Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 8 (1906)
Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: LES FONCTIONS ANGULAIRES DANS LA GÉOMÉTRIE DE L'AJUSTAGE
Autor: Andrade, Jules
Kapitel: V. — Statique et Cinématique réunies.
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-9270

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 02.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

les trois équations *e* se réduisent aux deux dernières du groupe.

Ces groupes peuvent être permutés, mais ils se réduisent en définitive à trois relations, par exemple aux trois suivantes:

$$S(a) = \frac{\cos A + \cos B \cos C}{\sin B \sin C},$$

$$S(b) = \frac{\cos B + \cos C \cos A}{\sin C \sin A},$$

$$S(c) = \frac{\cos C + \cos A \cos B}{\sin A \,.\, \sin B}.$$

Le cas de $S(x) \equiv 1$ donne la géométrie d'Euclide, mais dans ce cas particulier les trois relations précédentes se réduisent à une et il faut grouper autrement les relations si on veut obtenir un groupe de 3 relations essentielles.

Mais dans tous les cas la réduction de Poinsot a fourni la trigonométrie plane, comme l'étude du pivotement sphérique nous avait donné, après la composition des rotations concourantes, les formules de la trigonométrie sphérique.

V. — Statique et Cinématique réunies.

Bien que seule l'interprétation des vecteurs comme axes et vitesses de rotations relatives nous ait conduits à démontrer l'existence de systèmes équivalents de vecteurs, la méthode employée montre que tout mode d'équivalence entre divers systèmes de vecteurs, qui satisfait aux conditions logiques énoncées plus haut, entraîne 3 types possibles pour les relations métriques dans l'espace ; mais, une fois adopté le type d'espace, après particularisation des propriétés métriques, il n'y a plus qu'un mode possible d'équivalence entre les divers systèmes de vecteurs.

Ainsi donc les *vecteurs forces* se réduisent et se composent *exactement comme les vecteurs vitesses de rotations.*

Voici des conséquences intéressantes de ces faits :

Nous avons vu plus haut que les moments des couples de vecteurs possèdent à leur tour les propriétés essentielles

de vecteurs simples ; mais ces vecteurs d'un nouveau genre admettant aussi des couples, il y aura lieu de se demander ce que représentent *ces couples de couples* par rapport aux vecteurs du premier genre.

Voici la réponse très simple à cette question, réponse dont la justification s'apercevra d'une manière intuitive par la théorie des vecteurs perpendiculaires à une même droite. Ainsi donc :

THÉORÈME 25. — ε désignant un nombre égal à 1 dans la géométrie de la droite ouverte non euclidienne égal à — 1 dans la géométrie de la droite fermée, égal à zéro dans la géométrie d'Euclide, et si on prend comme mesure du moment le double produit du vecteur multiplié par la fonction R du demi bras de levier, un couple de moments, dont le moment nouveau est μ équivaut à un vecteur V porté sur l'axe du couple du second genre et l'on a

$$\mu = -\varepsilon V ,$$

en sorte que dans l'espace d'Euclide un couple de couples équivaut à zéro.

REMARQUE. — Ce théorème fournit en Statique non euclidienne une détermination très simple *de l'axe central* d'un système de vecteurs.

VI. — La notion du travail et le moment mutuel de deux systèmes de vecteurs.

On a vu que la vitesse de tout point d'un solide animé de diverses rotations relatives est un vecteur égal au vecteur résultant des vecteurs qui représentent les vitesses dues aux rotations isolées ; considérons alors deux systèmes de vecteurs S et S′, faisons représenter à l'un d'eux un système de forces, et à l'autre un système de rotations relatives et considérons le déplacement infiniment petit Σ d'un solide qui résulte de ces rotations relatives pendant le temps dt soit F une des forces de S ; soit $v\,dt$ le déplacement infiniment