Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

Band: 7 (1905)

Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Rubrik: BIBLIOGRAPHIE

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 12.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

equations, 3; Analytic geometry, 3. — Professor C. S. Schlichter : Theoretic mechanics, 2 ; Theory of probabilities, 2 (second semester) ; Hydrodynamics, 2. — Professor E. B. Skinner : Geometry of three dimensions, 2; Advanced calculus, 2 ; Twisted curves and surfaces, 3 (first semester); Quaternions, 3 (second semester) : Seminar in groups, 2. — X : Projective geometry, 2.

Yale University (New Haven, Conn.). — Professor Beebe : Celestial mechanics, 2. — Professor J. Pierpont : Elliptic functions, 2 : Functions of a real variable, 2 ; Functions of a complex variable, 2 : Analytic geometry, 2 ; Theory of aggregates, 1. — Professor P. F. Smith : Continuous groups of transformations, 2. — Professor H. E Hawkes : Algebra, 2 ; Advanced algebra, 2 ; Teachers course in geometry, 2 ; Differential equations, 1. — Dr. W. A. Granville : Differential geometry, 1. — Dr. E. B. Wilson : Advanced calculus, 2 ; Analytic mechanics, 2 ; Theoretical mechanics, 2 ; Dr. C. M. Mason : Partial differential equations, 2 : Functional equations, 1. — Dr. D. R. Curtiss : Harmonics analysis, 2 ; Taylor's series and analytic continuation, 1. — By Mr. Taylor : Scientific computation, 1.

BIBLIOGRAPHIE

Encyclopédie des Sciences mathématiques pures et appliquées. Publiée sous les auspices des Académies des Sciences de Göttingue, de Leipzig, de Munich et de Vienne avec la collaboration de nombreux savants. Edition française rédigée et publiés d'après l'édition allemande sous la direction de Jules Molk, professeur à l'Université de Nancy. Tome I, premier volume : *Arithmétique.* Fasc. 1, 160 p., prix : 5 fr.; Gauthier-Villars, Paris; B. G. Teubner, Leipzig.

L'*Encyklopädie der mathematischen Wissenschaften*, dont nous avons annoncé le plan général en son temps a été fort bien accuelllie des mathématiciens et n'a pas tardé à leur rendre de précieux services. Avec le développement considérable qu'ont pris les sciences mathématiques au cours du XIXme siècle, il devenait en effet indispensable d'avoir un exposé à la fois simple et concis, mais aussi complet que possible, des résultats acquis dans les différentes branches de la science mathématique. C'est ce qui explique le succès de l'*Encyclopädie* et la nécessité d'en publier une édition française.

Cette édition ne sera pas une simple traduction, mais elle sera le résultat d'une véritable collaboration entre les auteurs des articles allemands et ceux du texte français. Elle sera publiée sous la direction de M. Jules Molk, professeur à l'Université de Nancy.

L'édition française est divisée en *sept Tomes,* comprenant chacun trois ou quatre volumes gr. in-8° qui paraissent par livraison. Ces sept Tomes se répartissent comme suit :

Mathématiques pures :

Tome I. Algèbre, rédigé dans l'édition allemande sous la direction de

M. W. Fr. Meyer (Königsberg); rédaction française sous la direction de M. J. Molk.

Tome II. Analyse. Rédaction allemande : H. Burkhardt (Zurich); réd. franç.: J. Molk.

Tome III. Géométrie. W. Fr. Meyer et J. Molk.

Mathématiques appliquées.

Tome IV. Mécanique. Rédaction allemande : F. Klein (Göttingue) et C.-H. Müller (Göttingue); rédaction française : F. Appell (Paris) et J. Molk.

Tome V. Physique. Rédaction allem. : A. Sommerfeld (Aix-la-Chapelle); rédaction française : ... et J. Molk.

Tome VI. Première partie : Géodésie et Géophysique. Réd. allemande : Furtwängler (Potsdam) et Wieckert (Göttingue); réd. franç. : Lallemand (Paris) et J. Molk. — Seconde partie : Astronomie. Réd. allemande : Schwarzschild (Göttingue); réd. franç. : Andoyer (Paris) et Molk.

Tome VII. Questions d'ordre historique, philosophique ou didactique (ce tome est encore à l'état de projet).

Le tome I, intitulé Algèbre, comprend quatre volumes : 1. Arithmétique ; 2, Algèbre ; 3. Théorie des nombres ; 4. Calcul des probabilités, théorie des erreurs, applications diverses.

Le premier fascicule du premier volume a paru. Il comprend : les principes fondamentaux de l'arithmétique, exposés d'après l'article allemand de M. Schubert (Hambourg), par MM. J. Tannery et J. Molk; l'analyse combinatoire et la théorie des déterminants, exposés d'après le texte allemand de M. Netto (Giessen), par M. Vogt (Nancy); la première partie de l'article sur les nombres irrationnels et les limites, exposé par M. Molk, d'après le texte allemand de M. Pringsheim.

La plupart des articles du Tome I sont en préparation ou sous presse, et les quatre volumes paraîtront simultanément.

Il s'agit, comme on le voit, d'une œuvre considérable qui exige le concours d'un grand nombre de savants et qui, en raison même de son but, a sa place marquée dans toutes les bibliothèques scientifiques.

