Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 10 (1908)
Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Kapitel: Sur la théorie des parallèles.

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 02.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

J'ai écrit dans le produit toutes les décimales ; mais il est aisé de voir comment on peut se dispenser de tenir compte de celles que l'on veut négliger. La ligne verticale est pour marquer plus distinctement la place de la virgule.

Cette règle me paraît plus naturelle et plus simple que celle qui est attribuée à Oughtred, et qui consiste à écrire le multiplicateur dans un ordre renversé.

Sur la théorie des parallèles.

Je lis dans l'*Enseignement mathématique* (n° du 15 septembre 1907) une manière intéressante de faire la théorie des parallèles en géométrie élémentaire.

En voici une autre : je ne prétends pas qu'elle soit la meilleure. Je la donne pour ce qu'elle vaut.

I° Axiome de Similitude. Soit une figure F. composée de n points $A_1 A_2 \ldots A_n$. Une figure G composée de n points $B_1 B_2 \ldots B_n$. Les figures F et G seront dites semblables si le rapport $\frac{A_i A_k}{B_i B_k}$ est le même quels que soient i et k. Ce rapport sera dit rapport de similitude. L'axiome consiste en ceci : *La figure F étant donnée ainsi que le rapport de similitude la figure G existe toujours.*

Cet axiome paraît compliqué. Il n'est cependant que l'expression précisée de cette vérité banale. Si tout grandissait proportionnellement il n'y aurait aucun moyen de s'en apercevoir. Pour que toutes choses puissent grandir proportionnellement, il faut que l'axiome soit vrai.

II° Théorème. *Dans deux figures semblables à une droite correspond une droite à un plan un plan.*

Soient $A_1 A_2 A_3$ 3 points en ligne droite ; on aura :

$$A_1 A_2 + A_2 A_3 = A_1 A_3$$

et en remplaçant les longueurs figurant dant cette égalité par des longueurs proportionnelles.

$$B_1 B_2 + B_2 B_3 = B_1 B_3 .$$

Donc $B_1 B_2 B_3$ sont en ligne droite.

Soit maintenant P un plan, il est engendré par une droite $A_1 A_2$ dont deux points $A_1 A_2$ décrivent des droites X, Y. La surface correspondante sera engendrée par la droite $B_1 B_2$, les points $B_1 B_2$ décrivant les droites correspondantes à X, Y. Dailleurs X, Y concourant en un point A_3, les droites correspondantes concourent en B_3. La droite $B_1 B_2$ engendre donc un plan.

III° Théorème. *A une sphère correspond une sphère à un cercle un cercle.*

Car à des rayons égaux correspondent des rayons égaux.

IV°. *A un polygone régulier correspond un polygone régulier.* Un polygone régulier est une figure ayant tous ses côtés égaux et tous ses sommets sur un même cercle. Ces propriétés subsistent évidemment dans la figure semblable.

V°. *A un angle correspond un angle égal.*

L'angle au centre d'un polygone régulier de n côtés est la n^{me} partie de quatre angle droits, ou $\frac{4}{n}$; dans la figure correspondante, d'après le théorème précédant il lui correspond l'angle au centre du polygone régulier correspondant, c'est-à-dire $\frac{4}{n}$. Si nous prenons dans la 1re figure k fois l'angle au centre ou $\frac{4}{n}$, il lui correspondra dans la seconde figure k fois l'angle au centre ou $\frac{4k}{n}$. Le théorème est donc démontré dans le cas où l'angle est commensurable avec l'angle droit. Dans le cas contraire on démontrera que deux angles correspondants ont même valeur approchée à $\frac{1}{n}$ près. (L'angle droit étant l'unité).

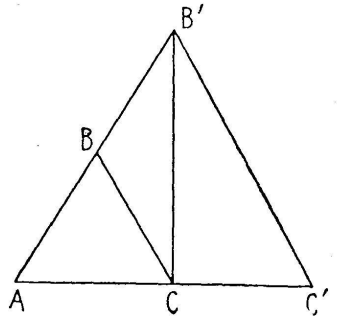
VI°. *La somme des angles d'un triangle ne peut surpasser deux droits.* (Démonstration connue).

VII°. *Si la somme des angles d'un certain triangle vaut deux droits, il en est de même pour tout autre triangle.* (Démonstration connue).

VIII°. *La somme des angles d'un triangle est égale à deux droits*

Deux triangles semblables ont les mêmes angles, on peut donc les placer de façon qu'ils aient un angle commun. Soient ABC, AB′C′ ces deux triangles. Si AB < AB′ on aura aussi AC < AC′. Joignons B′C.

La somme S des angles du triangle ABC, plus la somme Σ des angles du triangle BCB′, cela fait la somme T des angles du triangle ACB′ plus la somme des deux angles réunis en B qui vaut 2 droits



$$S + \Sigma = T + 2 .$$

De même la somme T des angles du triangle ACB′, plus la

somme U des angles du triangle B′CC′ vaut deux droits plus la somme S des angles du triangle AB′C′

$$T + U = S + 2 .$$

en ajoutant ces deux égalités on a

$$\Sigma + U = 4 .$$

comme ni Σ ni U ne peuvent surpasser deux droits on a $\Sigma = 2$, $U = 2$. Il existe donc des triangles dont la somme des angles vaut deux droits ce qui d'après le théorème précédent suffit.

On pourrait éviter l'intervention du théorème VII, en montrant que dans la figure du théorème VIII, on peut faire le triangle BCB′ égal à un triangle donné quelconque.

J. Richard (Dijon).

A propos d'un théorème relatif au triangle.

Le n° 12 du 15 mars 1906 (p. 180) du *Bull. des sciences math. et phys. élémentaires* contient une note *sur le problème relatif à la résolution d'un triangle dont on connait deux côtés et l'angle opposé à l'un d'eux.*

La résolution proposée par l'auteur appelle quelques remarques. Elle consiste à envisager les côtés du triangle ABC comme cordes d'arcs du cercle circonscrit de rayon r et de centre O. L'angle B et les côtés $BC = a$, $CA = b$ étant supposés connus, elle donne pour les éléments inconnus les expressions suivantes :

$$\sphericalangle AOC = 2\,B, \quad r = \frac{b}{\sqrt{2\,(1 - \cos AOC)}}, \quad \cos 2\,A = \frac{2\,r^2 - a^2}{2\,r^2},$$

$$C = 180 - (A + B) \quad \sphericalangle AOB = 2\,C, \quad c = r\sqrt{2\,(1 - \cos AOB)}.$$

Mais ces formules contiennent plusieurs expressions non monomes, aussi n'ont-elles aucune portée pratique.

On peut les mettre sous une forme plus simple, comme nous l'a fait remarquer M. l'abbé Gelin, en observant que l'on a

$$1 - \cos 2\,B = 2\sin^2 B, \quad 1 - \cos 2\,C = 2\sin^2 C .$$

On a alors

$$2\,r = \frac{b}{\sin B}, \quad \sin A = \frac{a}{2\,r}, \quad C = 180 - (A + B), \quad c = 2\,r \sin C,$$

formules que l'on démontre du reste directement sur la figure en partant des relations

$$a = 2\,r \sin A, \quad b = 2\,r \sin B, \quad c = 2\,r \sin C.$$