BIBLIOGRAPHIE

Objekttyp: **Group**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **7 (1905)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **05.06.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

Lausanne ; *Université.* — M. Amstein : Calc. diff. et intégr. I, 6 ; II, 2 ; Exerc. de calc., I, 2 ; II, 1, Théorie des fonctions, 3. — Joly : Géom. descript. I, 5 ; Géom. anal., 2 ; Géom. de posit., 2 ; Epures de géom. descript., 1 ap.-m.; Les courbes planes, 2. — Mayor : Mécan. rationn., 5 ; Exerc. de mécan., 1 ; Physique mathém., 2. — Maillard : Calc. infinit. avec applicat. aux sciences, 3 ; Astron., la terre, le soleil, 3 ; Astron. mécan. et mécan. céleste. 2. — Jaccotet : Fonctions sphériq., 2.

Zürich ; *Universität.* — Burkhardt : Elem. d. Diff.- u. Integralrechg., 4 ; Potentialtheorie, 4 ; Math. Sem., 2. — Wolfer : Einl. in d. Astronomie, 3 ; Ueb. dazu, 2 ; Einl. in d. Theorie d. Bahnbestimmungen, 2. — Weiler : Darstell. Geom. m. Ueb., I, 4 ; Analyt. Geom. m. Ueb., I, 4 : Synth. Geom., 3 ; Analyt. Geom. m, Ueb. f. Lehramtskd, 2. — Gubler : Algebr. Analys. m. Ueb. (f. Kand. d. Sek.-Lehrmts). 2 ; Determinanten, 1 ; Sphär. Trigonometrie, 1 ; Geom. Unterricht a. d. Mittelschule, 1.

Zürich ; *Ecole polytechnique fédérale.* — Section normale des sciences mathématiques. — Hirsch : Differentialrechn., 4, Repet., 1, Uebgn., 2 ; Theorie der lin. Differentialgleichgn., 3. — Franel : Calcul diff. et intégr., 4 ; Repet., 1, Exerc., 2 ; Th. des équat. différentielles, 4, Repet., 1. — Geiser : Analyt. Geom 4, Repet., 1. — Geiser u. Hurwitz : Mathem. Seminar, 2. — W. Fiedler : Darst. Geom., 4, Repet., 1, Uebgn., 4 ; Konstruirende Geom. der Lage, 4 ; Elem. d. analyt. Geom. der Lage, 1. — Lacombe : Géom. descr., 4, Répét., 1, Exerc., 4 ; Géom. de position, avec exerc., 3. — Hurwitz : Differentialgleichgn., 4, Uebgn., 1 ; Idealtheorie, 2 ; mathem. Seminar (mit Geiser). — Herzog : Mechanik, II, 4 ; Repet., 1, Uebgn., 2 ; Ausgew. Kap. der Mech., 2. — Rosenmund : Vermessungskunde, 3, Repet., 1 ; Erdmessung, 2 ; Geodät. Praktikum, 2. — Rebstein : Kartenprojektionen, 1. — Weber : Differentialgleichgn. der Elektrotechnik, 2. — Wolfer : Einl. in die Astronomie, 3 ; Uebgn. dazu, 2 ; Einl. in die Th. des Bahnbestimmungen, 2.

Beyel : Rechenschieben mit Uebgn., 1 ; Darst. Geom., 2 ; Flächen 2. Grades (analyt.), 2 ; Zentralprojektion u. projekt. Geom., 2. — Dumas : Chap. choisis de la th. des intégrales définies. — Keller : Repet. d. Darst. Geom., 2. — Kraft : Mathematik u. Mechanik während des « naturw. Jahrhunderts », 1, Geom. Kalkül, 2 ; Elem. der Elektronenth. mittelst Vektoranalysis, 2 ; Analyt. Mechanik, 3.

BIBLIOGRAPHIE

Ett. Bortolotti. — **Lezioni sul Calcolo degli Infinitesimi** date nella R. Università di Modena, raccolte dal Dr Arm. Barbieri. — 1 fasc. in-8o de VI-62 p. Prix : 3 L.; Società tipogr., Modena.

Si l'arithmétique et l'algèbre peuvent se passer complètement de l'idée

de *limite,* par contre *le Calcul des limites* est le fondement nécessaire de l'analyse.