H. Fehr.

W. M. Baker et A. A. Bourne. — **Elementary Algebra,** with 7000 Examples. The work is published in the following forms : *Complete*, with or without Answers, 544 pages, 4s. 6d. — *Part I.* To Quadratic Equations, Second Edition, revised, 276 pages, 2s. 6d.; Or, with Answers, 328 pages, 3s.; *Part II.* Including Logarithms (four-figure tables), Binomial Theorem, Exponential and Logarithmic Series, Interest, Undetermined Coefficients and Partial Fractions, etc., with or without Answers, 216 pages, 2s. 6d. — *Teacher's Edition.* In this Edition the Answers to each set of Examples are printed opposite each set of Examples on interleaved pages. In Two Parts, net each, 5s.; *Answers to the Examples,* 76 pages, net 1s. — George Bell and Sons, London, 1905.

Voici un excellent manuel qui rendra grand service à tous ceux qui sont chargés d'enseigner l'Algèbre élémentaire. Il renferme, sous une forme très concise et claire, l'exposé des éléments d'Algèbre depuis les premières notions sur les opérations jusqu'aux progressions, logarithmes et annuités. La place accordée aux méthodes graphiques et le choix remarquablement varié des applications montrent que les auteurs ont su adapter leur ouvrage *aux*

besoins actuels de la science et de la vie économique. Les 7000 exercices et problèmes contenus dans ce volume ont aussi été publiés à part, sous le titre : *Examples in Algebra.*

FRANCESCO BRIOSCHI. — **Opere Matematiche,** publicate per Cura del Comitato per le Onoranze a Fr. Brioschi. Tomo Terzo. 1 vol. gr. in-4°, X — 435 p. Prix : 25 L., Ulr. Hœpli, Milan.

Nous avons signalé, dès le début, la publication des *Œuvres de Brioschi.* Ce troisième volume renferme 55 mémoires (Nos XC à CXLIV). Ils sont consacrés, pour la plupart, à la théorie des formes, aux fonctions elliptiques et aux équations différentielles ; mais on y trouve aussi quelques notices nécrologiques des contemporains de Brioschi. Ces travaux ont été publiés dans divers périodiques italiens, notamment dans les *Annali di Matematica,* les *Atti* et les *Rendiconti dell' I. R. Istituo Lombardo* et les *Atti della R. Accademia dei Lincei.*

Ce volume a été préparé par les géomètres qui se sont chargés des deux premiers volumes et dont il convient de rappeler les noms : MM. Bianchi (Pise), Capelli (Naples), Cerruti (Rome), Gerbaldi (Palerme), Loria (Gênes), Pascal (Pavie), Vittarelli (Rome), Tonelli (Rome). Grâce au concours de ces savants et aux soins de l'éditeur, cette belle publication sera bien accueillie non seulement en Italie, mais dans tous les pays où se cultivent les sciences mathématiques. H. F.

F. CHOMÉ. — **Cours de Géométrie descriptive.** T. I. 1898. 1 vol. grand in-4° de 160 pages avec atlas de 37 planches. Prix : 10 fr. — T. II, 1899, 1 vol. gr. in-4° de 340 pages avec atlas de 48 planches. Prix : 15 fr. — *Plans cotés,* 1904. (1 vol. gr in 4° de 172 pages avee atlas de 36 planches. Prix : 10 fr. Gauthier Villars, Paris; A. Castaigne, Bruxelles.

Ces trois volumes constituent le cours complet professé à l'Ecole militaire de Belgique par M. F. Chomé, et, sous peine de paraître bien tardivement renseignés, nous devrions parler seulement de la dernière partie relative à la géométrie cotée, les précédentes ayant été publiées il y a six ou sept ans.

Ce serait cependant méconnaître l'unité de l'œuvre. Les mêmes qualités s'y retrouvent d'un bout à l'autre et comme l'étude de la géométrie à un seul plan de projection n'est guère faite sans celle de la géométrie à deux plans, il est bon de signaler aux futurs étudiants de ces deux sciences qu'ils pourront sans aucun mal passer de l'une à l'autre en suivant l'esprit et les méthodes de l'excellent professeur belge.

Voyons d'abord rapidement la science de Monge proprement dite.

L'auteur a le grand mérite de chercher d'abord à guider les yeux. Tout ce qui pourra faciliter la compréhension rapide des épures sera bienvenu. On ne craindra pas de charger celles-ci de notations quitte à sacrifier un peu le côté esthétique du dessin. Et, en effet, cela guidera le débutant qui ne fait pas, en général, des épures bien propres et ensuite, quand il sera plus habile, il ne sera jamais forcé d'écrire toutes les indications du début; il se contentera d'y penser et fera des dessins pas plus chargés que d'autres tout en ayant appris à les faire sans inutiles efforts d'attention. Ainsi un point, un plan vertical étant désignés par une lettre, on désignera la projection horizontale de ce point, la trace horizontale de ce plan par la même lettre affectée de l'indice h. Dans le cas de projections verticales on emploiera de

même l'indice v. Cela n'est pas précisément de l'esprit nouveau, car Olivier faisait quelque chose d'analogue, il est bon cependant de noter que de telles traditions sont conservées. Mais où ce livre ne se montre pas ami des inutilités, c'est quand il combat l'emploi de la ligne de terre déjà condamnée par des géomètres aussi éminents que le colonel Mannheim.

