Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

Band: 7 (1905)

Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Buchbesprechung: George Bruce Halsted. — Rational Geometry, a Text-book for the Science of Space. — Un vol. in 12, VIII + 285 pages, 247 figures, John Wiley & Sons, New-York, 1904.

Autor: Barbarin, P.

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 02.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

les théories physiques qu'étudie M. Carvallo ; il la présente en quelques lignes avec une simplicité et une clarté extrêmes.

En terminant, je me bornerai à reproduire les titres des cinq chapitres qui composent l'ouvrage : I Le courant électrique ; — II Distribution des courants et des forces électro-motrices ; — III Electromagnétisme ; — IV Induction électro-dynamique ; — V Electrostatique.

Je souhaiterais que ces rapides réflexions pussent amener des lecteurs à une œuvre originale, bien ordonnée, et qui m'a paru correspondre aux besoins d'un enseignement nouveau. Avec un peu d'attention et de persévérance, ils trouveront, je le crois, grand profit à cette méthode d'exposition, et il est souhaitable que l'auteur puisse faire école, que d'autres n'hésitent pas à suivre le sillon qu'il vient de tracer. C.-A. LAISANT.

George Bruce HALSTED. — **Rational Geometry,** a Text-book for the Science of Space. — Un vol. in 12, VIII + 285 pages, 247 figures, John Wiley & Sons, New-York, 1904.

Les récents et si remarquables travaux de M. Hilbert sur les fondements de la géométrie, magistralement analysés par M. Poincaré dans ses articles de la Revue des Sciences et dans son Rapport sur le 3e concours du prix Lobatschefsky (1903), ne pouvaient manquer à bref délai d'éveiller l'attention des géomètres et d'exercer une influence profonde et décisive sur leurs ouvrages. On devait certainement s'attendre à voir publier des Traités didactiques dont les hardis et érudits auteurs, rompant résolument avec les habitudes et traditions de plus de vingt siècles, essaieraient d'harmoniser l'enseignement de la géométrie avec les idées nouvelles. Malgré que M. Hilbert eût pris déjà lui-même soin d'indiquer et de jalonner d'une manière précise la route à suivre, la tâche était loin d'être aisée. Elle devait attirer particulièrement M. George Bruce Halsted, le savant professeur de Kenyon College, un des plus ardents défenseurs de la géométrie générale aux Etats Unis, bien connu par ses nombreuses publications dans les Revues « *Science* » et « *American Mathematical Monthly* », et surtout par ses belles traductions anglaises de Saccheri, Bolyai et Lobatschefsky. La « *Rational geometry* » de M. Halsted, encouragée par M. Hilbert, marque une époque dans l'histoire des livres destinés à l'enseignement. Nous allons analyser en détail les chapitres de cet ouvrage.

Pour constituer une géométrie vraiment rationnelle, deux choses étaient indispensables : en premier lieu, établir une liste complète des axiomes en s'efforcant de n'en oublier aucun ; ensuite, supprimer totalement le rôle de l'intuition qui a occupé jusqu'ici une place telle en géométrie que nous faisons dans cette science presque à chaque instant usage de propositions intuitives sans nous en apercevoir le moins du monde. Dans ce but, les axiomes qui expriment les relations mutuelles pouvant exister entre les êtres géométriques, point, droite, plan, espace, ont été suivant la méthode de M. Hilbert, répartis en cinq groupes : Connexion ou association, ordre, congruence, axiome des parallèles ou d'Euclide, axiome d'Archimède ou de continuité.

Dans le chapitre I, M. Halsted définit les êtres géométriques et expose les sept axiomes de connexion. De ces axiomes découlent naturellement les propositions habituelles.

Deux droites distinctes ne peuvent avoir deux points communs.

Deux droites distinctes ont un point commun ou n'en ont aucun.

Deux plans distincts ont en commun une droite ou n'ont aucun point commun.

Un plan et une droite qui n'y est pas située ont un point commun ou aucun.

Par une droite et un point, ou deux droites qui ont un point commun, on peut faire passer un plan et un seul.

Dans le chapitre II viennent, au nombre de quatre, les axiomes de l'ordre qui précisent l'arrangement des points caractérisé par le mot *entre*. Ces axiomes sont complétés par la définition du segment qui ne doit éveiller aucune idée de mesure : Deux points A et B de la droite A définissent le segment AB ou BA ; les points de la droite *situés entre* A et B sont les points du segment. De là la distinction entre les deux *rayons* d'une droite séparés par un point, entre les deux régions du plan séparées par une droite. — Points intérieurs et extérieurs à un polygone. — Notons pour mémoire l'axiome 4 ou axiome de Pasch. *Si* A, B *et* C *sont trois points non collinéaires et* a *une droite du plan ne passant par aucun d'eux, lorsque* a *renferme un point du segment* A B, *elle en a un autre sur* B C *ou sur* A C. Il est évident que si le plus petit rôle était laissé à l'intuition, on ne songerait pas à énoncer cette proposition dont on fait inconsciemment un si fréquent usage.

Le chapitre III développe les axiomes de congruence : segments, angles, triangles, et l'auteur y formule en ces termes précis le théorème général de congruence.

