Théorie de la droite et des parallèles.

Autor(en): **Fabre, L. L.**

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **7 (1905)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **23.05.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

2° que l'on ordonne les λ en commençant par celui qui correspond *au terme constant* du polynome, c'est-à-dire que l'on envisage la suite

$$\lambda_m, \quad \lambda_{m-1}, \ldots\ldots \quad \lambda_1,$$

tandis que M. Kariya envisage celle que l'on obtient en commençant par λ_1.

Il suffirait d'ailleurs pour faire la distinction dont nous parlons de voir tout simplement la conclusion de notre démonstration (loc. cit.). Or, précisément pour cette démonstration M. Kariya ajoute qu'il n'en ressort pas que l'équation a nécessairement des racines imaginaires. C'est une autre erreur de sa part qui nous oblige de nous expliquer sur quelques points de cette démonstration. D'après le théorème classique de Descartes sur le nombre des variations d'un polynome, un polynome entier avec tous ses termes positifs n'a aucune racine positive, par conséquent, si un tel polynome n'a pas toutes ses racines négatives, *il aura nécessairement des racines imaginaires,* donc, si nous trouvons une propriété des coefficients d'un polynome qui existe nécessairement quand toutes les racines sont négatives, nous aurons aussi, dans le cas ou le polynome a tous ses termes positifs, une condition suffisante pour l'existence nécessaire des racines imaginaires. Cette condition consiste évidemment en ce que les coefficients de ce polynome ne jouissent pas de la dite propriété.

Une telle propriété est la suivante :

Les rapports λ des coefficients d'un polynome ayant toutes ses racines négatives vérifient nécessairement les inégalités :

$$\lambda_m < \lambda_{m-1} < \ldots < \lambda_2 < \lambda_1 .$$

C'est précisément ce que nous avons démontré dans l'article cité. *(L'Ens. mathém., 15 juillet 1904, page 298.)*

P. Zervos (Athènes).

Théorie de la droite et des parallèles.

Les « définitions » classiques de la droite et des parallèles ne sont pas des définitions ; ce sont des théorèmes, c'est-à-dire des propositions à démontrer.

Qu'on veuille bien y réfléchir : Pas plus que la propriété d'être la plus courte de toutes les lignes menées entre deux points ne définit ce qu'est, mathématiquement, la qualité de droite pour une ligne, le fait de ne pas se rencontrer à quelque distance qu'on les prolonge ne dit l'essence du parallélisme, ne précise de façon

scientifique ce que c'est, pour deux droites, que d'être, dans toute leur étendue, c'est-à-dire essentiellement, parallèles, « para-allèlon », « à côté l'une l'autre ».

Que si, au contraire, nous définissons la ligne droite la ligne de direction constante, comme en mécanique le mouvement uniforme est défini le mouvement de vitesse constante, nous n'avons plus rien que de conforme à la raison.

Parmi l'infinité des mouvements imaginables, il est un mouvement, sinon effectif, du moins possible, dans lequel la vitesse reste constamment égale à elle-même. Ce mouvement est dit uniforme.

De même, en géométrie, parmi toutes les lignes qui nous sont données dans l'intuition spatiale, il en est une dont la direction reste constamment égale à elle-même. Cette ligne est dite droite.

Même avantage logique, même simplicité et même précision, si nous définissons les droites parallèles des droites de même direction.

Et comme l'ordre appelle l'ordre, de cette substitution de définitions vraies, j'entends qui sont des définitions, à des pseudo-définitions, résulte l'ordonnance la plus parfaite dans la science, et les questions insolubles — dans les termes donnés — ne se posent même pas.

Ne se pose pas la question : « Entre deux points peut-on mener plus d'une droite ? ». En effet, deux points *déterminent* une ligne ayant la même direction dans toute son étendue, c'est-à-dire une droite.

Ne se pose pas non plus celle-ci : « Par un point peut-on mener plus d'une parallèle à une droite ? ». En effet, la droite donnée *détermine*, en un point quelconque de l'espace, une droite ayant la même direction, c'est-à-dire sa parallèle en ce point.

Il est facile de montrer : 1° que des définitions se déduit, par un jugement apodictique, l'*axiome* des parallèles coupées par une transversale ; 2° qu'une démonstration rigoureuse et de forme identique à celle de toutes les propositions subséquentes de la science géométrique s'applique à ces premiers théorèmes qui sont les prétendues définitions de la droite et des parallèles.

L. L. Fabre (Paris).

Note de la Rédaction. — L'idée de définir la droite à l'aide de la notion de direction n'est pas nouvelle ; utilisée dans plusieurs traités elle a été abandonnée parce qu'elle se base sur une notion de nature différente, qui, du reste, doit être préalablement définie. La droite, de même que le point, peuvent être considérés comme des notions indéfinissables ; ce sont des notions claires par elles-mêmes. Nous renvoyons ceux de nos lecteurs qui désirent trouver une étude comparée des différentes définitions proposées pour la

droite et les parallèles, entre autres aux Ouvrages de M. SCHOTTEN, *Inhalt und Methode des planimetrischen Unterrichts*, Leipzig, 2 vol., 1890, 1893, et de M. J. RICHARD, *Sur la Philosophie des Mathématiques*, Paris, 1903. Voir aussi : *Les Principes des mathématiques*, par M. COUTURAT, Rev. de Métaph. et de Mor., 1904.

LA RÉDACTION.

CHRONIQUE

Congrès des mathématiciens allemands ; Meran, 1905.

La réunion annuelle de l'Association allemande des mathématiciens a eu lieu cette année à *Meran*, du 24 au 30 septembre, en même temps que le 77me congrès des naturalistes et médecins allemands. Elle a été présidée par M. STAECKEL (Hanovre) assisté de MM. KRAZER et GUTZMER.

La séance administrative, ainsi que les réunions scientifiques fournissent une nouvelle preuve de l'activité considérable de l'Association, qui compte aujourd'hui 666 membres. La première était consacrée aux objets suivants :

Rapport sur l'exercice 1904-1905. — Rapport sur les publications entreprises par l'Association. — Rapport des commissions. — Rapport financier du IIIme congrès international des mathématiciens[1]. — Revision des statuts. — Création des « Archives des mathématiciens » dont le but serait de conserver les legs scientifiques, manuscrits, etc,... de mathématiciens décédés. — Organisation du IIme Centenaire d'Euler pour 1907.

M. PRINGSHEIM (Munich) a été nommé président pour le nouvel exercice. La prochaine réunion aura lieu à *Stuttgart*.

Les communications scientifiques, au nombre de 24, ont été réparties sur cinq séances ; en voici la liste :

1. CZUBER (Vienne) : La question de l'introduction des éléments de calcul infinitésimal dans les écoles moyennes, examinée au point de vue autrichien.

2 et 3. DOKULIL (Vienne) : La photogrammétrie au service de l'histoire de l'art. — Construction et examen de vues stéréoscopiques.

4 et 5. EPSTEIN (Strasbourg) : Sur la fonction de ζ Riemann et ses extensions (Rapport). — Théorèmes corrélatifs dans la théorie de la puissance par rapport à un cercle.

---

[1] Les recettes (subventions, cotisations, reliquat du IIe Congrès) se montent à Mk. 22873.27, et les dépenses à Mk. 20988.89 ; il reste donc en caisse Mk. 1884.38.