu'elle soit, se compose de principes et de méthodes d'investigation et d'utilisation. Les principes tiennent à l'observation et les méthodes sont expérimentales; mais l'application aux sciences des propriétés de l'étendue et de celles des nombres facilite le groupement des données numériques fournies par l'expérimentation; de plus elle fait naître des rapprochements dont on ne doit user qu'avec prudence quand il s'agit de principes et de lois. En effet, les propriétés de l'étendue, celles des nombres ont une généralité qui les rend applicables à tout; mais elles ne peuvent donner que des résultats en rapport avec ces propriétés, et si les mathématiques sont dans tout, tout n'est pas dans les mathématiques. Outre qu'elles ont une utilité prépondérante dans la mesure et l'interpolation des résultats de l'expérimentation, elles peuvent conduire à la découverte de lois; mais ce n'est qu'expérimentalement que se fait la démonstration de celles-ci.

Penser autrement, c'est s'exposer à des erreurs. Si dans une question on arrive à l'équation finale $A + B = 0$ et si A et B sont des vecteurs, cette égalité exprime toujours l'équipollence des vecteurs A et $-B$; mais si A et B sont des forces, l'égalité ne peut servir à exprimer que deux forces A et $-B$ sont équivalentes, parce que cela n'est pas. Soit encore l'égalité $A + B + C + D = 0$; si $C = -D$, l'égalité est indépendante des grandeurs C et D; mais si A, B, C, D représentent des forces, les deux égalités n'expriment pas que deux forces égales et directement opposées se détruisent parmi d'autres, parce que cela n'est pas.

En mécanique le point matériel est employé à l'étude des principes généraux et à leur application dans tous les cas où les dimensions de l'étendue occupée par la masse n'ont point d'importance ou bien sont négligées — exemple : l'étude du mouvement de translation des planètes autour du soleil. — Dès que l'on envisage les systèmes matériels, il faut faire intervenir, pour les concevoir, non seulement la masse et la

force, mais tout d'abord les propriétés de l'étendue et plus tard les propriétés physiques de la matière.

Dans l'enseignement élémentaire, après le point matériel, on étudiera des systèmes matériels solides, liquides ou gazeux, composés de points matériels s'attirant ou se repoussant en fonction des distances réciproques et on tiendra compte de l'étendue. Le mot surface en géométrie désigne une notion non définissable d'une manière générale et que l'on acquiert par l'étude de lieux de points géométriques jouissant de propriétés géométriques communes et bien définies. La surface d'un corps, *ce* qui sépare les masses qui en font partie de celles qui n'en font pas partie, ne peut être qu'approximativement considérée comme une enveloppe de plans. Le mot surface a d'ailleurs une seconde signification pour un système matériel : la surface est l'ensemble des particules qui sont à la limite de l'étendue occupée par le système; elle est capable de propriétés physiques : couleur, poli, par exemple. Elle n'est pas continue.

Le fait indéniable de la porosité suffit pour empêcher de considérer la matière d'un système comme répandue continuement dans l'étendue qui la contient. Ce n'est que pour profiter des procédés de calculs continus qu'on y considère des éléments infinitésimaux correspondant aux systèmes de coordonnées auxquels on rapporte un système matériel. Ces éléments doivent être considérés comme contenant des particules isolées.

A ce moment apparaît très nettement la nécessité de remplacer les forces que nous ignorons par des *forces de définition*. — Une première fois d'ailleurs s'est présentée la nécessité d'une force de définition; c'est à propos du point matériel, lorsque l'accélération de son mouvement a été attribuée à la résultante des forces appliquées à ce point. — La *pression* sur un élément plan, considéré à l'intérieur d'un système matériel, est une force de définition tenant compte des forces exercées par les points matériels situés d'un côté du plan sur ceux qui sont situés de l'autre côté, lorsque les points séparés par le plan sont à des distances moindres que celle où se limite l'action moléculaire. Les vecteurs équi-

pollents aux forces exercées sur un même côté du plan ont une résultante de translation P au centre de gravité de l'aire plane Ω et un couple correspondant M. On dit que $\frac{P}{\Omega}$, $\frac{M}{\Omega}$ sont respectivement la pression moyenne et le couple moyen sur l'élément plan. Si les dimensions de Ω deviennent infiniment petites, on a ce que l'on nomme la pression unitaire et le couple unitaire en un point donné. Le couple est généralement d'un ordre de grandeur infinitésimale supérieur à celui de la pression. Un solide est défini en disant que la pression sur un élément plan est en général oblique à cet élément; un fluide est défini, dans une première étude, par l'hypothèse que la pression sur un élément plan est normale à cet élément, dans tous les cas, la pression équivaut à une compression dans un fluide.

D'une manière analogue, on définirait la résultante des forces extérieures, autres que les pressions, par unité de masse en un point d'un système matériel en équilibre, et la force accélératrice, ou par unité de masse, en un point d'un système matériel en mouvement.