La direction de cette ligne importe seule et autrement n'influe en rien sur les projections du corps à représenter. Sous les yeux des élèves elle semble être une incitation perpétuelle à faire par exemple une foule de reports de hauteurs ponr changer de plan à tort et à travers.

La notation de M. Chomé la rendrait d'ailleurs plus superflue s'il le fallait.

L'esprit de l'auteur apparaît encore nettement dans la question peu difficile mais parfois bien encombrante de la recherche des sections planes d'un polyèdre ou des intersections de deux polyèdres. On fera d'abord un tableau rectangulaire comprenant autant de lignes et autant de colonnes que le premier et le second polyèdre possèdent respectivement de faces. A chaque case du tableau correspond ainsi l'intersection de deux faces et l'on inscrira dans chacune tous les points relatifs à l'intersection élémentaire considérée. La confusion est d'ailleurs impossible et, au surplus, on ne s'interdira jamais de faire appel à l'intuition pour laisser tout d'abord de côté les parties inutiles des intersections.

De même les notations de M. Chomé rendent très simples les questions de changements de plans de projection. Du systéme primitif des plans H et V on passera par exemple à un système formé d'un nouveau plan vertical (système HV′) et tous les éléments projetés sur le nouveau mur seront affectés de l'indice V′. On passe de là aux systèmes H′V′, H′V″, H″V″.... toujours avec des conventions analogues.

Nous revenons sur l'importante question des notations au début du livre II. Ainsi A désigne un point, a une droite, Aa le plan passant par la droite et le point précédents, etc...

Toutes ces conventions ont l'avantage, non seulement de parler aux yeux sur les épures, mais encore de simplifier considérablement l'exposition.

La géométrie analytique est parfois mise aussi à contribution et la notion de limite joue un rôle important. Les asymptotes des courbes planes sont immédiatement considérées comme des tangentes limites. Quelques pages, bien remarquables, sont consacrées à l'étude d'un point d'une courbe gauche. On sait combien cette question est délicate puisque des irrégularités de la courbe gauche peuvent parfaitement disparaître en les projetant d'une certaine manière, tandis qu'au contraire des irrégularités existent souvent en projection bien qu'il n'y en ait pas dans l'espace. M. Chomé fait une discussion complète qui se résume en un tableau. En tête de ce dernier il désigne le point examiné dans l'espace, à gauche il indique, en une colonne spéciale, la manière dont on projette et dans toutes les cases le résultat obtenu pour la projection. La construction pratique des courbes planes est étudiée en détail et, comme étude très élégante et très complète aussi, nous pouvons indiquer celle du contour apparent d'une surface. Signalons ce théorème que la projection d'un contour apparent peut toujours être considéré comme l'enveloppe des projections de sections faites dans la surface, théorème connu, sans doute, mais dont on ne tire pas toujours tout ce qu'il peut donner. Il établit notamment un lien remarquable entre la théorie des enveloppes des courbes planes considérées dans le plan et la géométrie dans l'espace.

Plus loin signalons l'étude des surfaces de révolution et particulièrement celle de la surface réglée (hyperboloïde à une nappe), la loi de distribution des plans tangents le long d'une génératrice et son interprétation géométrique au moyen d'un point représentatif.

Les surfaces développables et leur développement effectif sont précédés de l'étude des polyèdres développables, polyèdres limités par des plans dont les équations se déduisent d'une seule

$$z = \alpha x + y\,\varphi(\alpha) + z\,\psi(\alpha)$$

lorsqu'on donne à α une série de valeurs en nombre fini, les surfaces développables de la géométrie infinitésimale apparaissent alors comme cas limite du précédent. M. Chomé étudie aussi très soigneusement la relation qui existe entre la courbure d'une courbe cylindrique ou conique et la courbure de son développement plan. Le second volume se termine par des appendices sur la géométrographie de M. E. Lemoine, sur le rapport anharmonique et les propriétés projectives des figures, sur les foyers des coniques; il est enrichi de nombreux exercices toujours soigneusement choisis et placés de telle sorte que l'élève puisse les résoudre après lecture consciencieuse du texte. Passons maintenant à l'ouvrage récent relatif aux plans cotés. L'esprit de l'auteur n'y est pas changé et le but pratique apparaît d'autant plus nettement qu'il s'agit d'un cours d'école militaire et que tous les travaux relatifs aux opérations topographiques, aux fortifications, etc... qui incombent aux officiers sont plus souvent traités en plans cotés qu'en épures géométrales proprement dites. Le dernier volume commence d'ailleurs très généralement par des considérations de transformations géométriques. Dessin géométral, géométrie cotée, plans, triangulations géodésiques, cartes, tout cela rentre dans le vaste problème de la représentation plane de figures qui ne le sont pas. Nous voyons alors comment il faut particulariser ce vaste énoncé et quelles sont les façons les plus judicieuses de le faire suivant le but poursuivi. En commençant nous trouvons des pages de grand intérêt sur les surfaces de niveau et les lignes de niveau de surfaces données. Les lignes de pente sont les trajectoires orthogonales de ces dernières, ce qui donne lieu à des théories analytiques qui n'ont pas été négligées. A signaler aussi l'étude de la surface d'égale pente et notamment de l'hélicoïde développable dont l'arête de rebroussement est une hélice circulaire. Par suite nous sommes déjà à même d'étudier les talus, les rampes et leurs raccords.

