Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 8 (1906)
Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Kapitel: théorème sur la Géométrie moderne.
Autor: SAWAYAMA, Y.

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 11.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

le premier membre, par trois signes α, β, γ et dans le second par α', β', γ'.

On a toujours $\gamma = \alpha$, c'est-à-dire que le symbole du premier membre est $\alpha\beta\alpha$; et dès lors, celui du second $(\alpha'\beta'\gamma')$ est $\beta - \alpha - \beta$.

Si on écrit trois fois α, β et si on change le signe du dernier groupe

$$\alpha\ \beta\ \ \alpha\ \beta\ \ -\alpha - \beta\ ,$$

il suffit de diviser cette suite en deux moitiés

$$(\alpha\ \beta\ \alpha)\quad (\beta - \alpha - \beta)$$

pour obtenir les deux symboles caractérisant l'une quelconque des quatre relations. C.-A. L.

Un théorème sur la Géométrie moderne.

Voici un théorème de Géométrie moderne qui, je crois, est nouveau.

Théorème. — Etant donnés deux triangles perspectifs ABC et A′B′C′, tels que les sommets A′, B′, C′ soient situés un à un sur les côtés du triangle ABC, on a

$$\frac{BX.CY.AZ}{CX.AY.BZ} \cdot \frac{B'X'.\ C'Y'.\ A'Z'}{C'X'.\ A'Y'.\ B'Z'} = 1\ ,$$

X, X′ étant les points d'intersection avec BC et B′C′ d'une droite passant par A.
Y, Y′ » » » » CA et C′A′ » » B,
Z, Z′ » » » » AB et A′B′ » » C.

Démonstration. — Soit D le point d'intersection des droites AX et BB′. Si l'on considère AX comme transversale par rapport aux triangles BB′C, C′BB′, on a

$$1 = \frac{BX.CA.B'D}{CX.B'A.BD}\ ,\qquad 1 = \frac{BD.B'X.C'A}{B'D.C'X.BA}\ ,$$

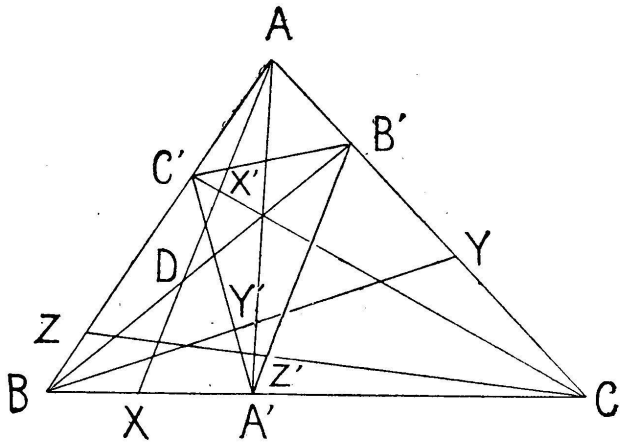
d'où l'on déduit

$$(\alpha)\qquad 1 = -\frac{AC'.CA.BX.B'X'}{AB'.AB.CX.C'X'}\ .$$

On a de la même manière

$$(\beta)\qquad 1 = -\frac{BA'.AB.CY.C'Y'}{BC'.BC.AY.A'Y'}\ ,$$

$$(\gamma)\qquad 1 = -\frac{CB'.BC.AZ.A'Z'}{CA'.CA.BZ.B'Z'}\ .$$



En multipliant membre à membre on obtient

$$1 = -\frac{AC'.BA'.CB'}{BC'.CA'.AB'} \cdot \frac{CA.AB.BC}{AB.BC.CA} \cdot \frac{BX.CY.AZ}{CX.AY.BZ} \cdot \frac{BX'.CY'.A'Z'}{C'X'.A'Y'.B'Z'}$$

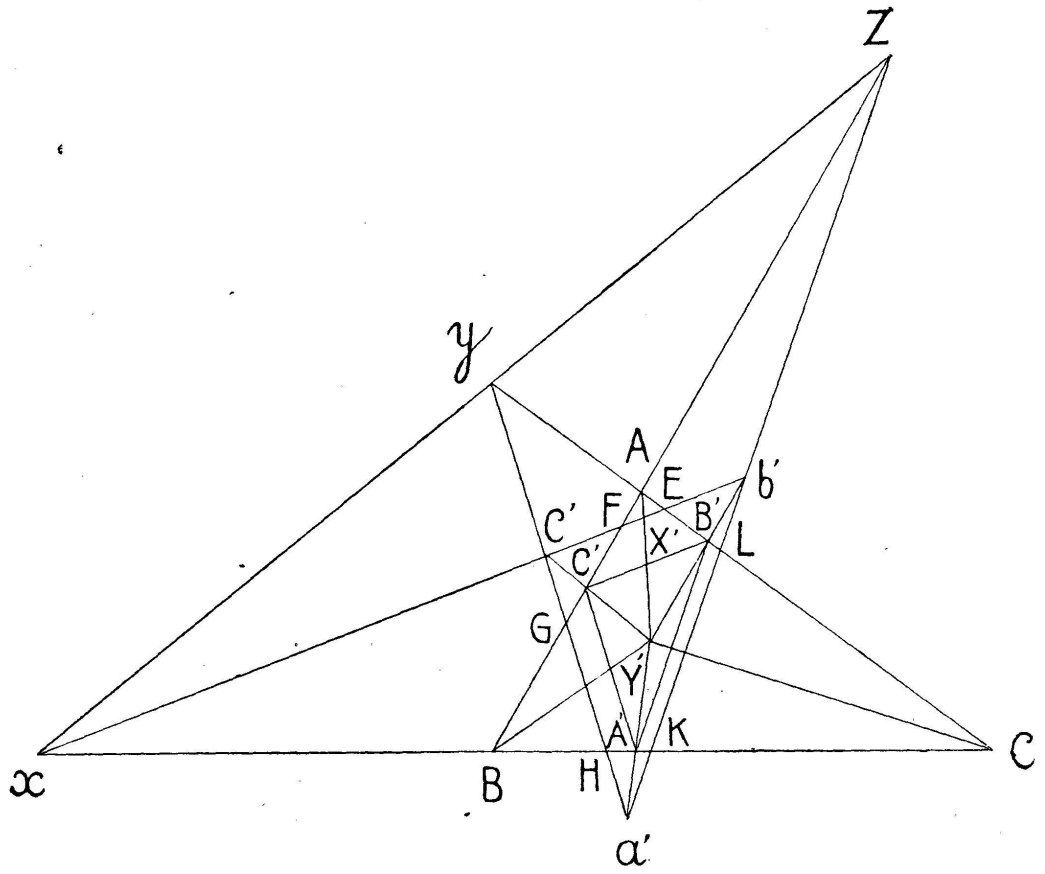
$$= (-1)(-1)(+1)\frac{BX.CY.AZ}{CX.AY.BZ} \cdot \frac{B'X'.C'Y'.A'Z'}{C'X'.A'Y'.B'Z'}$$