La définition du *poids* d'un système matériel pesant est un exemple de l'usage des vecteurs pour la mesure. Soit mg un vecteur équipollent à l'attraction de la terre sur un point matériel de masse m et de même direction. Tous les vecteurs analogues pour les points d'un système matériel ont une résultante unique $P = \Sigma mg$ passant, pour une position du système, par un point x_g, y_g défini par les équations $Px_g = \Sigma mgx$, $Py_g = \Sigma mgy$. En supposant que les déformations du système sont négligeables, lorsque l'on change son orientation dans le champ de la pesanteur, la résultante des vecteurs représentatifs de l'attraction passe par un point x_g, y_g, z_g défini par trois équations analogues aux précédentes. Enfin, si les dimensions du système sont assez petites pour que g soit constant, on a, en désignant par M la somme des masses du système,

$$P = Mg, \quad x_g = \frac{\Sigma mx}{M}, \quad y_g = \frac{\Sigma my}{M}, \quad z_g = \frac{\Sigma mz}{M};$$

et le centre de gravité est le centre des masses. Le poids total et le centre de gravité d'un système n'ont pas d'objecti-

vité mécanique en dehors de la mesure. Aussi, par extension, dit-on centre de gravité d'une ligne, d'une aire, d'un volume pour désigner les points obtenus en remplaçant les masses par des longueurs, des aires, des volumes dans les équations précédentes.

Le rôle des vecteurs dans la mesure ne peut apparaître mieux que dans la résolution des équations de l'équilibre. Les conditions générales de l'équilibre ont été formulées comme il suit dans le premier article, § III :

Pour qu'un système matériel soit en équilibre, il est *nécessaire* que la somme des projections des forces *extérieures* appliquées au système soit nulle sur chacun de trois axes de coordonnées et que la somme des moments de ces forces soit nulle pour chacun de ces axes.

Cela donne lieu à six équations entre les forces extérieures : trois de projections, trois de moments. Elles sont obtenues par l'application des principes généraux de la mécanique ; leur résolution est une opération algébrique ou géométrique, dans laquelle les notations qui représentent les forces perdent leur signification première et ne représentent plus que des grandeurs algébriques ou des grandeurs géométriques, dans ce cas, des vecteurs. D'où l'énoncé suivant :

Pour qu'un système matériel soit en équilibre, il est nécessaire que les vecteurs substitués aux forces extérieures appliquées au système aient une résultante générale nulle et un moment résultant nul par rapport à un point quelconque.

S'exprimer ainsi, c'est dire que les forces extérieures satisfont aux équations de l'équilibre. Toutes les combinaisons que l'on fait de ces équations, toutes les opérations géométriques que l'on en déduit n'expriment pas l'équivalence de systèmes de forces, mais bien l'équivalence de systèmes de vecteurs.

Si, après avoir fait une théorie des vecteurs, il importe de s'en servir systématiquement, il ne faut pas cependant torturer le langage par une superposition de mots qui n'ajouteraient rien à la clarté. De même qu'en géométrie on dit une *droite* au lieu de dire une *ligne droite*, une *courbe* au lieu de dire une *ligne courbe*, de même en mécanique on s'exprime

avec une précision suffisante en disant une *pression*, un *poids* pour désigner la résultante des vecteurs qui représentent les éléments d'une pression ou d'un poids. Le mot *vecteur-force* représente bien un vecteur équipollent à une force et de même direction.

§ II. — Hypothèses à rejeter.

Les hypothèses de démonstration en cours sont à rejeter : 1° Parce qu'elles sont inutiles pour les hommes qui ont réfléchi à la mécanique et que toutefois elles peuvent être des causes d'erreurs; car on multiplie les chances de se tromper en faisant des raisonnements inutiles, comme on les multiplie en compliquant inutilement les calculs; 2° elles n'ont aucune réalité et sont accompagnées de restrictions et de correctifs que les débutants peuvent ne pas saisir ou qu'ils peuvent oublier et qui sont cependant indispensablement le fond de la mécanique; 3° elles donnent lieu à des énoncés qui, appliqués avec une certaine logique, conduisent (les débutants toujours) à des conséquences qu'il faut rejeter.

L'hypothèse du solide indéformable est à rejeter. D'abord elle est inutile pour obtenir les conditions générales de l'équilibre; en outre, dans cette hypothèse, les phénomènes les plus simples de la mécanique n'offrent aucun sens.

Ainsi la pression réciproque de deux solides indéformables devrait être toujours appliquée au même point de la surface de contact, car l'invariabilité supprime toute influence du monde extérieur, comme toute mécanique d'ailleurs. Où serait ce point? Or supposons deux solides indéformables A et B en contact par une surface plane C; soit F une force unique appliquée au solide A, normalement à C, et tendant à l'appuyer sur le solide B. Le vecteur résultant des pressions élémentaires de B sur A doit avoir la direction et le sens contraire de F pour que A soit en équilibre. Ce vecteur doit donc rencontrer la surface C au même point que la direction de F. Si on déplace la force F, on déplace en même temps ce point; mais il ne devrait pas se déplacer en raison de l'in-