Insistons un peu sur les surfaces topographiques. Elles sont réprésentées par des sections horizontales dont les cotes sont connues. Pour une cote donnée la ligne de niveau correspondante représente ce qui resterait du terrain s'il était submergé jusqu'à la cote en question. Les fondateurs de la géométrie cotée et notamment Noizet, dans l'impossibilité où l'on est de traiter les surfaces topographiques comme des surfaces géométriques, essayèrent cependant de substituer des surfaces géométriques aux portions de surfaces topographiques comprises entre ces deux lignes de niveau consécutives. M. Chomé se sépare de ce système par une convention qui consiste simplement à admettre que les lignes de niveau seront toujours tracées en nombre suffisant pour qu'on imagine à vue toute ligne intercalaire et il va de soi en effet que la conception de Noizet n'est ni plus ni moins arbitraire puisqu'elle introduit aussi une apparence de régularité géométrique et de rigueur sur lesquelles on aurait bien tort de s'appuyer hors des cas où l'allure générale des lignes de niveau ne fait pas soupçonner d'intempestives

irrégularités. Le volume se termine par l'étude des tableaux graphiques et de leurs anamorphoses, c'est-à-dire des transformées de certains tableaux en d'autres dont les lignes élémentaires sont d'un tracé plus avantageux ou plus commode. A certains abaques formés de courbes on peut ainsi en substituer d'autres formés de droites.

D'excellents exercices ont été choisis par M. Chomé et l'Ouvrage complet peut conduire, avec une peine relativement minime, à une connaissance approfondie des sujets traités ; utile aux praticiens il ne le sera pas moins aux élèves faisant des études théoriques, car le côté pratique leur rappellera sans cesse que la géométrie descriptive n'est pas uniquement un jeu de patience.

A. Buhl (Montpellier).

G. Combebiac. — **Calcul des Triquaternions, nouvelle analyse géométrique.** Thèse présentée à la Faculté des Sciences de Paris. 1 vol. in-4° 122 pag. Gauthier-Villars, Paris.

L'auteur s'est proposé d'établir un système d'analyse ou calcul géométrique se passant de tout système de référence, condition qui n'est pas réalisée dans le calcul des Quaternions, car l'emploi de celui-ci nécessite l'adoption d'une origine. Le calcul développé dans le Mémoire de M. Combebiac met en jeu trois catégories de « *quantités* » qui se différencient par les êtres géométriques qu'elles représentent et par les propriétés qu'elles affectent dans le calcul lui-même.

Les quantités formant l'une des catégories sont simplement les *nombres* de l'analyse ordinaire, positifs, négatifs et imaginaires, et les opérations auxquelles elles sont soumises ne donnent lieu à aucune règle spéciale; les quantités d'une autre catégorie représentent *les plans* (pourvus de coefficients numériques); enfin les quantités d'une autre catégorie représentent, sous la dénomination d'*éléments linéaires,* des êtres géométriques qui comprennent les *points* (affectés de coefficients numériques ou masses) et les *droites* (affectées également de coefficients numériques ou longueurs). Un *triquaternion* est la somme de trois quantités appartenant respectivement à ces trois catégories, cette somme étant d'ailleurs irréductible : on pose donc, r étant un triquaternion quelconque,

$$r = w + l + p = \mathrm{G}r + \mathrm{L}r + \mathrm{P}r,$$

$\mathrm{G}r$, $\mathrm{L}r$, $\mathrm{P}r$ désignant respectivement la partie numérique w (ou *scalaire*), la partie linéaire (c'est-à-dire l'*élément linéaire*) l et la partie planaire p du triquaternion.

Les opérations fondamentales du calcul sont l'*addition* et la *multiplication.*

Les quantités appartenant à des catégories différentes ne se combinent pas par l'addition. Les règles de cette opération sont les mêmes que dans l'analyse numérique. Son interprétation géométrique est d'ailleurs simple La somme de points (pourvus de masses) a pour résultat un point situé au centre de gravité du système et pourvu d'une somme égale à la totalité des masses; il en résulte que la différence de deux points de masses égales à l'unité est le vecteur allant du premier au second. L'addition des droites (dirigées et pourvues d'une longueur) correspond à la composition des forces ; le résultat est généralement un *complexe linéaire* et peut se décomposer en une droite et un vecteur, décomposition qui représente l'équivalence entre un système de forces non-courantes et l'ensemble formé par une force (résultante du système) et un couple. On voit qu'un vecteur équi-

vaut indifféremment à un couple (droite rejetée à l'infini) ou à un point (rejeté à l'infini), et c'est cette circonstance qui engendre la combinaison par addition des points et des droites pour constituer les quantités appelées par l'auteur *éléments linéaires*. Enfin, deux plans (pourvu de coefficients numériques) s'additionnent pour en donner un troisième qui passe par l'intersection des deux premiers et dont la direction et le coefficient sont obtenus au moyen de l'addition géométrique de deux vecteurs respectivement perpendiculaires aux deux plans et dont les longueurs sont données par les coefficients.