Si A B C.... A′ B′ C′... *sont deux figures congruentes, et que* P *désigne un point quelconque de la première, on peut toujours trouver de façon univoque dans la deuxième un point* P′ *tel que les figures* A B C ... P, A′ B′ C′ .... P′ *soient congruentes.*

Ce théorème exprime l'existence d'une certaine transformation unique et réversible qui nous est familière sous le nom de déplacement. La notion de déplacement est donc basée sur celle de congruence, ce qui est absolument logique.

Le chapitre suivant est consacré à l'axiome de la parallèle unique et aux propositions qui en sont la conséquence. La plupart sont classiques, nous n'y insistons pas ; mais il en est d'autres que nous avons eu jusqu'ici l'habitude de considérer comme intuitives et qui ne le sont pas. M. Halsted les démontre avec raison ; ce sont celles-ci : *Tout segment a un point milieu : tout angle a un rayon bissecteur.*

Chapitre V. — Circonférence.

Chapitre VI. — Problèmes de Construction. Toutes les constructions découlant des théorèmes basés sur les cinq groupes d'axiomes peuvent être graphiquement résolues par la règle et le transporteur de segments (Streckenüberträger de M. Hilbert) et ramenées à ces deux tracés fondamentaux : Tracer une droite ; prendre sur une droite donnée un segment donné.

Chapitre VII. — Egalités et inégalités entre côtés, angles et arcs.

Chapitre VIII. — Calcul des Segments. En se basant sur les axiomes des groupes I, II, IV et en mettant systématiquement de côté l'axiome d'Archimède dont on s'est passé dans ce qui précéde et dont on peut également se passer dans ce qui suit, on arrive à créer, indépendamment de toute préoccupation métrique, un calcul de segments où les opérations sont identiques

à celles des nombres. Sommes et produits de segments. Sommes d'arcs et d'angles.

Chapitre IX. — Proportions et similitudes. Deux triangles sont dits semblables quand leurs angles sont respectivement congruents. Il eût fallu dire là un mot de l'existence de tels triangles ; c'est une lacune bien facile à combler. La similitude conduit naturellement au théorème de Thalès et aux proportionnalités qui en découlent.

Chapitre X. — Equivalence dans le plan. La mesure des aires planes peut être obtenue sans le secours de l'axiome d'Archimède parce que deux polygones équivalents peuvent être considérés comme sommes algébriques de triangles élémentaires en même nombre et deux à deux congruents, quoique de dispositions différentes. *Par définition* l'aire d'une triangle égale le demi produit de la base par la hauteur ; deux polygones équivalents ont même aire et réciproquement. Théorème de Pythagore et carrés construits sur les côtés d'un triangle. Le chapitre se termine par une note historique courte, mais intéressante sur le nombre π.

Chapitre XI. — Géométrie du plan, différant peu de notre cinquième livre usuel.

Le chapitre XII est consacré aux polyèdres et volumes. M. Halsted commence à bon droit pas le théorème d'Euler ; il appelle *par définition* volume du tétraèdre le tiers du produit de la base par la hauteur, et prouve que le volume d'un tétraèdre égale la somme des volumes des tétraèdres en lesquels on le partage d'une façon quelconque. L'auteur examine quatre méthodes de division particulières, la division la plus générale peut être obtenue au moyen de ces dernières, et il en est de même pour un polyèdre.

Les chapitres XIII et XIV nous donnent l'étude de la sphère, du cylindre et du cône, avec le mesure de leurs surfaces et volumes. Pour le volume de la sphère, l'on fait usage de l'axiome de Cavalieri : *Si deux solides compris entre deux plans parallèles sont coupés par un plan quelconque parallèle aux deux premiers suivants des aires égales, ils ont même volume.*

Chapitre XV. Sphérique pure ou Géométrie à deux dimensions sur la sphère : Ce Chapitre ne pouvait manquer de trouver ici sa place. M. Halsted y précise d'abord ce que deviennent à la surface de la sphère les axiomes d'association, d'ordre et de congruence, il en déduit simplement et naturellement les propriétés élémentaires, trop négligées dans l'enseignement, des triangles sphériques.

Trois notes terminent l'ouvrage, et sont relatives ; l'une à un théorème de l'ordre, la deuxième au compas, et la troisième à la solution des problèmes.

Ainsi qu'on le voit par cette analyse, le livre de M. Halsted constitue une innovation et une tentative de vulgarisation des plus intéressantes. Pour lui donner plus de poids auprès des étudiants à qui il est destiné, l'éminent professeur de Kenyon College y a ajouté 700 exercices formant un choix excellent et varié. Nous souhaitons à cet ouvrage de notre distingué ami tout le succès qu'il mérite. P. Barbarin (Bordeaux).

R. Marcolongo. — **Teoria matematica dell' equilibrio dei corpi elastici.** nos 348-349 des *Manuali Hœpli.* — 1 vol. in 16°, prix L. 3.— ; Hœpli, Milan, 1904.

Ce n'est que depuis peu d'années que la théorie de l'équilibre des corps élastiques a commencé à se rendre pratiquement utile ; dans le passé, à