Et c'est merveille de voir comment les analystes sont arrivés à trouver les *valeurs vraies* d'expression qui se présentent sous les formes :

$$\frac{0}{0}, \frac{\infty}{\infty}, 0^0, 0^\infty, \text{etc.}$$

C'est à ce genre de questions qu'est consacré ce petit volume élémentaire. Leur étude est présentée avec beaucoup de précision et soin, aussi cet exposé constitue-t-il une excellente introduction aux théories modernes, telles que celles qui sont développées dans les livres de M. Borel : « Fonctions entières » et « Séries à termes positifs ».

R. d'Adhémar (Lille).

de Galdeano (Dr Zoel G.) — **Tratado de Análisis matemático.** Tomo segundo. — **Principios generales de la Teoría de las funciones.** (Nuova Enciclopédia matemática; t. V). 1 vol. in-8° 352 p.), Zaragoza, Casañal, 1904.

Ce second volume termine le Traité d'Analyse mathématique de M. de Galdeano. Nous avons indiqué, à propos du tome Ier, consacré au Calcul différentiel, quel était l'esprit de cet excellent manuel et quel but s'était proposé l'auteur. Nous ne reviendrons pas sur ce point : qu'il nous suffise de dire que les qualités que nous avions signalées à propos de la première partie, nous les retrouvons au même degré dans la seconde : même clarté, même souci d'offrir sous une forme condensée et cependant facile, un exposé très complet de l'Analyse moderne.

Voici sommairement résumée la matière du présent volume qui est divisé en cinq livres : Dans le premier, l'auteur insiste sur les notions du nombre irrationnel et de limite, puis il donne les principes de la théorie des quantités complexes avec n unités principales. — Dans le second, après avoir passé en revue le problème des quadratures, la convergence uniforme et les séries entières, il s'occupe de la continuité et de la discontinuité (fonctions uniformément continues, fonctions discontinues, fonctions intégrales..., intégrales définies singulières de Cauchy..., etc.). Le livre IV renferme la théorie des séries dont les termes dépendent d'une variable imaginaire et l'étude de l'intégration des fonctions d'une variable complexe. — Le livre IV comprend deux chapitres, l'un relatif au développement en série des fonctions synectiques, l'autre relatif aux fonctions algébriques. Quant au livre V, le dernier, il est consacré à l'Analysis situs (surface de Riemann, variétés).

M. Godefroy (Marseille).

G. Humbert. — **Cours d'Analyse,** professé à l'Ecole polytechnique. Tome II : Complément du calcul intégral. Fonctions analytiques et elliptiques. Equations différentielles. 1 vol. gr. in-8° de 494 p. Prix : 16 fr., Gauthier-Villars, Paris, 1904.

La première partie de cet ouvrage a été analysée l'année dernière dans l'*Enseignement mathématique* (T. VI, p. 325). L'esprit déjà signalé a été conservé dans la seconde partie qui donne toutefois l'impression d'une condensation trop grande de certaines théories. C'est ce que l'auteur paraît d'ailleurs reconnaître lui-même dans sa préface, mais il faut se hâter d'ajouter

qu'il a voulu sans doute ne pas dépasser dans son second volume le cadre matériel du premier. Dans ces conditions les théories se serrent et s'étouffent un peu mutuellement au point de vue du géomètre, tandis qu'elles sont résumées et mises sous forme éminemment maniable pour le praticien.