Les règles de la multiplication sont les mêmes que dans l'Analyse numérique en ce qui concerne la multiplication des scalaires entre eux et avec les quantités des deux autres catégories; la multiplication d'une de ces dernières par un scalaire a simplement pour effet de multiplier par ce scalaire son coefficient numérique (masse, longueur). La multiplication de deux quantités appartenant aux deux dernières catégories jouit de la même propriété que la multiplication numérique par rapport à l'addition, mais elle n'est généralement pas commutative, c'est-à-dire qu'on ne peut pas intervertir l'ordre des facteurs. Le produit est un triquaternion composé de ses trois parties, et les règles à appliquer dans le calcul, en plus des règles habituelles, sont exprimées par les formules suivantes, qui constituent proprement les règles du calcul,

$$\begin{array}{ccc} G\,(ll') = G\,(l'l), & L\,(ll') = L - (l''l), & P\,(ll') = P\,(l'l), \\ G\,(lp) = O, & L\,(lp) = L\,(pl), & P\,(lp) = -P\,(pl), \\ G\,(pp') = G\,(p'p), & L\,(pp') = -L\,(p'p), & P\,(pp') = o, \end{array}$$

(l et l' désignent des éléments linéaires; p et p' des plans).

Les interprétations géométriques auxquelles donne lieu la multiplication des quaternions sont simples et correspondent aux éléments les plus usuels des figures; nous citerons les suivantes :

G (dd'), cosinus de l'angle de deux droites;

G (pp') » » plans;

L (mm'), vecteur de m' vers m;

L (md), vecteur perpendiculaire au plan contenant le point m et la droite d;

L (mp), perpendiculaire menée par m au plan p;

L (pp'), droite d'intersection des plans p et p';

(m et m' représentent des points; tous les coefficients numériques ou *tenseurs* sont supposés égaux à l'unité).

On conçoit que les propriétés géométriques trouvent dans une telle Analyse une expression et des moyens d'investigation incomparablement plus simples et plus directs que dans les procédés de la géométrie analytique. L'étude du mouvement d'un solide, la théorie des complexes linéaires, enfin celle des surfaces du second ordre fournissent à l'auteur l'occasion de développements élégants où se manifestent toute la souplesse et l'efficacité du nouveau calcul.

Ajoutons que le calcul des triquaternions se rattache, par sa genèse et par le mode d'exposition adopté, à la théorie des groupes de transformations et à celle des systèmes numériques complexes.

L'auteur mérite les plus vifs compliments pour son ingénieuse analyse et pour la méthode d'exposition. Prof. C. Alasia (Tempio).

E.-A. Fouët. — **Leçons élémentaires sur la théorie des fonctions analytiques** (Deuxième partie). 1 vol. gr. in-8°, 300 pages. Prix : 7 fr. Gauthier-Villars, Paris, 1904.

L'ouvrage de M. A. Fouët sera hautement apprécié par toutes les personnes désirant se mettre au courant des conceptions modernes de la théorie des fonctions. C'est un résumé admirablement bien conçu de résultats touffus et dispersés et ce n'est cependant pas une compilation, tant l'auteur a mis de science à présenter simplement les résultats originaux dûs aux analystes modernes sans leur enlever jamais leur beauté originale.

La *Première partie* a déjà été analysée dans cette *Revue* (5me année, p. 368). Dans cette seconde partie l'auteur commence par étudier la façon dont naissent pratiquement les fonctions analytiques, point de vue qui est précisément celui qui a fait attacher tant d'importance à ces fonctions. Les premières fonctions implicites considérées, les fonctions définies par des équations différentielles et même, dans des cas étendus, les fonctions définies par les équations aux dérivées partielles sont analytiques.

Voici les méthodes de Weierstrass, le si fécond calcul aux limites de Cauchy, bien simple dans son principe même si l'exposition semble parfois un peu longue et rebutante aux débutants, puisqu'il repose sur la formation de séries acceptables d'abord au point de vue formel comme vérifiant les équations considérées, séries dont la convergence est vérifiée ensuite en les comparant à des séries majorantes fort simples. La question des irrégularités des intégrales nous apparaît ensuite avec toute la rigueur due à M. Painlevé et nous rencontrons les types d'équations signalés par l'éminent géomètre comme admettant des irrégularités fixes ou mobiles données.

Pour les équations aux dérivées partielles il faut particulièrement distinguer des procédés de Cauchy ceux de Dirichlet, Schwarz, Neumann, etc..., qui ont pour but de trouver directement une intégrale de l'équation prenant des valeurs données sur une certaine ligne du plan réel, ce qui est d'une importance immense en Physique mathématique.

M. Fouët consacre ensuite quelques pages aux fonctions définies par des propriétés fonctionnelles et rappelle notamment des points historiquement très intéressants.

D'ailleurs c'est bien à la suite de la considération de fonctions aussi simples que les fonctions circulaires qu'on a recherché des fonctions doublement périodiques, automorphes. etc...

La fin de l'ouvrage est maintenant consacrée aux fonctions analytiques étudiées sous les trois aspects différents d'où les envisagèrent Cauchy, Weierstrass et Riemann.

Pour Cauchy une fonction analytique était surtout une fonction conservant son sens, ses propriétés et notamment sa dérivabilité quand la variable d'abord réelle devenait imaginaire. On prouve alors que de telles fonctions sont développables en séries entières, propriété considérée au contraire comme primordiale par Weierstrass. Riemann s'appuie surtout sur le fait qu'une fonction de variable complexe se scinde toujours en deux parties satisfaisant séparément à l'équation de Laplace. Ce sont ces trois points de vue que M. Fouët développe de façon extrêmement complète et documentée. Signalons surtout la série de Laurent et celle de Mittag-Leffler dont il a été déjà question précédemment et les différents aspects sous lesquels on peut envisager la notion de résidu, la décomposition en facteurs primaires d'après Weierstrass. Quant aux procédés de Riemann on sait assez le rôle

qu'ils ont en Mécanique, en Physique et en Géométrie. Ainsi nous trouvons en terminant des chapitres peut-être un peu courts mais fort intéressants sur la représentation conforme, les surfaces minima, les interprétations hydrodynamiques et électriques de conceptions analytiques qui pourraient cependant être considérées comme bien plus abstraites.