$$= \frac{BX.CY.AZ}{CX.AY.BZ} \cdot \frac{B'X'.C'Y'.A'Z'}{C'X'.A'Y'.B'Z'}.$$

Corollaires. — I. Quand AX, BY, CZ sont des droites concourantes, il en est de même de A'X', B'Y', C'Z', et inversement.

II. Quand X, Y, Z sont collinéaires, X', Y', Z' le sont aussi, et inversement.

III. Le triangle ABC et un autre triangle $a'b'c'$ homothétique à A'B'C' sont perspectifs ; inversement le triangle A'B'C' et un autre triangle abc homothétique à ABC sont perspectifs. Dans les deux cas le centre d'homothétie est le point d'intersection de AX' avec BY', X' et Y' étant les points milieux des côtés du triangle A'B'C' qui sont opposés à A et B.



En effet, soient x, y, z les points d'intersection des côtés correspondants des deux triangles $a'b'c'$ et A'B'C', on a

$$b'E = c'F\ , \qquad c'G = a'H\ , \qquad a'K = l'L\ ,$$

E, F étant les points d'intersection de $b'c'$ avec CA et AB ; de même pour G et H, K et L.

Si nous envisageons les côtés du triangle ABC comme transversales du triangle $a'b'c'$, nous pouvons écrire

$$\frac{b'x}{c'x} = \frac{b'\mathrm{K}.c'\mathrm{H}}{a'\mathrm{K}.c'\mathrm{H}}, \quad \frac{c'y}{a'y} = \frac{c'\mathrm{E}.b'\mathrm{L}}{b'\mathrm{E}.a'\mathrm{L}} = \frac{c'\mathrm{E}.a'\mathrm{K}}{b'\mathrm{E}.b'\mathrm{K}},$$

$$\frac{a'z}{b'z} = \frac{a'\mathrm{G}.c'\mathrm{F}}{c'a.b'\mathrm{F}} = \frac{c'\mathrm{H}.b'\mathrm{E}}{a'\mathrm{H}.c'\mathrm{E}}.$$

Ces relations donnent

$$\frac{b'x.c'y.a'z}{c'x.a'y.a'z} = 1,$$

d'où il résulte que les points x, y, z sont collinéaires.

On démontrerait de la même manière la seconde partie du corollaire. Y. SAWAYAMA (Tokio).

A propos de la rotation de la Terre[1].

Lettre de M. G. COMBEBIAC (Bourges).

Dans cette question j'en discerne deux à traiter successivement et dont la première est celle-ci : la rotation constitue-t-elle, pour les corps, une qualité objective ?

Si le doute est permis lorsqu'on se cantonne dans le domaine cinématique, on peut, semble-t-il, affirmer que l'état dynamique d'un corps permet de définir la rotation dont il peut être animé (direction de l'axe et intensité). Donc, dans notre conception actuelle de la dynamique, la rotation absolue constitue bien une qualité objective des corps ; en d'autres termes, nos conceptions dynamiques comportent, bon gré mal gré, la notion de ce qu'on a appelé l'espace absolu. Aussi le relativiste dont M. Andrault nous a communiqué les très intéressantes réflexions ne manque-t-il pas de nous affirmer que « la rotation de la terre est à l'origine de notre dynamique ». Il faut reconnaître que l'argument vise bien le cœur de la question; seulement il ne cadre pas avec les faits, car, s'il ne parait pas impossible de soutenir que la dynamique est d'origine exclusivement terrestre (en Astronomie, on observe des mouvements et non pas des forces), ses lois sont en revanche d'une nature telle qu'elles excluent toute dépendance avec la rotation de la terre et avec celle d'un système quelconque de repères. Il est en effet facile de se rendre compte que, si l'on n'avait observé que des mouvements relatifs, l'intervention de la force

[1] Voir l'*Enseignement Mathématique* du 15 mars, 1904, p. 150-155.