Le volume en question commence par les intégrales multiples, leurs applications, leurs transformations, notamment celles usitées en Physique mathématique et l'on y rattache le calcul de nombreuses intégrales définies et notamment la théorie des fonctions eulériennes. Il faudrait peut-être insister un peu plus, non seulement ici mais dans de nombreux traités, sur le changement de valeur que subit une intégrale multiple quand on intervertit l'ordre des intégrations. On signale bien les cas, et ce sont certainement les plus simples, où l'interversion n'a pas d'influence, mais les cas contraires se présentent souvent, par exemple dans les solutions de Cauchy-Fourier des équations de la Physique : tantôt on peut intervertir, tantôt on ne le peut pas. Dans le chapitre des fonctions eulériennes, on insiste sur le rôle de la fonction Γ dans le calcul des probabilités et on termine par une belle démonstration de la transcendance du nombre e. Nous voici maintenant dans les fonctions analytiques, apparaissant, comme toujours, comme fonction d'une variable complexe, première notion d'où l'on déduit par la voie de Cauchy la développabilité en série entière. L'auteur a complété son cours oral en rappelant les résultats si importants sur le développement des fonctions méromorphes, résultats dûs à Mittag-Leffler et à Weierstrass. Quant à la théorie des résidus et à ses applications, c'est là qu'on a véritablement plaisir à lire M. Humbert. Ses travaux personnels, dont malheureusement il ne peut donner ici grande idée, l'ont fait passer maître dans ce magnifique domaine, Avec beaucoup d'élégance, il calcule de nombreuses intégrales simples et nous prépare ainsi à une théorie des fonctions elliptiques qui occupe à peine 72 pages, mais qui est pleine de valeur, de résultats précis et beaux. Il trouve le moyen d'étudier la cubique plane, le pendule, le théorème de Poncelet et encore d'autres résultats géométriques curieux concernant, par exemple, les arcs de lemniscate.

La second moitié du volume est consacrée aux équations différentielles. On entre en matière fort heureusement par la considération de types simples d'équations intégrales et non par la considération des théorèmes généraux d'existence. L'éminent esprit géométrique de M. Humbert apparaît bien dans ces premières considérations où les interprétations géométriques abondent (solutions singulières, propriétés géométriques des intégrales des équations élémentaires précisément intégrables comme, l'a montré Sophus Lie, à cause des groupes de transformations qu'elles admettent). Voici donc les équations à variables séparées, homogènes, linéaires, de Bernoulli, de Riccati, de Lagrange, de Clairaut, puis les artifices d'intégration, le facteur intégrant et les applications très élégantes aux trajectoires, aux lignes asymptotiques et aux lignes de courbnre des surfaces, particulièrement des quadriques, enfin la célèbre équation d'Euler qui a joué un rôle fondamental dans la genèse et la théorie des fonctions elliptiques.

La réductibilité aux formes intégrables des équations d'ordre quelconque entraîne l'étude de la courbe élastique, la démonstration du fait que les coniques sont les seules courbes dont les lignes diamétrales admettent (aux points où elles coupent la courbe) des tangentes passant par un point fixe, l'étude de la courbe où le rayon de courbure est proportionnel au rayon vecteur, de la courbe de poursuite et enfin celle des lignes géodésiques.

C'est là un problème difficile dont M. Humbert indique cependant les grandes lignes pour des applications particulières (cylindres, surfaces de révolution, ellipsoïde).

Les théorèmes généraux de Cauchy sur l'existence des intégrales sont exposés maintenant à propos des systèmes d'équations différentielles. Cette exposition est encore facile à saisir géométriquement. Quant aux équations linéaires leur étude élémentaire bien connue est suivie de l'étude de l'intégrale faite sur l'équation même en dehors de la possibilité de l'intégration explicite (Fuchs, Poincaré. Painlevé, etc...). Nous savons suivre ainsi l'intégrale générale dans le plan et reconnaître, par exemple, si elle y est méromorphe, holomorphe, rationnelle. Signalons en outre quelques pages relatives à l'équation de Lamé.

Les équations aux dérivées partielles sont traitées avec rapidité. Leurs solutions sont immédiatement présentées comme des surfaces pouvant passer par une courbe gauche arbitraire et admettre, dans le cas du second ordre, un plan tangent variant le long de cette courbe, de façon également arbitraire. L'idée de *caractéristique,* prise par son côté le plus élémentaire, est habilement introduite. Les équations aux différentielles totales et les équations $f(x, y, z, p, q) = o$ sont traitées sobrement, mais suffisamment. Enfin l'ouvrage est terminé de la façon la plus utile par une belle collection de problèmes résolus, problèmes relatifs aux fonctions analytiques et elliptiques et destinés sans doute à éclairer les théories correspondantes comme, par exemple, ceux que M. Painlevé a traités dans le *Recueil d'exercices* de Tisserand.

A. Buhl (Montpellier).

R. Schüssler. — **Orthogonale Axonometrie.** Ein Lehrbuch zum Selbststudium. Mit 29 Figurentafeln in besonderem Hefte. — 1 vol. relié, in-8°, VIII-170 p., prix : 7 Mk. ; B. G. Teubner, Leipzig.