En résumé l'ouvrage de M. Fouët n'est pas, comme je le disais en commencant, une vulgaire compilation, c'est un résumé précieux fait avec une grande science, très riche au point de vue bibliographique. Il nous montre rapidement où la Science est arrivée sans nous faire jamais perdre de vue l'ensemble de l'édifice. A. Buhl (Montpellier).

F. Klein u. E. Riecke. — **Neue Beiträge zur Frage des mathematischen u. physikalischen Unterrichts an höheren Schulen.** Vorträge gehalten bei Gelegenheit des Ferienkurses für Oberlehrer der Mathematik und Physik, Göttingen, Ostern, 1904. Gesammelt und herausgegeben von E. Klein u. E. Riecke. Teil I. Enthaltend Beiträge der Herren O. Behrendsen, E. Bose, E. Götting, F. Klein, E. Riecke, J. Stark, K. Schwarzschild. — 1 vol. gr. in-8° VIII 190 p.: Mk. 3,60; (se vend également en deux fascicules séparés): B. G. Teubner, Leipzig, 1905.

L'Université de Göttingue a consacré ses cours de vacances de Pâques 1904 aux sciences mathématiques et physiques. Les conférences qui ont été faites à cette occasion viennent d'être réunies et publiées par MM. Klein et Riecke. Nous les recommandons vivement à l'attention de tous ceux qui s'intéressent aux progrès de l'enseignement mathématique. Ils trouveront, dans une première partie (p. 1 à 83), les conférences de M. Klein *sur une transformation, conforme aux besoins actuels, de l'enseignement des mathématiques dans les établissements secondaires supérieurs*, ainsi que divers mémoires de MM. Klein et Götting se rattachant à ce même objet, à savoir : l'introduction dans cet enseignement de quelques notions de calcul différentiel et intégral. Ces idées ont déjà été signalées à plusieurs reprises dans cette Revue et elles ont trouvé de chauds défenseurs dans les divers pays.

Dans une seconde partie (p. 83-190) viennent les conférences relatives à la Physique et à l'Astronomie, tandis que les conférences de M. Fr. Schilling, sur les applications de la Géométrie descriptive, font l'objet d'un fascicule spécial qui sera analysé plus bas. H. Fehr.

Les conférences relatives à la Physique ont été faites par MM. E. Riecke, O. Behrendsen, J. Stark, E. Bose et K. Schwarzschild. Le premier a résumé les nouvelles théories électriques, la radioactivité, les propriétés du radium. La notion des ions et des électrons est condensée en plusieurs formules qui laissent dans l'esprit les points de repère nécessaires à la compréhension des idées modernes.

M. Stark traite du rôle de la physique à l'école : il faut développer chez l'élève la pratique de l'induction et de la déduction, et ceci exclusivement au moyen des expériences. Il est de première nécessité que les appareils soient simples et que l'éclat des métaux, la complication des mécanismes, l'abondance des corrections ne cachent pas aux élèves la loi que l'on veut justement mettre au jour.

L'appareil d'expérience doit être démontable, élémentaire et tout différent des instruments que la technique construit actuellement. Il y a près d'un siècle et demi, l'abbé Nollet, dans la préface de son livre sur l'art des expériences, donnait un conseil analogue : « Evitez, — disait-il, — dans vos opé-

rations, un appareil superflu toujours dispendieux et souvent capable d'induire en erreur ». Malheureusement ni les conseils de l'abbé Nollet, ni ceux du professeur Stark ne sont suivis. Seuls les génies comme Tyndall, ce prince des expérimentateurs ou les pédagogues de race comme Schäffer de Berlin, l'auteur de la *Physica pauperum*, savent construire ces appareils dont la simplicité convainc les plus incrédules. L'adresse des mains est la première qualité que le physicien doit acquérir; aussi le professeur Bose recommande-t-il que les élèves soient entraînés à la fabrication et à la manipulation des instruments. Le laboratoire possédera ces appareils universels qui permettent d'exécuter des expériences variées, ainsi la machine rotative avec laquelle on montre les effets de la force centrifuge ou le mélange des couleurs, l'échauffement dû au frottement aussi bien que la naissance des courants dans les dynamos. Une entente entre les fabricants rendraient les plus grands services, s'ils s'organisaient pour construire des pièces inter-changeables, de façon qu'une expérience ne soit pas immobilisée par l'absence d'une vis convenable ou d'un support approprié. Bien mieux, le professeur Bose préconise la fondation d'un institut central qui aurait pour but d'étudier, de construire, de rassembler les appareils scolaires à l'usage des laboratoires. L'auteur indique une série d'instruments qui satisfont ses exigences et qui ont été construits dans les ateliers de Gottingue.

