Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

Band: 7 (1905)

Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Buchbesprechung: F. Chomé. — Cours de Géométrie descriptive. T. I. 1898. 1 vol. grand in-4° de 160 pages avec atlas de 37 planches. Prix : 10 fr. — T. II, 1899, 1 vol. gr. in-4° de 340 pages avec atlas de 48 planches. Prix : 15 fr. — Plans cotés, 1904, (1 vol. gr in 4° de 172 pages avee atlas de 36 planches. Prix : 10 fr. Gauthier Villars, Paris; A. Castaigne, Bruxelles,

Autor: Buhl, A.

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 11.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

besoins actuels de la science et de la vie économique. Les 7000 exercices et problèmes contenus dans ce volume ont aussi été publiés à part, sous le titre : *Examples in Algebra.*

FRANCESCO BRIOSCHI. — **Opere Matematiche,** publicate per Cura del Comitato per le Onoranze a Fr. Brioschi. Tomo Terzo. 1 vol. gr. in-4°, X — 435 p. Prix : 25 L., Ulr. Hœpli, Milan.

Nous avons signalé, dès le début, la publication des *Œuvres de Brioschi.* Ce troisième volume renferme 55 mémoires (Nos XC à CXLIV). Ils sont consacrés, pour la plupart, à la théorie des formes, aux fonctions elliptiques et aux équations différentielles ; mais on y trouve aussi quelques notices nécrologiques des contemporains de Brioschi. Ces travaux ont été publiés dans divers périodiques italiens, notamment dans les *Annali di Matematica,* les *Atti* et les *Rendiconti dell' I. R. Istituo Lombardo* et les *Atti della R. Accademia dei Lincei.*

Ce volume a été préparé par les géomètres qui se sont chargés des deux premiers volumes et dont il convient de rappeler les noms : MM. Bianchi (Pise), Capelli (Naples), Cerruti (Rome), Gerbaldi (Palerme), Loria (Gênes), Pascal (Pavie), Vittarelli (Rome), Tonelli (Rome). Grâce au concours de ces savants et aux soins de l'éditeur, cette belle publication sera bien accueillie non seulement en Italie, mais dans tous les pays où se cultivent les sciences mathématiques. H. F.

F. CHOMÉ. — **Cours de Géométrie descriptive.** T. I. 1898. 1 vol. grand in-4° de 160 pages avec atlas de 37 planches. Prix : 10 fr. — T. II, 1899, 1 vol. gr. in-4° de 340 pages avec atlas de 48 planches. Prix : 15 fr. — *Plans cotés,* 1904. (1 vol. gr in 4° de 172 pages avee atlas de 36 planches. Prix : 10 fr. Gauthier Villars, Paris; A. Castaigne, Bruxelles.

Ces trois volumes constituent le cours complet professé à l'Ecole militaire de Belgique par M. F. Chomé, et, sous peine de paraître bien tardivement renseignés, nous devrions parler seulement de la dernière partie relative à la géométrie cotée, les précédentes ayant été publiées il y a six ou sept ans.

Ce serait cependant méconnaître l'unité de l'œuvre. Les mêmes qualités s'y retrouvent d'un bout à l'autre et comme l'étude de la géométrie à un seul plan de projection n'est guère faite sans celle de la géométrie à deux plans, il est bon de signaler aux futurs étudiants de ces deux sciences qu'ils pourront sans aucun mal passer de l'une à l'autre en suivant l'esprit et les méthodes de l'excellent professeur belge.

Voyons d'abord rapidement la science de Monge proprement dite.

L'auteur a le grand mérite de chercher d'abord à guider les yeux. Tout ce qui pourra faciliter la compréhension rapide des épures sera bienvenu. On ne craindra pas de charger celles-ci de notations quitte à sacrifier un peu le côté esthétique du dessin. Et, en effet, cela guidera le débutant qui ne fait pas, en général, des épures bien propres et ensuite, quand il sera plus habile, il ne sera jamais forcé d'écrire toutes les indications du début; il se contentera d'y penser et fera des dessins pas plus chargés que d'autres tout en ayant appris à les faire sans inutiles efforts d'attention. Ainsi un point, un plan vertical étant désignés par une lettre, on désignera la projection horizontale de ce point, la trace horizontale de ce plan par la même lettre affectée de l'indice h. Dans le cas de projections verticales on emploiera de

même l'indice v. Cela n'est pas précisément de l'esprit nouveau, car Olivier faisait quelque chose d'analogue, il est bon cependant de noter que de telles traditions sont conservées. Mais où ce livre ne se montre pas ami des inutilités, c'est quand il combat l'emploi de la ligne de terre déjà condamnée par des géomètres aussi éminents que le colonel Mannheim.

La direction de cette ligne importe seule et autrement n'influe en rien sur les projections du corps à représenter. Sous les yeux des élèves elle semble être une incitation perpétuelle à faire par exemple une foule de reports de hauteurs ponr changer de plan à tort et à travers.

