MÉLANGES ET CORRESPONDANCE

Objekttyp: **Group**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **7 (1905)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **26.05.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

MÉLANGES ET CORRESPONDANCE

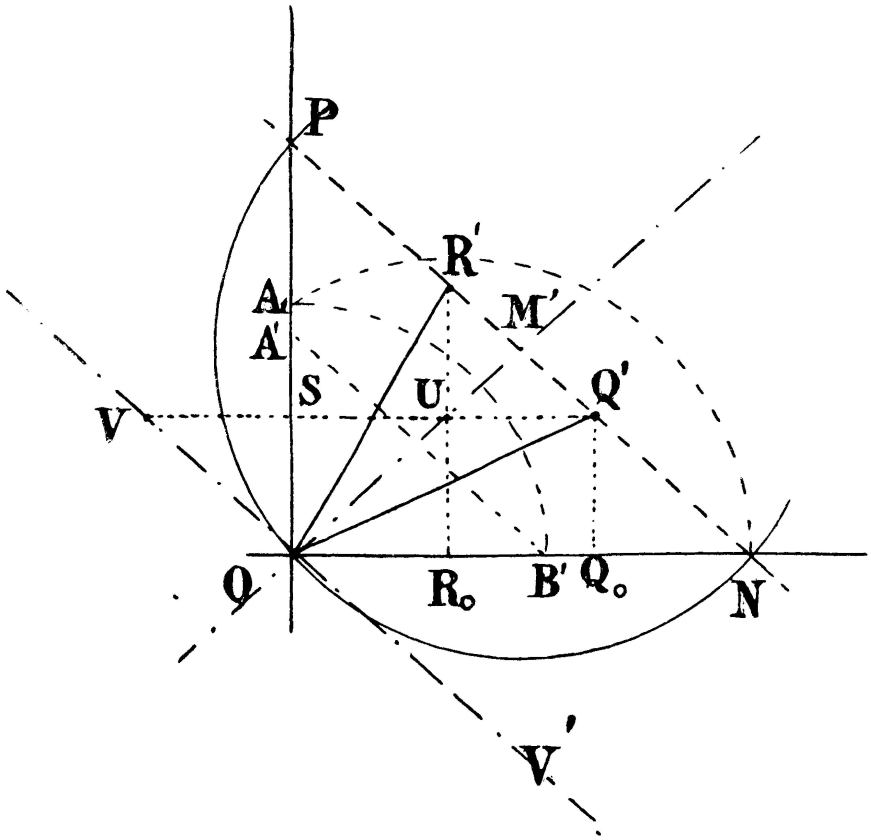
Sur la détermination des axes d'une hyperbole.

(A propos d'un article de M. Majcen).

La construction indiquée par M. Majcen (*l'Ens. Math.* p. 221-225) pour la détermination des axes d'une hyperbole dont deux diamètres conjugués sont donnés, peut se légitimer aisément sans recourir aux propriétés des projections d'une hyperbole équilatère.

Nous nous servirons des mêmes notations et nous reproduirons la fig. 2 pour y ajouter quelques lignes auxiliaires. Il est évident que les asymptotes de la courbe sont l'un la droite OM′ et l'autre la droite VV′ menée par O parallèlement à PN. Puisque les triangles POM′ et M′ON sont isoscèles, on aura

$$\widehat{M'ON} = \widehat{ONM'} = \widehat{NOV'} ,$$
$$\widehat{POM'} = \widehat{M'PO} = \widehat{POV} ,$$



et les droites OP, ON, étant les bissectrices des angles formés par les asymptotes, seront les directions des axes.

Si Q_0 est le pied de la perpendiculaire abaissée de Q′ sur ON on aura

$$OQ_0 = R_0N\ , \qquad OR_0 = Q_0N\ ,$$

et, d'après la figure,

$$\overline{OB'}^2 = \overline{OA_1}^2 = \overline{R_0N}^2 - \overline{OR_0}^2 = \overline{R_0N}^2 - \overline{Q_0N}^2 .$$

Alors on peut observer :

a) Des relations

$$\frac{\overline{OA'}^2}{\overline{OB'}^2} = \frac{\overline{R_0R'}^2}{\overline{R_0N}^2} = \frac{\overline{Q_0Q'}^2}{\overline{Q_0N}^2} = \frac{\overline{R_0R'}^2 - \overline{Q_0Q'}^2}{\overline{R_0N}^2 - \overline{Q_0N}^2}$$

on déduit

$$\overline{OA'}^2 = \overline{R_0R'}^2 - \overline{Q_0Q'}^2 ,$$

et comme

$$\overline{OR'}^2 = \overline{OR_0}^2 + \overline{R'R_0}^2 = \overline{Q_0N}^2 + \overline{R'R_0}^2 ,$$

$$\overline{OQ'}^2 = \overline{OQ_0}^2 + \overline{Q'Q_0}^2 = \overline{R_0N}^2 + \overline{Q_0Q'}^2 ,$$

il vient

$$\overline{OB'}^2 - \overline{OA'}^2 = \overline{OQ'}^2 - \overline{OR'}^2 ,$$

et l'on peut conclure que OB′ et OA′ sont effectivement les demi-axes de l'hyperbole, car la droite A′B′ est parallèle à l'un des asymptotes et la différence de leurs carrés est égale à la différence des carrés des demi-diamètres donnés.

