VI. — Les cercles de la sphère.

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **10 (1908)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **05.06.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

VI. — Les cercles de la sphère.

Grands cercles et petits cercles. Analogies des triangles sphériques et des triangles plans.

Toute section plane de la sphère est un cercle, nous l'avons vu, dont le centre est la projection du centre de la sphère sur le plan de la section ; si ce plan passe déjà par le centre de la sphère la ligne d'intersection des deux surfaces sera une circonférence du plus grand rayon possible, c'est une circonférence de grand cercle.

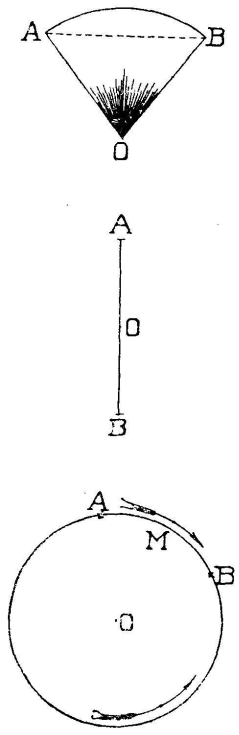
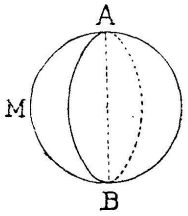


Fig. 48.

Par deux points, A et B (fig. 48), donnés sur la surface sphérique passe toujours un grand cercle, et un seul lorsque du moins les points A et B ne sont pas aux extrémités de deux rayons égaux et directement contraires ; en effet, hormis ce cas d'exception, les droites OA, OB déterminent un plan et un seul, et ce plan va couper la surface sphérique en une circonférence et une seule.

Par contre si la circonférence est unique, *l'arc* qui réunit les deux points n'est pas complètement déterminé, on peut hésiter entre deux arcs AMB et APB.

Nous considérons plus particulièrement l'arc *réduit* c'est-à-dire celui des deux arcs qui est moindre qu'une demi-circonférence ; cet arc est l'image sphérique de l'angle pointu déterminé par les deux rayons dans la trame triangulaire formée par les 3 points O, A, B.



Deux arcs de grand cercle issus d'un point A vont se réunir en un autre point B nommé l'*antipode* du premier (fig. 49).

Il y a plus : deux grands cercles étant donnés se coupent toujours (fig. 49), en un point X ; en effet les plans des deux grands cercles sont deux plans distincts qui ont déjà en commun le centre O de la sphère, ces deux plans auront

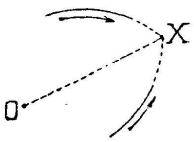


Fig. 49.

donc une droite commune, or, un point X, situé sur cette droite commune, à une distance de O égale au rayon, est un point de la surface sphérique, commun aux deux arcs.

Les arcs de grand cercle sur une surface sphérique ont évidemment une grande analogie avec les droites du plan, mais la propriété précédente va être un élément de simplification de la géométrie de la sphère. Nous allons poursuivre l'exposé des analogies.

Les deux régions de la surface sphérique par rapport à un grand cercle, sont les analogues des deux régions d'un plan par rapport à une droite ; si (fig. 50), deux points A et B sont, par rapport à un grand cercle de la sphère, dans une même région (1), l'arc de grand cercle *moindre qu'une demi-circonférence* qui les réunit ne traverse pas la circonférence de grand cercle donnée ; au contraire deux points C, D, appartenant à deux régions opposées (1) et (2) par rapport à la circonférence complète considérée étant réunis par un arc moindre qu'une demi-circonférence, cet arc réduit *coupera* cette demi-circonférence ; ces faits peuvent d'ailleurs s'interpréter comme traduisant, par images sphériques, les faits correspondants qui se rattachent à la distinction des deux régions de l'espace par rapport à un plan.

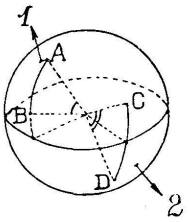


Fig. 50.

Cette notion conduit sans peine (fig. 51), à la trame triangulaire sphérique ; si celle-ci est bordée par deux *côtés* réduits, en vertu des propriétés de l'angle trièdre, le troisième sera aussi réduit et deux points quelconques de l'intérieur du triangle seront aussi à distance réduite sur un arc de grand cercle situé à l'intérieur du triangle.

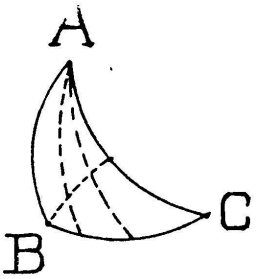


Fig. 51.

Nous nommerons triangle spérique *propre* un pareil triangle ; c'est l'image d'un trièdre dont le sommet est au centre de la spère.

Nous avons ici un renseignement immédiat sur ces triangles, ceux-ci en effet étant l'image d'un trièdre, nous voyons que dans un triangle propre un côté est plus petit que la somme des deux autres.

On remarquera que les longueurs d'arcs de cercle de rayons égaux sont comparables entre elles au même titre que des longueurs de droites ou des étendues angulaires.

Angles d'un triangle spérique. La génération (fig. 52), d'un *fuseau spérique* sphérique par une rotation convenable continue d'une demi-circonférence tournant autour d'un diamètre est absolument analogue à la rotation du plan autour d'une perpendiculaire au plan, elle permet de définir les angles sphériques par une trame de grands cercles ; l'angle sphérique peut d'ailleurs être mesuré par l'angle des tangentes rectilignes à ses deux côtés qui sont tirées du sommet A ; cet angle est encore un angle rectiligne du dièdre formé par les demi-plans dont les arcs de cercle sont les images sphériques.

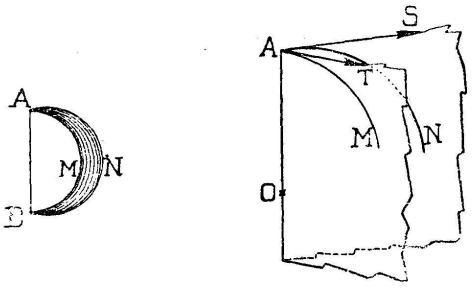


Fig. 52.

J. Andrade (Besançon).

(A suivre.)

SUR L'ÉQUIVALENCE DES ÉQUATIONS

Lemme. — La somme des n fractions $\frac{a_1}{b_1}, \frac{a_2}{b_2}, \frac{a_3}{b_3}, \ldots, \frac{a_n}{b_n}$ étant représentée par la fraction

$$\frac{a_1 b_2 b_3 \ldots b_n + a_2 b_1 b_3 \ldots b_n + \ldots + a_n b_1 b_2 \ldots b_{n-1}}{b_1 b_2 b_3 \ldots b_n}, \qquad (1)$$

pour que cette dernière fraction soit irréductible, il faut et il suffit que les n fractions données le soient aussi et que leurs dénominateurs soient premiers entre eux deux à deux.

Démonstration. 1° *La condition est nécessaire.* En effet, si deux des dénominateurs *au moins,* b_1 et b_2 par exemple, ou si le numérateur et le dénominateur de l'une des fractions,