SUR LA CONVERGENCE ABSOLUE DES SÉRIES

Autor(en): **Carvallo, E.**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **8 (1906)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **25.05.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-9264

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

les divisions tangentes extrêmes, la première rotation sur OA déplace la bulle de l'angle K.

On la ramène à sa position primitive, en agissant sur les vis B et C, mais en sens inverse et de quantités égales pour laisser la direction OA invariable.

Si enfin le quart de tour n'est pas rigoureusement exact et s'il comporte une petite rotation résiduelle ε autour de OW_2, celle-ci peut être remplacée par une rotation ε autour de OV_1 et par une rotation εK autour d'une horizontale voisine de OY, dont l'effet est négligeable vis-à-vis de l'effet principal K.

La première est d'ailleurs sans action sur la bulle.

On voit comment la théorie élémentaire des rotations fait claire et précise la méthode opératoire du réglage des appareils de positions à axe vertical.

Jules ANDRADE (Besançon).

SUR LA CONVERGENCE ABSOLUE DES SÉRIES

Les mathématiciens recherchent avec raison la précision et la rigueur des termes. Dans cette voie, il peut être intéressant d'appeler leur attention sur un langage impropre consacré par l'usage, mais qu'il est aisé d'améliorer comme je vais l'expliquer.

On adopte en général, pour les séries, les énoncés suivants :

DÉFINITION. — *Une série convergente est dite* absolument convergente *si la série des modules de ses termes est aussi convergente. La série proposée est* semi-convergente *si la série des modules est divergente.*

THÉORÈME. — *On n'altère pas la valeur d'une série absolument convergente en changeant l'ordre des termes. On peut altérer arbitrairement la valeur d'une série semi-convergente en changeant l'ordre de ses termes.*

L'énoncé du théorème, juste dans le fond, est mauvais dans la forme ; car, dans deux sens opposés, il comporte les idées fausses que voici :

Une somme dépend de l'ordre de ses parties.

La série absolument convergente ne change pas de valeur quand on rejette indéfiniment son premier terme au delà du terme de rang n auquel on s'arrête dans la suite des évaluations approchées de la série.

De bons auteurs[1], il faut le dire à leur louange, prennent soin de commenter le texte pour en préciser la signification de façon à écarter ces fausses interprétations. Il n'en est pas moins vrai que l'énoncé demeure défectueux et leur souci d'en expliquer les termes est une preuve suffisante de sa défectuosité.

Je propose le texte que voici :

THÉORÈME. — *Si une série est absolument convergente, on peut choisir arbitrairement, parmi les termes qui suivent le rang* n, *des termes en nombre quelconque et à des places quelconques; la somme des termes choisis tend toujours vers zéro quand* n *croît indéfiniment.*

Si la série est semi-convergente, on peut altérer arbitrairement la somme des n *premiers termes de la série en y ajoutant des termes convenablement choisis parmi ceux qui suivent le rang* n[2].

Le nouveau texte, ne prêtant pas à l'équivoque, ne réclame aucun éclaircissement. Ayant au fond la même signification que le texte ancien, il admet la même démonstration et les mêmes applications. Toutefois, respectant mieux dans la forme la réalité des faits, il entraîne plus de simplicité et de clarté dans les explications.

On le voit, le changement que je préconise comporte un bien faible dérangement aux usages. Par contre, il me paraît avoir l'avantage notable d'éviter des confusions possibles et un effort parasite pour la traduction d'un texte incorrect en

---

[1] TANNERY, *Introduction à l'étude des fontions*, 1886 ; p. 54 à 56.
NIEWENGLOWSKI, *Cours d'algèbre*, 1891 ; t. I, p. 292 et 293.

[2] S'il s'agit d'une série à termes réels, on peut par cette altération donner à la série telle valeur que l'on veut. Si la série a ses termes imaginaires, on peut donner, par exemple à la partie réelle de la série, telle valeur que l'on veut.

une idée juste. Il n'est peut-être pas inopportun de rappeler ici que les membres de la Société mathématique de France ont connu sur ce sujet les scrupules d'un de leurs anciens confrères. Malheureusement, l'auteur s'obstinait à voir dans l'incorrection du langage une idée fausse de Cauchy. Par son manque de mesure et de perpicacité, il a sans doute éloigné ses auditeurs d'une observation qui avait quelque chose de juste.

E. CARVALLO (Paris).

SUR UN DÉVELOPPEMENT EN SÉRIE ENTIÈRE

Quand on veut donner aux élèves, antérieurement à toute notion sur les dérivées, l'exemple du développement d'une fonction en série entière, on recourt tout naturellement à l'identité.

$$(1) \qquad (1-x)^{-1} = 1 + x + x^2 + x^3 + \ldots$$

(pour $x < 1$), qui résulte, soit de la théorie de la division, soit des progressions géométriques. Je me propose de généraliser cet exemple, et j'attache une certaine importance à cette généralisation, à cause de l'application dont elle est susceptible, et par laquelle je terminerai cet article. Pour le moment je veux montrer comment la formule (1) entraîne, comme conséquence, la formule suivante

$$(2) \qquad (1-x)^{-m} = 1 + \frac{m}{1}x + \frac{m(m+1)}{1-2}x^2 + \ldots$$
$$+ \frac{m(m+1)\ldots(m+p-1)}{p\,!}x^p + \ldots$$

pour toutes les valeurs entières de m.