Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

Band: 10 (1908)

Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Buchbesprechung: P. Bachmanx.— Grundlehren derneueren Zahlentheorie (Sammlung Schubert LIII). — 1 vol., 217 p. ; Mk. 6,50; Göschen, Leipzig

Autor: MIRIMANOFF, D.

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 13.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

P. Bachmann. — **Grundlehren der neueren Zahlentheorie** (Sammlung Schubert LIII). — 1 vol., 217 p. ; Mk. 6,50 ; Göschen, Leipzig

Le nouvel ouvrage de M. Bachmann, paru il y a quelques mois dans la collection Schubert, n'est ni un cours de théorie des nombres, comme les « *Vorlesungen über Zahlentheorie* » de Dirichlet-Dedekind, ni un exposé systématique des théories modernes des « Zalhkörper, » comme le « Zahlbericht » de Hilbert ou l' « Allgemeine Arithmetik der Zalhenkörper » de M. Bachmann. Il s'adresse à des débutants et se borne aux éléments de la théorie des nombres : propriétés fondamentales des nombres entiers et des formes quadratiques d'une part, éléments de la théorie des corps quadratitiques d'autre part. Mais si le fond en est élémentaire, la manière dont sont traités ces principes en fait un livre moderne au même titre que les ouvrages plus complets de l'auteur des « Grundlehren. »

Ce petit volume est, comme nous venons de le dire, divisé en deux parties : dans la première nous ne sortons pas du domaine des nombres rationnels, dans la seconde le domaine de rationalité est élargi par l'adjonction d'une racine carrée d'un nombre ordinaire ; ce n'est plus la théorie des nombres classique d'Euler et de Legendre, mais un chapitre de l'Arithmétique nouvelle des corps algébriques, œuvre de Kummer, de Dedekind, de Kronecker. Un même esprit anime ces deux parties, et des notions nouvelles qui sont à la base de la théorie des corps apparaissent déjà dans la première partie, dès la première page.

Le livre débute par l'algorithme d'Euclide et les éléments de la théorie des congruences. Un long chapitre est consacré aux congruences binômes et à la loi de réciprocité de Legendre-Jacobi. Nous abordons ensuite l'étude des formes, en commençant par les formes linéaires et les équations indéterminées du premier degré (à deux inconnues). Des notions nouvelles, dues aux géomètres contemporains, permettent de donner une forme élégante à quelques-uns des résultats établis dans cette première partie des « Grundlehren. » J'en signalerai deux, que nous retrouverons dans la théorie des corps quadratiques : la notion de module de Dedekind et celle de réseau des nombres ou « Zahlengitter. » L'utilité des réseaux apparaît surtout dans la théorie des formes quadratiques et l'on sait le parti qu'en a tiré M. F. Klein dans ses « Ausgewählte Kapitel der Zahlentheorie. » Ces réseaux de Klein peuvent être considérés comme des images géométriques des formes quadratiques, car à toute forme correspond un réseau déterminé et ce qui est bien plus important, un même réseau correspond à toutes les formes d'une classe ; on peut donc dire qu'un réseau représente une classe. Tout cela est très bien expliqué par M. Bachmann dans un chapitre assez long consacré à la théorie des formes quadratiques. Les réseaux permettent à M. Bachmann de donner une forme palpable aux résultats qu'il établit d'une manière directe, à l'aide de méthodes classiques due en grande partie à Gauss. Bien des questions n'ont pu trouver place dans ce chapitre, mais les problèmes fondamentaux de la théorie des formes quadratiques sont traités à fond.

Nous avons pourtant à signaler une lacune, du reste volontaire : M. Bachmann s'est borné à l'étude des formes dont le discriminant D n'est pas divisible par un carré, à l'exception du cas où $D = 4d$, le nombre d étant de la forme $4k + 2$ ou $4k + 3$. De cette manière le passage de la théorie classique à la théorie moderne basée sur les propriétés des corps quadratiques

est rendu plus facile. En effet, comme M. Bachmann l'explique dans la deuxième partie, une correspondance peut être établie entre les idéaux des corps et les formes quadratiques. Mais cette correspondance n'est pas parfaite, on n'obtient ainsi que les formes considérées par M. Bachmann dans la première partie. Pour les avoir toutes, il faudrait, à côté des idéaux du corps, considérer les modules et les idéaux des différents ordres ou « Ring » des corps quadratiques. On comprend que M. Bachmann n'ait pas cru nécessaire de consacrer un chapitre spécial à l'étude des « Ringideale », mais peut être n'aurait-il pas été inutile de donner quelques indications sur la théorie de ces formes et de ces idéaux. Est-il besoin de rappeler le rôle que ces idéaux jouent dans l'étude des problèmes relatifs à la multiplication complexe dans les fonctions elliptiques ?

A la fin de la deuxième partie nous retrouvons les réseaux de Klein. La considération de ces réseaux conduit ici à la notion importante de nombres idéaux. Une correspondance curieuse a pu être établie entre ces nombres. les idéaux de Dedekind et les formes quadratiques. grâce à laquelle des propriétés abstraites des idéaux et des formes reçoivent une interprétation géométrique élégante qui sera particulièrement appréciée par les intuitifs.

On voit que le livre de M. Bachmann rendra des services réels. Il permettra aux débutants de s'initier, sans trop de peine, aux idées fécondes qui dominent aujourd'hui la théorie des nombres.

D. Mirimanoff (Genève).

G. H. Bryan and R. H. Pinkerton. — **Geometry of Conics.** — 1 vol. in-16, 270 p. (Dent's series of mathematical text books). Dent et C°, Londres.

L'enseignement des coniques suivant la méthode euclidienne est encore en vogue en Angleterre et dans quelques parties de l'Amérique. Considérées comme un complément de géométrie plane, les coniques offrent à l'étudiant le plus grand intérêt ; elles lui permettent en effet de se rendre compte de l'application de propositions de géométrie qui primitivement lui avaient paru arides. Lorsqu'on en a le temps, une étude des coniques à ce point de vue-là a beaucoup de valeur, spécialement si l'on traite ensuite le point de vue analytique.

MM. Bryan and Pinkerton commencent leur traité en donnant pour les coniques la définition de Pappus. Vient ensuite l'étude des tangentes, des normales et des coniques homofocales, ainsi que des diamètres.

Un chapitre important, que l'on néglige généralement dans les traités de ce genre, s'occupe de la projection orthogonale et de ses applications à l'ellipse. Pour montrer la puissance des méthodes projectives dans d'autres problèmes, on aurait pu ajouter l'étude de l'ellipse d'après Steiner ; aux p. 198-200, le principe de l'affinité pourrait être traité d'une façon explicite.

Les deux dernières parties sont consacrées à l'étude des propriétés particulières de l'hyperbole et à la géométrie de certaines courbes que l'on rencontre dans les mathématiques appliquées.

Le traité, faisant partie des « Dent's series » est écrit d'une façon claire ; il est également bien imprimé à l'exception de quelques dessins. Des figures bien exécutées ajoutent de l'élégance à un livre. C'est un fait qui n'est pas toujours reconnu à sa juste valeur par plus d'un auteur.

A. Emch (Soleure).