b) Si Q′ est un point réel de l'hyperbole et si U, V et S sont les points où la droite menée par Q′ parallèlement à ON coupe les asymptotes et OP, on sait que OB′ est le demi-axe si

$$\overline{OB'}^2 = Q'U\ .\ Q'V\ .$$

Mais US = SV, et par suite

$$Q'U\ .\ Q'V = \overline{Q'S}^2 - \overline{SU}^2 ,$$

et puisque la droite $R'R_0$ passe par U, on a

$$Q'U\ .\ Q'V = \overline{R_0N}^2 - \overline{OR_0}^2 ,$$

ce qui justifie la construction.

c) On peut aussi appliquer la propriété que l'aire du triangle formé en joignant les extrémités de deux diamètres conjugués est constante. Si OB′ est le demi-axe on a

$$\frac{\overline{OB'}^2}{\overline{ON}^2} = \frac{\text{aire } OA'B'}{\text{aire } OPN} = \frac{\text{aire } OQ'R'}{\text{aire } OPN} = \frac{OQ_0 \,.\, R'R_0 - Q'Q_0 \,.\, OR_0}{ON \,.\, OP},$$

et par suite

$$\overline{OB'}^2 = \frac{ON}{OP}\,(OQ_0 \,.\, R'R_0 - Q'Q_0 \,.\, OR_0)\ .$$

Mais

$$R'R_0\,\frac{ON}{OP} = R_0N = OQ_0\ ,$$

$$Q'Q_0\,\frac{ON}{OP} = Q_0N = OR_0\ ,$$

ce qui donne

$$\overline{OB'}^2 = \overline{OQ_0}^2 - \overline{OR_0}^2 = \overline{R_0N}^2 - \overline{OR_0}^2,$$

résultat conforme à la construction examinée.

E. Cantoni, Viadana (Mantova).

A propos d'un théorème de M. Zervos sur les racines des équations algébriques.

Dans *L'Ens. mathém.* du 16 juillet 1904, (6e année, p. 297-299), M. Zervos examine le théorème suivant :

Si dans un polynome entier avec tous ses termes positifs, ordonné par rapport aux puissances décroissantes de x, le rapport d'un coefficient au précédent ne va pas en croissant, l'équation qu'on a en égalant le polynome à zéro a nécessairement des racines imaginaires.

Or, il est facile de former des exemples qui ne vérifient pas ce théorème.

Soit, par exemple, l'équation

$$3x^2 + 2x + \frac{1}{12} = 0\ ,$$

donnant

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{3}}{6}\ ,$$

et l'équation

$$128\,x^3 + 112\,x^2 + 20\,x + 1 = 0\,,$$

dont les racines sont :

$$x_2 = -\frac{1}{8}\,,\quad x_{2,3} = \frac{-3 \pm \sqrt{5}}{8}\,.$$

Du reste il ne ressort pas de la démonstration de M. Zervos que l'équation possède nécessairement des racines imaginaires.

T. Kariya (Tokio).

Questions et remarques diverses.

Un théorème sur le triangle. — Voici un théorème tout-à-fait élémentaire et qui est sans doute connu et utilisé depuis longtemps, bien que je ne l'aie trouvé dans aucun des ouvrages de géométrie que j'ai à ma disposition.

Soit A le sommet de l'angle droit d'un triangle rectangle A B C; on mène la médiane AO, la hauteur A D et la bissectrice A E de l'angle A. La bissectrice A E de l'angle B A C est aussi bissectrice de l'angle O A D.

La démonstration est du reste immédiate.

Je serais heureux si quelque lecteur de l'*Enseignement mathématique* pouvait me dire si cette propriété a été utilisée sous forme de théorème ou à titre d'exercice dans un manuel de géométrie.

A. Hantos (Kecskemét, Hongrie).

Modèles et instruments.

Collection Wiener. — La collection de modèles construits par M. le prof. Wiener en vue de son enseignement de géométrie descriptive à l'Ecole technique de Darmstadt va être éditée par la maison Teubner à Leipzig ; elle sera complétée, au fur et à mesure des besoins, par de nouvelles séries qui seront également établies sous la direction de M. H. Wiener.