En rédigeant ce traité d'axonométrie, l'auteur s'est proposé de mettre en relief la valeur théorique d'une méthode de projection qui, dans la pratique, a déjà de nombreuses applications à la représentation des objets. Il rappelle dans la préface le noms de Skuhersky, Staudigl, Pelz, Weiler, etc., qui ont tout particulièrement contribué au développement de cette branche de la Géométrie. Les travaux de Pelz ont fait de l'axonométrie une méthode de projection dans laquelle on peut effectuer toutes les constructions géométriques, comme dans le cas de deux plans orthogonaux. Les principes essentiels de cette méthode sont exposés dans ce volume sous une forme très simple, facilement abordable même à ceux qui n'ont pas encore fait de la géométrie descriptive.

L'ouvrage comprend quinze chapitres. Dans les trois premiers l'auteur étudie la représentation axonométrique du point, de la droite et du plan. Puis, dans le chapitre suivant il examine les applications à la construction des ombres, et, dans le chapitre V, les problèmes essentiels concernant le prisme et la pyramide : leur représentation, section plane, intersection avec une droite, pénétration, ombres.

Les problèmes relatifs aux droites et plans perpendiculaires font l'objet d'une étude approfondie, ainsi que les divers problèmes métriques usuels. Viennent ensuite les propriétés et constructions en concernant le cercle et les sections coniques. Elles donnent lieu à d'intéressantes remarques qui seront lues avec profit par tous ceux qui enseignent la Planimétrie, la Stéréométrie, la Géométrie descriptive et même la Géométrie analytique.

Les derniers chapitres sont consacrés aux surfaces coniques et cylindriques du second ordre, à la sphère et aux surfaces de révolution.

Quant à l'exposé lui-même, il est présenté avec beaucoup de soin et de clarté. Les divers problèmes sont étudiés successivement dans l'espace, puis graphiquement. Chaque chapitre se termine par des exercices à résoudres. Les figures, au nombre de 200, ont été réunies en un fascicule spécial.

Nous n'avons guère relevé de corrections. Mentionnons toutefois l'emploi incorrecte de l'article indéfini au lieu de l'article défini ; il faut parler *du* plan passant par 3 points donnés et non pas *d'un* plan, p. 57. Dans la discussion du problème de l'intersection de deux pyramides l'auteur omet le cas particulier où les plans auxiliaires limites se confondent.

P. 111. « Tout plan passant par le sommet d'une surface conique coupe la surface suivant des génératrices. » Ce théorème n'est pas correct ; il est en contradiction avec ce qui est dit à la page 114.

Quoi qu'il en soit, nous tenons à déclarer que l'ouvrage de M. Schüssler nous a vivement intéressé et que nous pouvons le recommander non seulement aux étudiants, mais à tous ceux qui enseignent la Géométrie descriptive.

C. Brandenberger (Zurich).

J.-J. Thomson. — **Elettricità e Materia** (traduit de l'anglais en italien, avec annotations, par G. Faè). — 1 vol. cart. VIII-200 p. ; *Collection Höpli ;* prix : L. 2. — ; U. Höpli, Milan, 1905.

Le livre du Prof. J.-J. Thomson est constitué par une série de leçons que l'auteur a données à la *Yale University* de New-Haven, sur les récentes découvertes de la radioactivité de certains corps, avec les résultats des recherches expérimentales sur ce sujet, résultats qui semblent devoir révolutionner le champ des théories fondamentales physico-chimiques.

Les nouvelles théories, que l'auteur examine avec la compétence qu'appartient à l'un des plus illustres collaborateurs de la première heure, avancent franchement dans la voie qui vient de s'ouvrir, conduisant à des points de vue nouveaux sur la constitution de la matière et sur la nature de l'électricité. On ne peut douter que ces nouvelles théories, au fur et à mesure de leur rapide développement, n'apportent de l'ouvrage aux mathématiciens, auxquels est réservée, comme toujours, la charge honorifique due à l'élégance de leurs méthodes, d'en prendre la haute direction lorsque l'édifice demandera pour son esthétique un sévère couronnement architectural. Cette intervention ne saurait tarder, aussi croyons-nous que la lecture de cet ouvrage sera d'un grand profit non seulement aux physiciens et aux chimistes, mais aussi aux mathématiciens. Cette traduction de l'anglais en italien, due au professeur Faé, est faite avec exactitude et elle est enrichie d'un appendice contenant un résumé de résultats très intéressants des recherches du chimiste Nasini sur la radioactivité des sources et des minéraux d'Italie. Le traducteur en a augmenté la partie bibliographique ; il a ajouté un sommaire des chapitres et une table alphabétique.

