MÉTHODE RAPIDE POUR RETROUVER LES FORMULES FONDAMENTALES DES TRIANGLES SPÉRIQUES

Autor(en): **Brand, E.**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **7 (1905)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **26.05.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-8454

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

MÉTHODE RAPIDE POUR RETROUVER LES FORMULES FONDAMENTALES DES TRIANGLES SPÉRIQUES

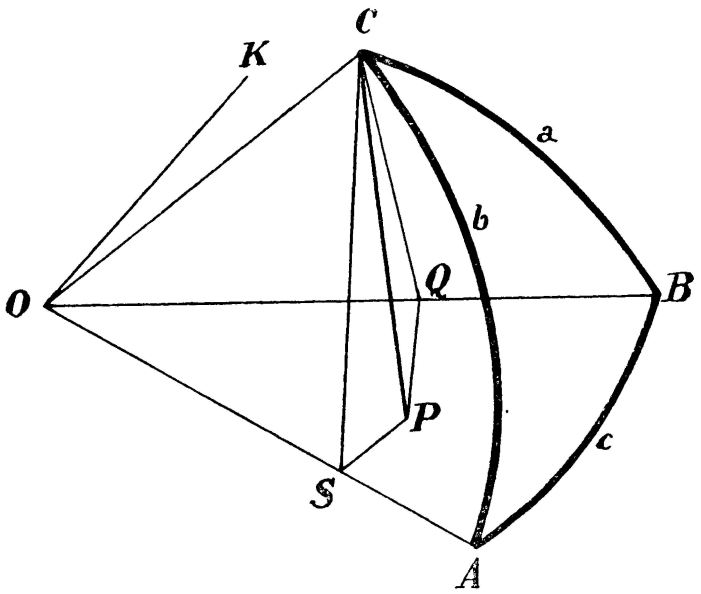
Soit A B C un triangle sphérique tracé sur la sphère de rayon égal à l'unité. On désigne par a, b, c les côtés BC, AC, AB du triangle.

Du point C, on abaisse la perpendiculaire C P sur le plan A O B ; du point P, on abaisse les perpendiculaires P Q et P S sur O B et O A respectivement et on joint le point C aux points Q et S :

$$\widehat{PSC} = A \quad \text{et} \quad \widehat{PQC} = B .$$

L'examen de la figure conduit aux valeurs :

$$OQ = \cos a \quad (1) \qquad CQ = \sin a \quad (2)$$
$$OS = \cos b \quad (3) \qquad CS = \sin b \quad (4)$$



$$PS = CS \cos \widehat{PSC} = \sin b \cos A \quad (5)$$

$$PQ = CQ \cos \widehat{PQC} = \sin a \cos B \quad (6)$$

$$CP = CQ \sin \widehat{PQC} = \sin a \sin B \quad (7)$$

$$CP = CS \sin \widehat{PSC} = \sin b \sin A \quad (8)$$

1. — Des valeurs (7) et (8), on déduit :

$$\frac{\sin A}{\sin a} = \frac{\sin B}{\sin b},$$

et, permutant, dans la fig., B et b avec C et c,

$$\frac{\sin A}{\sin a} = \frac{\sin C}{\sin c},$$

d'où

$$\text{(I)} \qquad \frac{\sin A}{\sin a} = \frac{\sin B}{\sin b} = \frac{\sin C}{\sin c},$$

2. — Si on projette, sur OQ, le contour rectiligne OSPQ, on obtient :

$$OQ = (OS)_{OQ} + (SP)_{OQ} + (PQ)_{OQ} = OS \cos c + SP \sin c,$$ [1]

et, à cause de (1), (3) et (5),

$$\text{(II)} \qquad \cos a = \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos A.$$

3. — En projetant le même contour rectiligne OSPQ sur OK perpendiculaire à OS, il vient :

$$(OQ)_{OK} = (OS)_{OK} + (SP)_{OK} + (PQ)_{OK}$$

ou

$$OQ \sin c = SP + PQ \cos c$$

et, à cause de (1), (5) et (6),

$$\text{(III)} \qquad \cos a \sin c = \sin b \cos A + \sin a \cos c \cos B.$$

4. — Divisant les deux membres de la relation (III) par $\sin a$ et remplaçant $\frac{\sin b}{\sin a}$ par $\frac{\sin B}{\sin A}$ (form. I), $\frac{\cos a}{\sin a}$ par $\operatorname{cotg} a$ et $\frac{\cos A}{\sin A}$ par $\operatorname{cotg} A$, on a :

$$\text{(IV)} \qquad \operatorname{cotg} a \sin c = \cos c \cos B + \sin B \operatorname{cotg} A$$

5. — L'application des formules (II) et (III) au triangle polaire de ABC donne immédiatement :

$$\text{(V)} \qquad \cos A = -\cos B \cos C + \sin B \sin C \cos a,$$

$$\text{(VI)} \qquad \cos A \sin C = -\sin A \cos C \cos b + \sin B \cos a.$$

E. Brand (Bruxelles).

[1] La notation $(OS)_{OQ}$ exprime la projection de OS sur OQ.