III. — Comparaisons simultanées de 2 côtés d'un triangle et de leurs angles opposés.

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **10 (1908)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **26.05.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

THÉORÈME. — *L'angle extérieur d'un triangle est supérieur à tout angle intérieur qui n'a pas même sommet que lui.*

Faisons voir par exemple que : (Fig. 23) $X\widehat{A}C > A\widehat{C}B$. Joignons le troisième sommet B au milieu D de AC et prolongeons BD d'une longueur égale en DB′, joignons B′ à A, la droite AB′ sera située dans l'angle extérieur $D\widehat{A}X$; les angles opposés par le sommet BDC et ADB′ valent chacun 2 droits diminués de l'angle $A\widehat{D}B$ ils sont donc égaux ; alors les deux triangles ADB′ et BDC ayant un angle égal compris entre deux côtés égaux chacun à chacun, sont égaux ; et par suite les angles opposés respectivement à DB′ et BD côtés égaux, seront égaux ; ainsi $B'\widehat{A}D = D\widehat{C}B$; mais B′AD est portion de l'angle extérieur $C\widehat{A}X$, donc enfin on a bien :

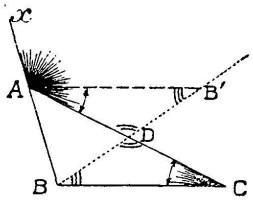

Fig. 23.

$$X\widehat{A}C > A\widehat{C}B.$$

III. — Comparaisons simultanées de 2 côtés d'un triangle et de leurs angles opposés.

THÉORÈME. — *Si deux côtés d'un triangle sont inégaux les angles opposés à ces côtés sont inégaux dans le même ordre de taille.*

Comparons (Fig. 24) les deux côtés AB et AC du triangle ABC ; soit le côté AC > AB. Prenons sur AC un segment AD = AB et joignons BD ; l'angle $A\widehat{D}B = A\widehat{B}D$ (puisque le triangle ABD à deux côtés égaux) ; l'angle $A\widehat{D}B$ extérieur est plus grand que l'angle $D\widehat{C}B$ du triangle partiel BDC ; l'angle $A\widehat{B}D$ portion de l'angle $A\widehat{B}C$ est donc plus grand que l'angle ACB, donc à plus forte raison l'angle total ABC dépassera-t-il ACB.

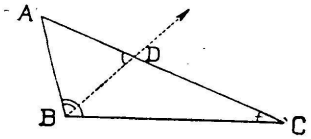

Fig. 24.

THÉORÈME (réciproque du précédent). — *Si deux angles* d'un triangle sont inégaux, les côtés opposés à ces *angles* sont inégaux et dans le même ordre de taille.

Soient (sans figure) $\widehat{A}$ et $\widehat{B}$ deux angles d'un triangle et soient: a et b les côtés respectivement opposés à ces angles; je dis que l'inégalité $\widehat{A} > \widehat{B}$ entraînera comme conséquence l'inégalité $a > b$.

En effet, en comparant a et b, trois cas peuvent seuls se présenter; ou bien 1° : $a < b$, ou bien 2° : $a = b$; ou bien 3° : $a > b$; or le cas de $a < b$ entraînerait, d'après le théorème précédent $A < B$ et le cas de $a = b$ entraînerait comme nous l'avons vu, au début de ces leçons $A = B$. Ces deux suppositions provisoires $a < b$ et $a = b$ entraîneraient donc des conséquences contradictoires avec l'hypothèse; on aura donc bien $a > b$ tout comme on avait d'abord $A > B$.

Remarque. — Ce genre de raisonnement est ce qu'on nomme un raisonnement *par l'absurde*.

IV. — Un côté d'un triangle est plus petit que la somme des deux autres.

Il n'y a lieu à démonstration que si le côté considéré n'est pas le plus petit de tous, soit alors (Fig. 25) $AB > AC$. Prolongeons AC d'une longueur CD, de manière que $AD = AB$, joignons BD; envisageons d'une part le triangle isocèle ABD et d'autre part le triangle CBD. Dans ce dernier, l'angle CBD portion de ABD sera plus petit que celui-ci ou que son égal CDB; on a donc un triangle CBD dans lequel $\widehat{CDB} > \widehat{CBD}$; on peut donc affirmer, d'après le théorème précédent, que $CD < CB$; ABAD se composant de AC et de CD sera donc moindre que $AC + CB$.

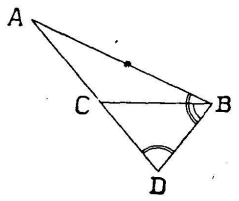

Fig. 25.

V. — Comparaison de deux triangles qui ont deux côtés égaux chacun à chacun comprenant deux angles inégaux.

Théorème. — *Si deux triangles ont deux côtés égaux chacun à chacun comprenant un angle inégal, les côtés opposés à cet angle dans les deux triangles seront inégaux et dans le même ordre de taille.*