Th. Tommasina (Genève).

G. Vivanti. — **Leçons élémentaires sur la théorie des groupes de transformations,** professées à l'Université de Messine et traduites par A. Boulanger. — 1 vol. gr. in-8° de 300 pages. Prix : 8 fr., Gauthier-Villars, Paris, 1904.

Le présent ouvrage n'a pas de visées originales. Il ne reprend pas la

théorie des groupes sous un nouvel aspect et ne parle pas des recherches modernes y relatives lesquelles ont cependant permis d'établir les théorèmes fondamentaux de Lie par une voie sinon plus élémentaire du moins plus courte que celle suivie par l'illustre géomètre norvégien.

C'est un résumé habilement fait des grandes lignes de son œuvre même ; beaucoup de géomètres l'ont vu en étudiant les leçons italiennes de M. Vivanti et en demandant à ce dernier quelques vues claires qu'on ne peut dégager des 2000 pages de Lie qu'après un travail des plus laborieux. Aussi M. Boulanger a rendu un réel service aux Français en traduisant le court résumé du professeur italien.

Il faut dire aussi que l'œuvre de Lie a moins besoin d'être résumée que d'être désencombrée. L'ouvrage Lie-Engel surtout paraît avoir été compliqué à plaisir. A tout le calcul fonctionnel de Lie, Engel a ajouté des choses qui en somme n'ont pas directement trait aux idées propres de la théorie des groupes continus, comme par exemple l'étude des transformations employées au point de vue de savoir si elles conservent, et dans quelle mesure, certaines propriétés analytiques des fonctions auxquelles on les applique. M. Vivanti a commencé par se débarrasser de tout cela et il a eu grandement raison. La théorie des groupes doit être prise par son côté formel et la notion de transformation infinitésimale doit être considérée comme analogue à la notion de dérivée. Or il est prudent d'apprendre le calcul élémentaire des dérivées bien avant de chercher à savoir quelles sont les fonctions qui en ont légitimement une. L'exposition de Lie aurait pu, peut-être, être simplifiée encore davantage, ne serait-ce que dans les notations. Ainsi pour la substitution dans une fonction $f(x_1, x_2, \ldots)$ de nouvelles variables $x'_1, x'_2, \ldots$ nous avons le développement fondamental

$$f(x') = f(x) + \frac{1}{1!} X(f) + \frac{1}{2!} X^2(f) + \ldots,$$

où X ( ) est l'opérateur de la transformation infinitésimale correspondante. Or cela s'écrit symboliquement $f(x') = e^{X(f)}$ et on aurait pu désirer que cette façon d'écrire soit indiquée. Mais l'ouvrage est excellent, complet autant que le permet son allure élémentaire. Il donne idée du rôle de la théorie des groupes dans celles des équations différentielles et va jusqu'aux transformations de contact, aux groupes de fonctions et au rôle que jouent ces derniers dans la construction des groupes ponctuels.

A. Buhl (Montpellier).

W. Voigt. — **Thermodynamik.** II. Band : Zweiter Teil. Thermisch-chemische Umsetzungen. Dritter Teil. Thermisch-electrische Umsetzungen. (Sammlung Schubert. XLVIII). 1 vol. cart. in-8°, XI + 370 pages ; prix : 10 Mk. ; Gœschen, Leipzig, 1904.

Lorsque l'année dernière nous avons parlé du premier volume de la Thermodynamique de M. Voigt, nous avons dit que le savant professeur a voulu présenter une exposition claire et élémentaire d'un vaste édifice scientifique. La lecture du second volume de cet ouvrage ne peut que confirmer tout ce que nous avons dit. Il est impossible de donner en peu de lignes, une idée, même bien imparfaite, de tout ce que M. Voigt a su, en vrai maître condenser dans un petit volume, en suivant naturellement la méthode déjà adoptée.