Il semble que les observations astronomiques nécessitent des appareils coûteux et compliqués, à moins que l'on ne se borne à admirer les constellations; c'est une erreur que le professeur Schwarzschild réfute en quelques pages dans lesquelles il développe l'art d'être astronome avec des moyens simples (mit elementaren Hülfsmittel).

La détermination du lieu géographique, celle de l'heure, exposées à l'usage des jeunes esprits et les instruments nécessaires doivent être construits par un garçonnet adroit en cartonnage ou en menuiserie. Le développement de ce sujet ardu étonne déjà par sa simplicité, mais l'étonnement devient de l'émerveillement en face des deux petits chefs-d'œuvre qui terminent cette série d'études et concernant les observations astrophysiques.

La lecture de ces conférences que nous venons de résumer trop rapidement est des plus captivantes; à chaque page on rencontre des exemples pédagogiques inédits et toute personne qui pratique l'art difficile d'enseigner trouvera dans cette publication des modèles, des méthodes et des encouragements de première valeur. Alph. Bernoud (Genève).

Fr. Schilling. — **Ueber die Anwendungen der darstellenden Geometrie** insbesondere über die Photogrammetrie. Vorträge gehalten bei Gelegenheit des Ferienkurses für Oberlehrer des Mathematik und Physik, Göttingen, Ostern, 1904. Mit 151 Figuren u. 5 Doppeltafeln. — 1 vol. cart. gr. in-8°, 198 p.; prix : Mk. 5; B. G. Teubner, Leipzig u. Berlin.

Bien que la Géométrie descriptive soit née des applications, on ne la présente souvent que par son côté théorique et sous une forme très systématique, sans laisser entrevoir les nombreux et importants points de contact avec les sciences appliquées. Les conférences faites par M. Schilling aux cours de vacances destinés aux maîtres de mathématiques ont précisément pour but de mettre en lumière un certain nombre d'applications fondamentales, et, à ce titre, elles offrent un grand intérêt pour tous ceux qui enseignent la géométrie descriptive.

L'auteur passe d'abord en revue quelques applications dans les sciences

mécaniques, physiques et astronomiques, puis dans les sciences techniques. Il envisage la géométrie descriptive non seulement au point de vue de la représentation des objets à l'aide des méthodes de projection, mais il fait entrer aussi les représentations graphiques basées sur la notion des coordonnées et les calculs graphiques.

La seconde partie du volume (p. 98 à 182) est consacrée à la *photogrammétrie* et à ses applications. C'est là une branche nouvelle qui n'a guère pénétré dans l'enseignement. Tous ceux qui s'y intéressent trouveront dans ce volume un excellent aperçu des principes fondamentaux et leur application aux méthodes récentes pour les relevés photogrammétriques.

Ernest Lebon. — **Géométrie descriptive et Géométrie cotée.** Conforme au programme du 31 mai 1902 pour l'enseignement secondaire. Classes de mathématiques A et B. 1 vol. in-8°, 175 p. Prix : 3 fr. 50; Delalain frères, Paris, 1905.

Ce Volume est la suite de celui qui a été publié en 1903 pour les *Classes de Première C et D*, et dont nous avons parlé (mars 1904, p. 158-159). L'Auteur s'est astreint à suivre l'ordre des programmes en traitant les questions qui y sont énoncées et en ajoutant quelques problèmes qui s'en déduisent immédiatement; tels sont certains problèmes sur les angles et les constructions sur les ombres.

Les questions relatives à la Topographie ont été amplement développées; on y trouve la description des instruments employés, puis les méthodes usitées pour le levé des plans et le nivellement. Nous signalerons en outre les chapitres sur la représentation des surfaces topographiques par les courbes de niveau et par les hachures, ainsi que les paragraphes consacrés aux signes et teintes conventionnels et accompagnés de belles gravures dans le texte et d'une planche en chromolithographie. Cet ouvrage est rédigé avec le soin méticuleux qui caractérise les publications de M. Lebon, notamment son *Traité de Géométrie descriptive* et son *Histoire abrégée de l'Astronomie.*

H. F.

R. de Montessus de Ballore. — **Les fractions continues algébriques.** 1 vol. de 85 p. (Thèse de Doctorat), in-4°, Hermann, Paris.

La représentation des fonctions par les fractions continues pose trois problèmes très difficiles : déterminer les *réduites*, — trouver la zone de *convergence* de la suite des réduites, — enfin prouver que la suite *représente bien* la fonction.

I. Le premier problème se présente ainsi :

Soit
$$f(z) = \sum_0^\infty s_n z^n .$$

A cette fonction analytique correspond un double tableau de polynomes de degrés n et p, U_p^n, V_n^p, définis par cette condition :

$$f(z) - \frac{U_p^n}{V_n^p} = \sigma_1 z^{n+p+1} + \sigma_2 z^{n+p+2} + \ldots$$

Si l'on prend une *suite quelconque :*

$$\frac{U_{p_1}^{n_1}}{V_{n_1}^{p_1}}, \quad \frac{U_{p_2}^{n_2}}{V_{n_2}^{p_2}}, \quad \ldots$$

et si l'on a : $p_1 + n_1 < p_2 + n_2 < p_3 + n_3 < \ldots$, cette suite est une suite de réduites convenables. Ce théorème a fait l'objet de la *Thèse* de M. Padé.

