MÉLANGES ET CORRESPONDANCE

Objekttyp: **Group**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **14 (1912)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **26.05.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

MÉLANGES ET CORRESPONDANCE

Une démonstration vectorielle du théorème de Dupin[1].

Trois surfaces S_1, S_2, S_3 respectivement définies par

$$u = \text{const.}\ , \qquad v = \text{const.}\ , \qquad w = \text{const.}\ ,$$

se rencontrent orthogonalement en un point P. Soient n_1, n_2, n_3 trois vecteurs parallèles aux normales en P aux trois surfaces et par conséquent parallèles aux tangentes aux courbes d'intersection de ces mêmes surfaces. Ces vecteurs sont donc parallèles à $\frac{\partial P}{\partial u}$, $\frac{\partial P}{\partial v}$, $\frac{\partial P}{\partial w}$. Les conditions d'orthogonalité nous donnent

$$\frac{\partial P}{\partial v} \times \frac{\partial P}{\partial w} = \frac{\partial P}{\partial w} \times \frac{\partial P}{\partial u} = \frac{\partial P}{\partial u} \times \frac{\partial P}{\partial v} = 0\ .$$

En dérivant la première par rapport à u, etc., on déduit aussi

$$\frac{\partial^2 P}{\partial v \partial w} \times \frac{\partial P}{\partial u} = \frac{\partial^2 P}{\partial w \partial u} \times \frac{\partial P}{\partial v} = \frac{\partial^2 P}{\partial u \partial v} \times \frac{\partial P}{\partial w} = 0\ .$$

Supposons que l'on ait fait

$$n_1 = \frac{\partial P}{\partial v} \wedge \frac{\partial P}{\partial w}\ ; \qquad n_2 = \frac{\partial P}{\partial w} \wedge \frac{\partial P}{\partial u}$$

et que le point P se déplace sur la courbe intersection des deux surfaces S_1, S_2 sur laquelle seulement w est variable ; c'est-à-dire supposons que dP soit parallèle à $n_1 \wedge n_2$. Alors on déduira aisément que

$$\left(\frac{\partial^2 P}{\partial v \partial w} \wedge \frac{\partial P}{\partial w}\right) \times \left(\frac{\partial P}{\partial w} \wedge \frac{\partial P}{\partial u}\right) = 0\ ,$$

$$\left(\frac{\partial P}{\partial v} \wedge \frac{\partial^2 P}{\partial w^2}\right) \times \left(\frac{\partial P}{\partial w} \wedge \frac{\partial P}{\partial u}\right) = 0\ ,$$

et, par conséquent,

$$n_2 \times dn_1 = 0\ .$$

On a aussi donc

$$(n_1 \wedge n_2) \times (n_1 \wedge dn_1) = 0\ ,$$

c'est-à-dire[2]

$$dP \times n_1 \wedge dn_1 = 0\ .$$

Donc *la courbe considérée est une ligne de courbure pour la surface* S_1.

Naples, mai 1911. R. Marcolongo.

---

[1] Voir aussi Fehr, Application de la méthode vectorielle de Grassmann à la Géométrie infinitésimale, p. 74-76.

[2] *Eléments de Calcul vectoriel* par C. Burali-Forti et R. Marcolongo, Paris, Hermann, 1910; p. 96.