Le volume comprend deux parties ; dans la première, la plus étendue,

l'auteur étudie les transformations thermo-chimiques ; dans la deuxième, les transformations thermo-électriques. On peut dire qu'il n'y a peut-être d'argument que M. Voigt n'expose, depuis la règle des phases et les travaux de Willard Gibbs, à ceux de van der Waals, à la thermodynamique des radiations, au théorème de Kirchhoff, etc.

Cet Ouvrage constitue un répertoire très précieux comprenant une assez complète bibliographie, de très nombreux exemples, des calculs numériques et des tables étendues.

R. Marcolongo (Messine).

Mineo Chini. — **Corso speciale di Matematiche** con numerose applicazioni ad uso principalmente dei Chimici e dei Naturalisti. 1 vol., 259 p. Prix : L. 3,80; Raff. Guisti, Livourne.

Ce petit volume renferme les matières du Cours spécial de mathématiques qui a été créé à l'Université de Pavie pour les étudiants en chimie et en sciences naturelles. Il comprend quatre parties. Dans la première, intitulée *Compléments d'Algèbre*, sont réunis les sujets suivants : Progressions, Logarithmes, Analyse combinatoire, binome, déterminants, systèmes d'équations linéaires. La seconde partie est consacrée aux éléments de *Géométrie analytique* à deux et à trois dimensions ; puis viennent, dans les deux dernières, les éléments du Calcul différentiel et intégral.

Dans chacune de ces parties l'auteur s'est limité aux notions essentielles et s'est efforcé de les accompagner d'exemples qui sont de nature à intéresser les chimistes et les naturalistes. A signaler dans la troisième partie un chapitre spécialement consacré à la théorie des erreurs.

Il s'agit donc d'une première initiation aux Mathématiques supérieures dans le genre de celles que fournissent les ouvrages de Nernst et Schœnflies, de Lorentz et de Vivanti (Collection Hœpli), et, à ce titre, le manuel de M. Chini est appelé à rendre grand service aux étudiants.

E. Grimsehl. — **Angewandte Potentialtheorie** in elementarer Behandlung, I. Band *(Sammlung Schubert)*. — 1 vol. cart., 219 p. ; prix : M. 6. — ; G. J. Göschen, Leipzig.

Parmi les théories mathématiques qui ont été créées depuis un siècle, celle du potentiel est certainement l'une des mieux connues. Comment expliquer alors qu'on ne se soit pas accordé jusqu'à présent sur la manière de définir le potentiel ? Le potentiel est-il une fonction de forces ou bien une fonction de forces changée de signe ou bien enfin une fonction de forces divisée par une constante ? Dans le premier cas les composantes de la force sont égales aux dérivées partielles du potentiel V et l'on a, par exemple :

$$X = \frac{\partial V}{\partial x} \quad ; \tag{1}$$

dans le second

$$X = -\frac{\partial V}{\partial x} \quad ; \tag{2}$$

dans le troisième enfin

$$X = c\,\frac{\partial V}{\partial x} \quad . \tag{3}$$

Quelques auteurs partent, pour définir le potentiel, de l'égalité (1) : Le

potentiel est alors une fonction de forces. Mais, contrairement à cette définition première, ils posent en électrostatique (dans le cas où le potentiel est dû à une masse m) $V = k\frac{m}{r}$ ou plus simplement $V = \frac{m}{r}$. Il serait plus logique dans ce cas de poser $V = -k\frac{m}{r}$. D'autres auteurs préfèrent au contraire partir de l'égalité (2); le potentiel est alors une fonction de forces changée de signe; mais en même temps ils posent, dans le cas de l'attraction newtonienne, $V = f\frac{m}{r}$. Il serait plus logique de faire $V = -f\frac{m}{r}$.

D'autres enfin posent, avec M. Appell, $V = \frac{m}{r}$, dans les deux cas. Il n'y a aucun reproche à faire à cette définition. Au lieu des égalités (1) et (2) on a l'égalité (3), mais la constante c est égale à f dans le cas de l'attraction newtonienne et à $-k$ ou à -1 en électrostatique.

L'auteur du présent ouvrage sur la théorie du potentiel part de la notion de travail et il arrive à l'égalité (2). Pour lui la propriété (2) est caractéristique du potentiel. Or il choisit précisément, comme première application de la théorie du potentiel, l'étude de l'attraction newtonienne et il pose $V = f\frac{m}{r}$. L'égalité (2) n'est plus vraie. Elle donne bien l'intensité de la force, mais non sa direction (voir les §§ 23 et 32, p. 58 et 79).

