Sur une question élémentaire de maximum.

Autor(en): **Burali-Forti, C.**

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **12 (1910)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **23.05.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

les cinq suivantes,

$$p_{12} : (x_1 y_2 - x_2 y_1) = p_{13} : (x_1 y_3 - x_3 y_1) = \ldots$$

et regarder les μ, les x et les y comme des paramètres ; on a un système de relations qui représente une ou plusieurs variétés algébriques et, d'après les recherches de L. Kronecker, chacune de celles-ci peut être représentée par des équations, en nombre égal ou inférieur à six, ne contenant que les six variables homogènes p_{ik}.

M. Stuyvaert (Gand).

MÉLANGES ET CORRESPONDANCE

Sur une question élémentaire de maximum.

1. — Pour déterminer élémentairement le maximum de certaines fonctions, on fait usage du théorème :

A. *Le produit de* n *nombres positifs, dont la somme est constante, est maximum* LORSQUE *les nombres sont égaux entre eux.*

Avec la démonstration ordinaire on entend prouver que : *si le produit est maximum, les nombres ne peuvent pas être non égaux.* Le mot LORSQUE du théorème A exprime donc que : *si le produit est maximum, les facteurs sont égaux.* Mais alors le théorème A est faux. Que l'on considère, par exemple, les produits

$$(6 - \sin x)(2 + \sin x) \ , \qquad (3 - x^2 + 6x)(22 + x^2 - 6x) \ ,$$
$$(1 + x)(2 + x)(3 - 2x)$$

à facteurs positifs (dans les intervalles 0 à π, $3 - 2\sqrt{3}$ à $3 + 2\sqrt{3}$, -1 à 1,5) et de somme constante, qui passent par un maximum pour

$$x = \frac{\pi}{2} \ , \qquad x = 3 \ , \qquad x = \frac{\sqrt{39} - 3}{6}$$

sans que les facteurs soient égaux.

Le théorème A doit être énoncé exactement sous la forme suivante : *Si* n *nombres positifs variables ont somme* (s) *constante, et si en un point de leur champ de variation ils prennent une même valeur* (s : n), *alors en ce point leur produit est maximum,* comme

cela résulte de la relation, bien connue,

$$u_1 u_2 \ldots u_n \leqq \left(\frac{u_1 + u_2 + \ldots u_n}{n}\right)^n ,$$

mais il n'est point permis de dire : *si le produit est maximum, les facteurs sont égaux.*

Pour deux facteurs on a : *Si deux nombres positifs variables ont somme constante, alors leur produit est* MAXIMUM *ou* MINIMUM, *selon que la valeur absolue de leur différence est* MINIMUM *ou* MAXIMUM, c'est une conséquence de l'identité

$$4u_1 u_2 = (u_1 + u_2)^2 - (u_1 - u_2)^2 .$$

2. — Soit $f(x)$ une fonction de x et a, b, c, m, n, p des constantes. Voici un procédé élémentaire dont on fait usage (au moins pour $f(x)$ fonction linéaire de x) pour déterminer la valeur de x qui rend maximum le produit

$$y = (a + mf)(b + nf)(c + pf) .$$

Soient α, β des constantes positives telles que

$$m + n\alpha + p\beta = 0 ; \tag{1}$$

on dit alors, en appliquant le théorème A, que $\alpha\beta y$ est maximum (et y aussi) lorsque

$$a + mf = \alpha(b + nf) = \beta(c + pf) ; \tag{2}$$

d'après (1) et (2), et pour $b + nf$, $c + pf$ non nuls, on obtient l'équation

$$m(b + nf)(c + pf) + n(c + pf)(a + mf) + p(a + mf)(b + nf) = 0 , \tag{3}$$

qui détermine l'x qui rend maximum y.

Si $f(x)$ est une fonction linéaire de x, le procédé que nous venons d'indiquer, bien qu'établi sur le théorème faux A, donne un résultat exact, car $\frac{dy}{dx}$ est, quel que soit $f(x)$, le produit de $\frac{df}{dx}$ pour le premier membre de l'égalité (3). Mais en général le procédé est faux, comme le montre, par exemple, le produit

$$y = \sin x(r + \sin x)(r - \sin x)$$

qui devient maximum pour $\sin x = \frac{r}{3}\sqrt{3}$ (application du procédé précédent) si $r \leqq \sqrt{3}$, et pour $\sin x = 1$ si $r > \sqrt{3}$.

Les questions élémentaires de maximum et minimum doivent donc être analysées encore dans leurs fondements.

C. BURALI-FORTI (Turin).