M. de Montessus, avec un réel talent d'algébriste, d'après quelques indications dûes à feu Laguerre, donne le développement de la fonction $f(z)$ définie par l'équation différentielle :

$$(a\,z + b)\,(c\,z + d)\,f' = (p\,z + q)\,f + \Pi$$

a, b, c, d, p, q sont des constantes; Π est un polynome en z.

Il semble que ce soit-là un développement très général.

II. L'auteur étudie, d'une manière générale, avec grand soin, la convergence pour des suites constituées par une *ligne horizontale* du tableau à double entrée (Ire partie, chap. Ier), pour des suites constituées par une *colonne verticale* (Ire partie, chap. IIme).

Dans certains cas ces dernières sont préférables.

La IIme partie contient l'étude générale de la convergence lorsque les polynomes U, V sont liés par des lois de récurrence données, ce qui amène à étudier une *série* compliquée. Il est très remarquable que le rapport d'un terme au précédent, dans cette série, ait pour *limite la racine de moindre module* d'une équation algébrique (que l'on peut former). Ce résultat est fondé sur les théorèmes connus relatifs aux singularités des fonctions analytiques.

M. de Montessus obtient ainsi *certaines courbes* dans le plan de la variable complexe z, telles que les fractions continues *ne convergent certainement pas en tous les points* de ces courbes.

C'est un résultat extrêmement important et M. de Montessus a certes bien mérité les éloges de MM. Appell, Poincaré, Goursat, membres du Jury.

III. Ce premier mémoire en annonce d'autres.

Il reste à prouver que *la divergence est certaine* sur ces arcs de courbe dont nous venons de parler. Il faudrait ensuite montrer que, dans les *aires de convergence,* la suite représente la fonction $f(z)$. Tout ceci paraît bien amorcé dans une *Note* présentée à l'Académie des Sciences aussitôt après la soutenance de la Thèse (29 mai 1905).

En tous cas, il est certain que M. de Montessus a déjà apporté une importante contribution à l'étude des fractions continues.

R. d'Adhémar (Lille).

Salv. Pincherle. — **Lezioni di Analisi algebrica.** Fasc. primo. 1 vol., 143 p. Prix : L. 4.; Zanichelli, Bologna.

M. le prof. Pincherle, bien connu pour ses travaux sur le calcul fonctionnel, publie actuellement ses leçons de l'Université de Bologne.

Signalons son exposition très lumineuse de la définition des *irrationnelles,* son chapitre sur la correspondance des *nombres* et des *grandeurs,* sa théorie détaillée des *limites.*

Dans le dernier chapitre de ce fascicule est établi avec soin le théorème

fondamental relatif à la continuité : « une fonction continue de x, positive pour $x = a$ et négative pour $x = b$ *s'annule* au moins en *un* point c compris entre a et b ».

Ces leçons, parfaitement claires et élégantes, rendront le plus grand service aux étudiants pour qui elles sont publiées.

H. Poincaré. — **Wissenschaft und Hypothese.** Autorisierte deutsche Ausgabe mit erläuternden Anmerkungen von F. u. L. Lindemann. 1 vol. cart., 342 p.; prix : Mk. 4,80; B. G. Teubner, Leipzig, 1904.

L'ouvrage que M. H. Poincaré a publié sous le titre : *La Science et l'Hypothèse* a obtenu un succès bien légitime dans les divers milieux scientifiques. Hommes de science et philosophes, professeurs et étudiants ont lu et médité ces pages si suggestives dans lesquelles le savant mathématicien passe en revue les concepts et principes fondamentaux de l'arithmétique, de la géométrie, de la mécanique et de la physique moderne. Il n'y a donc pas lieu de revenir sur le contenu de l'ouvrage à l'occasion de l'édition allemande. Rédigée avec beaucoup de soin par M. et Mme Lindemann, cette édition est plus qu'une simple traduction. Elle contient en effet, sous forme d'appendice (pp. 244-342), un grand nombre de *Notes* dans lesquelles le célèbre professeur de Munich compare les vues de Poincaré à celles de ses contemporains. Ces Notes fournissent en outre d'utiles renseignements historiques et bibliographiques; elles seront examinées avec intérêt par tous ceux qui connaissent l'ouvrage de M. Poincaré; aussi ne saurions-nous assez recommander cette nouvelle édition à tous ceux qui lisent quelque peu l'allemand.

H. F.

Dav. Eug. Smith. — **A Portfolio of Portraits of Eminent Mathematicians.** First Serie : Twelve Great Mathematicians down to 1700 A. D., printed on Japanese vellum, 5 Doll.; on Plate paper, 3 Doll.; the Open Court Publishing Company, Chicago.

La première série de la Collection des portraits de mathématiciens publiés par M. Ed. Smith est consacrée à douze des plus éminents mathématiciens antérieurs à 1700. Quatre appartiennent à l'Antiquité, ce sont : Thalès, Pythagore, Euclide et Archimède, puis viennent Cardan, Viète, Fermat, Descartes, Leibniz, Newton, Neper et Fibonacci de Pise. Ces reproductions ont été exécutées avec beaucoup de soin, par des procédés photographiques, en format 17/21 sur papier Japon 27/34; elles sont accompagnées de courtes notes biographiques et bibliographiques.

Au moment où l'on recommande de toutes parts l'introduction de notions historiques dans l'enseignement secondaire supérieur, cette collection de portraits est appelée à rendre d'excellents services. Nous la signalons à l'attention des professeurs et des bibliothécaires.