Autre remarque ; de même que les mathématiciens français évitent de dire « potentiel du point P », lorsque le point P est le point attiré, il serait préférable de ne pas dire : « Potential des Punktes P » (comp. *Encyclopädie der mathem. Wissensch.*, t. II, A, 7 *b*).

Cela n'empêche pas, j'ai hâte de l'ajouter, que le livre de M. Grimsehl ne soit un ouvrage excellent, à en juger par le premier volume, seul encore paru. Ce volume est divisé en trois parties : dans la première l'auteur expose les principes de la théorie du potentiel, les deux autres parties contiennent les applications à la théorie de l'attraction et à l'électrostatique. On y trouve des renseignements curieux qui ne manqueront pas d'intéresser le lecteur. L'auteur ne se contente pas, par exemple, d'énoncer la loi de Coulomb, il donne un aperçu très intéressant des expériences qui permettent de la vérifier.

Parmi les applications traitées dans la 2e partie j'indiquerai la détermination de la masse de la terre, de son potentiel et de son attraction en supposant que la densité est une fonction linéaire entière de la distance au centre.

Parmi les sujets que l'auteur traite dans la 3e partie on trouve la notion de flux de force et les théorèmes classiques de Gauss, la méthode des images, les propriétés caractéristiques du potentiel et des composantes normales dans le voisinage de la surface d'un conducteur, la théorie des condensateurs et bien d'autres applications aussi intéressantes qu'utiles.

D. Mirimanoff (Genève).

René de Saussure. — **Théorie géométrique du mouvement des corps.** (*Solides et fluides.*) 1re partie 1 vol. 87 pages. Librairie Kündig, Genève.

Dans les ouvrages de M. Darboux, (*Leçons sur la théorie des surfaces*), de M. Königs, (*Leçons de Cinématique*, Paris 1897) et dans plusieurs mémoires récents, on étudie surtout la théorie analytique des mouvements infiniment petits à plusieurs paramètres. M. de Saussure, qui a résumé dans

cette première partie de son ouvrage ses recherches antérieures, a fait une intéressante et originale étude de la théorie géométrique des mouvements finis d'un corps avec plusieurs degrés de liberté.

L'auteur envisage d'abord (chap. I) les mouvements dans un plan et ensuite (chap. II) les mouvements dans l'espace. Pour plus de brièveté nous ferons connaître les principaux résultats du deuxième chapitre, dont le premier n'est qu'un cas très particulier ; l'auteur l'a exposé, avant tout, pour plus de clarté.

Les mouvements de *translation* T sont engendrés par un corps solide qui se déplace en restant symétrique d'un corps fixe par rapport à une *série de points ;* suivant que ces points sont sur une courbe, sur une surface, ou sont tous les points de l'espace, T est à un, deux ou trois paramètres. Parmi les translations à un paramètre on doit considérer T_1^1 et T_2^1 suivant que la courbe est une droite ou un cercle ; parmi celles à deux paramètres on a T_1^2 et T_2^2 si la surface est un plan ou une sphère ; etc. Au point de vue mécanique les T^1, T^2 peuvent être engendrées respectivement par le glissement d'une courbe ou d'une surface sur une courbe ou surface symétrique.

Les mouvements de rotation R sont engendrés par un corps qui se déplace en restant symétrique par rapport à une *série de plans ;* on a une rotation R à un, deux ou trois paramètres selon que cette série est celle des plans tangents à une surface développable, à une surface quelconque ou est la série de tous les plans de l'espace. Si la surface développable se réduit à une droite on a la rotation R^1_1 ordinaire, c'est-à-dire celle autour d'une droite (roulement d'une droite sur elle-même), ou d'une figure plane autour d'un point ; si la surface est un cône ou un cylindre de révolution on a la rotation R_2^1 sphérique ou plane ; si la surface quelconque se réduit à un point propre ou à l'infini, déterminé par une gerbe de plans, on a une R_1^2 sphérique ou plane ; si c'est une sphère on a une R_2^2, etc. Toute rotation R^1, R^2 peut être engendrée par le roulement d'une surface développable ou quelconque sur une surface fixe symétrique par rapport à l'un de ses plans tangents.