La notation de M. Chomé la rendrait d'ailleurs plus superflue s'il le fallait.

L'esprit de l'auteur apparaît encore nettement dans la question peu difficile mais parfois bien encombrante de la recherche des sections planes d'un polyèdre ou des intersections de deux polyèdres. On fera d'abord un tableau rectangulaire comprenant autant de lignes et autant de colonnes que le premier et le second polyèdre possèdent respectivement de faces. A chaque case du tableau correspond ainsi l'intersection de deux faces et l'on inscrira dans chacune tous les points relatifs à l'intersection élémentaire considérée. La confusion est d'ailleurs impossible et, au surplus, on ne s'interdira jamais de faire appel à l'intuition pour laisser tout d'abord de côté les parties inutiles des intersections.

De même les notations de M. Chomé rendent très simples les questions de changements de plans de projection. Du systéme primitif des plans H et V on passera par exemple à un système formé d'un nouveau plan vertical (système HV′) et tous les éléments projetés sur le nouveau mur seront affectés de l'indice V′. On passe de là aux systèmes H′V′, H′V″, H″V″.... toujours avec des conventions analogues.

Nous revenons sur l'importante question des notations au début du livre II. Ainsi A désigne un point, a une droite, Aa le plan passant par la droite et le point précédents, etc...

Toutes ces conventions ont l'avantage, non seulement de parler aux yeux sur les épures, mais encore de simplifier considérablement l'exposition.

La géométrie analytique est parfois mise aussi à contribution et la notion de limite joue un rôle important. Les asymptotes des courbes planes sont immédiatement considérées comme des tangentes limites. Quelques pages, bien remarquables, sont consacrées à l'étude d'un point d'une courbe gauche. On sait combien cette question est délicate puisque des irrégularités de la courbe gauche peuvent parfaitement disparaître en les projetant d'une certaine manière, tandis qu'au contraire des irrégularités existent souvent en projection bien qu'il n'y en ait pas dans l'espace. M. Chomé fait une discussion complète qui se résume en un tableau. En tête de ce dernier il désigne le point examiné dans l'espace, à gauche il indique, en une colonne spéciale, la manière dont on projette et dans toutes les cases le résultat obtenu pour la projection. La construction pratique des courbes planes est étudiée en détail et, comme étude très élégante et très complète aussi, nous pouvons indiquer celle du contour apparent d'une surface. Signalons ce théorème que la projection d'un contour apparent peut toujours être considéré comme l'enveloppe des projections de sections faites dans la surface, théorème connu, sans doute, mais dont on ne tire pas toujours tout ce qu'il peut donner. Il établit notamment un lien remarquable entre la théorie des enveloppes des courbes planes considérées dans le plan et la géométrie dans l'espace.

Plus loin signalons l'étude des surfaces de révolution et particulièrement celle de la surface réglée (hyperboloïde à une nappe), la loi de distribution des plans tangents le long d'une génératrice et son interprétation géométrique au moyen d'un point représentatif.

Les surfaces développables et leur développement effectif sont précédés de l'étude des polyèdres développables, polyèdres limités par des plans dont les équations se déduisent d'une seule

$$z = \alpha x + y\,\varphi(\alpha) + z\,\psi(\alpha)$$

lorsqu'on donne à α une série de valeurs en nombre fini, les surfaces développables de la géométrie infinitésimale apparaissent alors comme cas limite du précédent. M. Chomé étudie aussi très soigneusement la relation qui existe entre la courbure d'une courbe cylindrique ou conique et la courbure de son développement plan. Le second volume se termine par des appendices sur la géométrographie de M. E. Lemoine, sur le rapport anharmonique et les propriétés projectives des figures, sur les foyers des coniques; il est enrichi de nombreux exercices toujours soigneusement choisis et placés de telle sorte que l'élève puisse les résoudre après lecture consciencieuse du texte. Passons maintenant à l'ouvrage récent relatif aux plans cotés. L'esprit de l'auteur n'y est pas changé et le but pratique apparaît d'autant plus nettement qu'il s'agit d'un cours d'école militaire et que tous les travaux relatifs aux opérations topographiques, aux fortifications, etc... qui incombent aux officiers sont plus souvent traités en plans cotés qu'en épures géométrales proprement dites. Le dernier volume commence d'ailleurs très généralement par des considérations de transformations géométriques. Dessin géométral, géométrie cotée, plans, triangulations géodésiques, cartes, tout cela rentre dans le vaste problème de la représentation plane de figures qui ne le sont pas. Nous voyons alors comment il faut particulariser ce vaste énoncé et quelles sont les façons les plus judicieuses de le faire suivant le but poursuivi. En commençant nous trouvons des pages de grand intérêt sur les surfaces de niveau et les lignes de niveau de surfaces données. Les lignes de pente sont les trajectoires orthogonales de ces dernières, ce qui donne lieu à des théories analytiques qui n'ont pas été négligées. A signaler aussi l'étude de la surface d'égale pente et notamment de l'hélicoïde développable dont l'arête de rebroussement est une hélice circulaire. Par suite nous sommes déjà à même d'étudier les talus, les rampes et leurs raccords.

