Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

Band: 8 (1906)

Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Buchbesprechung: René Baire. — Leçons sur les fonctions discontinues, professées au Collège de France et rédigées par A. Denjoy. — 1 vol.gr. in-8° de VIII-126 pages; prix : 3 fr. 50 ; Gauthier-Villars, Paris.

Autor: Buhl, A.

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 02.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

fonctions elliptiques et abéliennes (2 leçons par semaine). — Physique générale et mathématique ; M. Brillouin : Théories moléculaires de la matière et particulièrement la théorie dynamique des gaz, en tenant compte des échanges d'énergie entre l'éther et la matière (1 leçon). Principales méthodes mathématiques de la physique générale appliquées à l'Elasticité et à l'Acoustique (1 leçon).

BIBLIOGRAPHIE

Annuaire pour l'An 1906 publié par le bureau des Longitudes, avec Notices scientifiques. — 1 vol. in-16 de près de 900 p. avec figures ; prix : 1 fr. 50 (franco, 1 fr. 85) ; Gauthier-Villars, Paris.

La librairie Gauthier-Villars vient de publier, comme chaque année, l'*Annuaire du Bureau des Longitudes*, pour 1906. — On sait que ce petit volume compact fournit une foule de renseignements indispensables à l'ingénieur et à l'homme de Science. Cette année nous signalons tout spécialement la Notice de M. G. Bigourdan : *Les éclipses de Soleil. Instructions sommaires sur les observations que l'on peut faire pendant ces éclipses*,

René Baire. — **Leçons sur les fonctions discontinues,** professées au Collège de France et rédigées par A. Denjoy. — 1 vol. gr. in-8° de VIII-126 pages ; prix : 3 fr. 50 ; Gauthier-Villars, Paris.

Les fonctions discontinues sont-elles d'une nature totalement différente des fonctions continues ? Des considérations physiques extrêmement simples ont montré depuis longtemps qu'il n'en était rien. On peut chauffer une barre de façon tout à fait arbitraire et dans ces conditions la température peut être initialement une fonction discontinue de l'abscisse mais, dès que la barre sera abandonnée à elle-même, la température tendra à s'uniformiser d'un point à l'autre et sera une fonction continue de l'abscisse pour tout instant postérieur à l'instant initial. Remontons maintenant dans le temps en inversant les lois de la conductibilité thermique et nous concevons la possibilité de considérer la fonction discontinue primitive comme limite de fonctions continues. C'est là le premier point dont, s'occupe M. R. Baire mais dans un esprit très différent de ce qui précède. C'est au point de vue analytique seul qu'il considère le discontinu comme limite du continu. D'ailleurs les fonctions analogues à celle à laquelle nous venons de faire allusion ne rentrent que comme cas particulier dans celles considérées par l'auteur lesquelles peuvent exister lorsque la variable est dans un ensemble beaucoup plus général que celui des points d'un segment. A ce dernier point de vue, M. Baire a dû ajouter notablement à la théorie des ensembles ; on lui doit non seulement de beaux résultats mais de nombreuses définitions. Particulièrement intéressante est la considération des nombres *transfinis*,

nombres ordinaux non entiers, et dont l'introduction est cependant nécessaire, si l'on peut s'exprimer ainsi, pour numéroter les éléments de certains ensembles.

Dans l'étude proprement dite des fonctions d'une variable, l'esprit pénétrant de l'auteur se révèle tout de suite avec la notion de semi-continuité. D'une façon extrêmement brève, on peut considérer en un point d'un certain ensemble une fonction f ayant un minimum m et un maximum M en ce point. L'ordinaire condition de continuité se traduit par la double égalité $f = m = M$. Il y a semi-continuité quand l'une seulement de ces égalités a lieu. Un chapitre est consacré aux ensembles de points dans l'espace à n dimensions et l'on y retrouve avec une grande symétrie les considérations développées en détail pour l'espace à une dimension. Une des conclusions, les plus importantes du livre est relative aux développements de fonctions continues et discontinues en séries de polynômes. M. Baire n'a certainement pas livré toute sa pensée à cet égard ; il nous renvoie pour terminer à un mémoire qui doit paraître incessamment aux *Acta mathematica ;* le présent ouvrage y sera en tout cas une introduction aussi excellente que simple.

A. Buhl (Montpellier).

E. Borel. — **Leçons sur les fonctions de variables réelles et les développements en séries de polynômes,** professées à l'Ecole Normale supérieure et rédigées par Maurice Fréchet avec des notes par M. *P. Painlevé* et *H. Lebesgue.* — 1 vol. gr. in-8° de 160 pages ; prix : 4 fr. 50 ; Gauthier-Villars, Paris, 1905.

Ce volume est le huitième de la *Collection de Monographies sur la Théorie des fonctions.* Il envisage les fonctions de variables réelles dans les voies récemment ouvertes par des œuvres comme la thèse de M. Baire.

A vrai dire il est assez difficile de distinguer bien nettement, tout au moins à l'heure actuelle, ce qui revient au champ réel et au champ complexe. Beaucoup de développements en séries de polynômes peuvent presque toujours servir à représenter indistinctement des fonctions analytiques ou non mais, comme les auteurs qui se sont occupés de ces épineux problèmes ont commencé par séparer les deux champs, il est nécessaire de commencer par accepter cette démarcation.

Aussi bien le fait de se cantonner d'abord dans les variables réelles permet de préciser, avec le maximum de simplicité, une foule de questions relatives par exemple à la continuité des fonctions représentées par des séries à termes continus ainsi qu'à l'intégration de ces mêmes séries. A propos du premier exemple rappelons la condition classique de convergence uniforme, condition inattaquable mais trop solide peut-être, et qui a été remplacée par les conditions plus élastiques de *convergence simplement uniforme* et de *convergence quasi-uniforme* dues respectivement à MM. Bendixson et Arzela.

Quand au développement des fonctions de variables réelles en séries de polynômes c'est là un cas particulier du problème extrêmement général de la représentation analytique approchée de fonctions non analytiques. En ces points on sent nettement que M. Borel a tenu, à l'exemple de Weierstrass, a rejeter des considérations intuitives qui, si elles n'ont pas la valeur rigoureuse de sa pure analyse, peuvent être cependant grandement utiles. Echauffons arbitrairement une barre : par le fait même la température en un point de la barre est d'abord une fonction tout à fait quelconque (continue