Mais les rotations, dont l'auteur fait une étude approfondie, quoique plus générales que les mouvements de translation, ne sont pas des mouvements types dans l'espace ; car on ne peut pas faire passer, en général, de rotation par un certain nombre de positions arbitrairement données d'un corps. Il faudrait pour cela considérer les mouvements *(torsions)* engendrés par un corps qui se déplace par rapport à une *série de droites :* ce que l'auteur ne fait pas dans cette première partie de son ouvrage.

Signalons, parmi une foule de résultats, l'étude de la courbe ou surface trajectoire d'un point, de l'enveloppe d'un plan et de la surface ou de la congruence engendrée par une droite liés au corps et de leurs singularités dans une R_1^1 et R^2 ; l'étude des R^1 contenues dans R^2 et enfin le caractère commun à toutes les rotations, qui consiste dans le glissement d'un certain nombre de droites sur un nombre de droites fixes, formant une figure symétrique avec les premières, etc.

Toutes les applications de l'élégante théorie de M. de Saussure ne sont pas nouvelles ; mais la théorie géométrique des mouvements produits par le roulement d'une surface (développable ou non) sur une autre a conduit — si je ne me trompe pas — l'auteur à des résultats nouveaux. Au contraire l'application au mouvement classique d'une figure plane ne donne rien de nouveau, à l'exception d'une construction nouvelle et élégante pour la composition de deux rotations autour d'axes parallèles ; car la construction du

centre de courbure d'un point de la figure lorsqu'on connaît ceux de deux autres points, n'est pas certainement plus simple que celle de Bobillier et qui a déjà été l'objet des recherches de M. Burmester (*Lehrbuch der Kinematik*, Leipzig, 1888). La construction d'une R_2^1 passant par trois positions arbitrairement choisies d'une figure plane contient une simple démonstration de l'élégante propriété que les trois positions sont toujours symétriques d'une même figure plane par rapport à trois droites ; mais elle est un cas particulier d'un théorème de Halphen sur la composition de deux mouvements hélicoïdaux[1] (*Nouvelles Annales*, I, 3me série, pag. 296, 1882).

Disons quelques mots sur l'application au mouvement d'un fluide dans un plan ou dans l'espace.

En chaque point d'un fluide en mouvement se trouve une molécule fluide M animée d'un mouvement dans une certaine direction D. La figure (MD) est ce que l'auteur appelle un *élément fluide*. Dans un plan l'élément fluide est l'expression la plus simple d'une figure de grandeur invariable.

La *ligne d'éléments fluides* est une série ∞^1 d'éléments fluides; celle qui est engendrée par un élément qui subit une R_1^1 autour d'un axe ou d'un point est dite *couronne;* sa *base* est le cercle décrit par la molécule, et sa *gorge* est le cercle de gorge de l'hyperboloïde engendré par D.

En faisant subir à un élément fluide dans un plan une rotation à deux paramètres on a un *couronoïde ;* c'est le lieu des positions d'un élément fluide symétriques d'un élément fixe par rapport à toutes les droites du plan. L'auteur en donne beaucoup de propriétés en se basant sur les propriétés des rotations. Si à l'élément fluide on fait subir une R_1^2, on engendre une surface (couronoïde) d'éléments fluides.

Un fluide dans l'espace peut être engendré par un élément fluide qui subit un déplacement à trois paramètres ; l'auteur envisage seulement de nombreuses propriétés d'un fluide qui subit une R_1^3, c'est-à-dire d'un fluide *à couronnes*.

Le mémoire de M. de Saussure porte donc une large contribution de nouveaux résultats à la cinématique des mouvements finis.

R. Marcolongo (Messine).

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE

1. Sommaire des principaux périodiques:

Annals of the mathematics, published under the Auspices of Harward University, second series, Cambridge. Mass.

Vol. 6, nº 2 (January 1905). — A. Bliss : The Solutions of Differential Equations of the First Order as Functions of their Initial Values. — L. Wayland Dowling : On the Conformal Representation of Certain Isosceles

[1] Puisqu'il y a quatre cercles tangents à trois droites, il y a quatre solutions pour R_2^1 ; je ne comprends pas pourquoi l'auteur est conduit à en exclure trois. Ainsi dans le même problème dans l'espace, pag. 64, il y a huit solutions, tandis que M. de Saussure n'en considère que quatre.