Insistons un peu sur les surfaces topographiques. Elles sont réprésentées par des sections horizontales dont les cotes sont connues. Pour une cote donnée la ligne de niveau correspondante représente ce qui resterait du terrain s'il était submergé jusqu'à la cote en question. Les fondateurs de la géométrie cotée et notamment Noizet, dans l'impossibilité où l'on est de traiter les surfaces topographiques comme des surfaces géométriques, essayèrent cependant de substituer des surfaces géométriques aux portions de surfaces topographiques comprises entre ces deux lignes de niveau consécutives. M. Chomé se sépare de ce système par une convention qui consiste simplement à admettre que les lignes de niveau seront toujours tracées en nombre suffisant pour qu'on imagine à vue toute ligne intercalaire et il va de soi en effet que la conception de Noizet n'est ni plus ni moins arbitraire puisqu'elle introduit aussi une apparence de régularité géométrique et de rigueur sur lesquelles on aurait bien tort de s'appuyer hors des cas où l'allure générale des lignes de niveau ne fait pas soupçonner d'intempestives

irrégularités. Le volume se termine par l'étude des tableaux graphiques et de leurs anamorphoses, c'est-à-dire des transformées de certains tableaux en d'autres dont les lignes élémentaires sont d'un tracé plus avantageux ou plus commode. A certains abaques formés de courbes on peut ainsi en substituer d'autres formés de droites.

D'excellents exercices ont été choisis par M. Chomé et l'Ouvrage complet peut conduire, avec une peine relativement minime, à une connaissance approfondie des sujets traités ; utile aux praticiens il ne le sera pas moins aux élèves faisant des études théoriques, car le côté pratique leur rappellera sans cesse que la géométrie descriptive n'est pas uniquement un jeu de patience.

A. Buhl (Montpellier).

G. Combebiac. — **Calcul des Triquaternions, nouvelle analyse géométrique.** Thèse présentée à la Faculté des Sciences de Paris. 1 vol. in-4° 122 pag. Gauthier-Villars, Paris.

L'auteur s'est proposé d'établir un système d'analyse ou calcul géométrique se passant de tout système de référence, condition qui n'est pas réalisée dans le calcul des Quaternions, car l'emploi de celui-ci nécessite l'adoption d'une origine. Le calcul développé dans le Mémoire de M. Combebiac met en jeu trois catégories de « *quantités* » qui se différencient par les êtres géométriques qu'elles représentent et par les propriétés qu'elles affectent dans le calcul lui-même.

Les quantités formant l'une des catégories sont simplement les *nombres* de l'analyse ordinaire, positifs, négatifs et imaginaires, et les opérations auxquelles elles sont soumises ne donnent lieu à aucune règle spéciale; les quantités d'une autre catégorie représentent *les plans* (pourvus de coefficients numériques); enfin les quantités d'une autre catégorie représentent, sous la dénomination d'*éléments linéaires,* des êtres géométriques qui comprennent les *points* (affectés de coefficients numériques ou masses) et les *droites* (affectées également de coefficients numériques ou longueurs). Un *triquaternion* est la somme de trois quantités appartenant respectivement à ces trois catégories, cette somme étant d'ailleurs irréductible : on pose donc, r étant un triquaternion quelconque,

$$r = w + l + p = \mathrm{G}r + \mathrm{L}r + \mathrm{P}r,$$

$\mathrm{G}r$, $\mathrm{L}r$, $\mathrm{P}r$ désignant respectivement la partie numérique w (ou *scalaire*), la partie linéaire (c'est-à-dire l'*élément linéaire*) l et la partie planaire p du triquaternion.

Les opérations fondamentales du calcul sont l'*addition* et la *multiplication.*

Les quantités appartenant à des catégories différentes ne se combinent pas par l'addition. Les règles de cette opération sont les mêmes que dans l'analyse numérique. Son interprétation géométrique est d'ailleurs simple La somme de points (pourvus de masses) a pour résultat un point situé au centre de gravité du système et pourvu d'une somme égale à la totalité des masses; il en résulte que la différence de deux points de masses égales à l'unité est le vecteur allant du premier au second. L'addition des droites (dirigées et pourvues d'une longueur) correspond à la composition des forces ; le résultat est généralement un *complexe linéaire* et peut se décomposer en une droite et un vecteur, décomposition qui représente l'équivalence entre un système de forces non-courantes et l'ensemble formé par une force (résultante du système) et un couple. On voit qu'un vecteur équi-